

**Auslegung dünnwandiger,
umformend hergestellter Profilwellen
zur Übertragung von Torsionsmomenten**

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Ingenieurwissenschaften

vorgelegt von
Marius Jakob, M. Sc.
aus Kaufbeuren

genehmigt von der Fakultät für Mathematik/Informatik und Maschinenbau
der Technischen Universität Clausthal,

Tag der mündlichen Prüfung

15.11.2019

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Bibliographic information published by the German National Library

The German National Library lists this publication in the German National Bibliography; detailed bibliographic data are available on the internet at <http://dnb.d-nb.de>

Dekan:	Prof. Dr.-Ing. Volker Wesling
Vorsitzender der Prüfungskommission:	Prof. Dr.-Ing. Volker Wesling
Betreuer:	Prof. Dr.-Ing. Armin Lohrengel
Gutachter:	Prof. Dr.-Ing. Armin Lohrengel Prof. Dr.-Ing. Norbert Müller

Dissertation Technische Universität Clausthal 2019

D 104

© **PAPIERFLIEGER VERLAG** GmbH, Clausthal-Zellerfeld, 2020
Telemannstraße 1, 38678 Clausthal-Zellerfeld
www.papierflieger.eu

Urheberrechtlich geschützt, alle Rechte vorbehalten. Ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages ist es nicht gestattet, das Buch oder Teile daraus auf fotomechanischem Wege (Fotokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen.

1. Auflage, 2020

ISBN 978-3-86948-741-0

Danksagung

Diese Arbeit war nur mit der Unterstützung zahlreicher Personen und Institutionen möglich, denen ich an dieser Stelle meine große Dankbarkeit aussprechen möchte.

Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Armin Lohrengel, dem Leiter des Fritz-Süchtig-Instituts für Maschinenwesen (IMW) der Technischen Universität Clausthal. Seine moderierende, motivierende und respektvolle Führung, die mir als wissenschaftlichem Mitarbeiter Freiheiten zur Entfaltung eigener Vorgehensweisen ließ, empfand ich stets als gewinnbringend und bereichernd.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Norbert Müller, Professor für Rechnerintegrierte Produktentwicklung am IMW, bin ich sehr dankbar für sein Interesse an meiner Arbeit und die Übernahme des Koreferats und der Begutachtung.

Bedanken möchte ich mich zudem bei Herrn Dr.-Ing. Günter Schäfer, Akademischer Oberrat am IMW, der ein Experte im Bereich der Welle-Nabe-Verbindung ist. Seine fachliche Expertise in diesem Bereich, aber auch seine praxisnahen Erfahrungen im Kontext der experimentellen Versuche, trugen zum wesentlichen Erfolg dieser Arbeit bei.

Für die Versuchsumsetzung gilt mein großer Dank der Werkstatt des Instituts unter der Leitung von Herrn Andreas Rehwagen. Ohne die lösungsorientierte und anpackende Unterstützung durch Herrn Rehwagen und seinen Mitarbeitern wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen.

Weiterer Dank gilt Frau Dipl.-Ing. Martina Wächter, Herrn Dipl.-Ing. Hans-Joachim Jach-Reinke sowie Frau Svenja Viehweger und Frau Erika Otto, die in den Bereichen Lehre, Systemadministration und Buchhaltung/Verwaltung den Betriebsablauf des Instituts absichern und meine Arbeitsprozesse vielfach erleichterten.

Ein großer Dank gilt dem gesamten Kollegium, mit dem ich in Kaffee- und Mittagspausen häufig zu neuen Ideen und Lösungen fand. Die angenehme und vertrauensvolle Arbeitsatmosphäre einerseits und die gemeinsamen

Unternehmungen in der Freizeit andererseits bildeten eine wichtige Basis für diese Arbeit. Vor allem Viktor Martinewski, Florian Mörz und Phillip Wallat möchte ich an dieser Stelle herzlich danken.

Das Forschungsvorhaben „Leichtbaugelenkwelle – Entwicklung einer Leichtbaugelenkwelle mit reduziertem Gewicht und Montageaufwand“ wurde erst durch eine Bundesförderung mit dem „Zentralen Innovationsprogramm Mittelstand“ ermöglicht. Auch dafür gilt mein Dank.

Herrn Jörg Hohn, dem Geschäftsführer der am Vorhaben beteiligten Firma Josef Hohn GmbH, danke ich für die produktive Zusammenarbeit während des Projektes und für die Möglichkeit, die Leichtbaugelenkwelle als Konstruktionsleiter weiterzuentwickeln.

Für ihr Engagement und ihre Beiträge bedanke ich mich bei den Mitarbeitern des Instituts für Metallurgie, der Graduiertenakademie, meiner wissenschaftlichen Schreibgruppe, meinen studentischen Mitarbeitern und betreuten Studierenden, sowie dem Institut für Werkstoffkunde der Leibniz Universität Hannover für die Eigenspannungsmessungen und der Firma ERNST GROB AG für die Umformung der Rohre.

Clausthal war für mich nicht nur eine wissenschaftliche Wirkungsstätte, sondern zugleich ein Ort der Natur und des familiären Miteinanders. Durch die geknüpften Freundschaften und die vielseitige Landschaft bleibt mir der Harz in bester Erinnerung und eine Stück Heimat, die ich in Zukunft gerne wieder besuchen werde.

Schließen möchte ich mit dem Dank an meine Familie. Ihre Unterstützung und ihr Verständnis boten mir einen wichtigen Rückhalt, auf den ich mich stets verlassen konnte.

Vielen herzlichen Dank!

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	i
Tabellenverzeichnis	v
Verwendete Größen und Indizes.....	ix
Verzeichnis verwendeter Abkürzungen	xv
Kurzfassung	xvii
Abstract.....	xix
1 Einleitung	1
1.1 Leichtbau als Optimierungsansatz	1
1.2 Idee einer Leichtbaugelenkwelle	2
2 Problemstellung und Zielsetzung	5
3 Stand der Technik.....	7
3.1 Einordnung der Arbeit im Bereich der WNV	7
3.2 Torsionsmomentenübertragbarkeit und Leichtbau	9
3.2.1 Formleichtbau durch höhere Auslastung	9
3.2.2 Stoffleichtbau durch Leichtbaumaterial	19
3.2.3 Fertigungsleichtbau durch Funktionsintegration	20
3.2.4 Neue Verzahnungsformen als Lösungsmöglichkeit	22
3.3 Auswahl eines möglichen Herstellungsverfahrens	23
4 Definition eine Referenzprofilform	29
4.1 Allgemeine Anforderungen an die Referenzprofilform	30
4.2 Geometriegrößen aus der Vorauslegung	34
4.2.1 Torsionsmoment M_R	34
4.2.2 Rohrgrößen D_R und t_R	35
4.2.3 Mitnehmerzahl z	35
4.3 Geometriegrößen der Umformung.....	37

4.4	Zentrierung über den Außendurchmesser	40
4.5	Vorgabe definierbarer Parameter	42
4.6	Bemaßung des Referenzprofils	44
4.7	Gestaltung der Referenznabe	45
5	Herstellung von Probenformen	47
5.1	Probenvarianten des Referenzprofils	48
5.2	Herstellung der Referenznaben	50
6	Maßhaltigkeit der hergestellten Proben	51
6.1	Maßhaltigkeit des Ausgangsrohres	51
6.2	Maßhaltigkeit des Referenzprofils	53
6.3	Maßhaltigkeit der Referenznabe	56
6.4	Paarung des Referenzprofils mit der Referenznabe	57
7	Experimentelle und numerische Torsionsversuche	59
7.1	Statische Torsionsversuche	60
7.1.1	Beschreibung des statischen Torsionsprüfstandes	61
7.1.2	Experimentelle Ermittlung der Rohrmaterialkennwerte	62
7.1.3	Abgleich der gemessenen Kennwerte (Rohr)	70
7.1.4	Experimentelle Ermittlung der Profilmaterialkennwerte	76
7.1.5	Abgleich der gemessenen Kennwerte (Profil)	78
7.2	Dynamische Torsionsversuche	82
7.2.1	Beschreibung des Torsionsschwingprüfstandes	84
7.2.2	Versuchsdurchführung nach DIN 50100	85
7.2.3	Langzeitfestigkeit des Profilrohres mit Nabe	86
7.2.4	Langzeitfestigkeit des Profilrohres ohne Nabe	91
7.2.5	Langzeitfestigkeit der Festsitzverbindung	92
7.2.6	Schliffbilder des Profilquerschnittes	94

7.2.7	Geometrieuntersuchung der Versagensorte	97
7.3	Festigkeitsberechnung des Einlaufes (FEM mit FKM)	99
7.3.1	Ermittlung der örtlichen Bauteilbeanspruchungen	99
7.3.2	Festigkeitsnachweis des Referenzprofils nach FKM	103
7.4	Umformungsbedingte Eigenspannungen	111
7.5	Experimentell abgesichertes Berechnungsmodell	115
8	Baureihenentwicklung	117
8.1	Methodisches Vorgehen zur Profilgestaltung	117
8.2	Untersuchungsbereich für die Rohrgrößen D_R und t_R	121
8.3	Festlegung der Mitnehmerzahl z	123
8.4	Definition der Tiefe der Kopfabrundung $t_{W,R,K,1}$	123
8.5	Einfluss des Winkels der Innenkontur $\alpha_{W,Z}$	125
8.6	Einführung der Bezugsgrößen $V_{W,TL}$, $V_{W,G}$, $V_{W,K,0}$, M_R , $\alpha_{W,Oe}$	126
8.7	Aufstellen der CAD-, FEM- und FKM-Modelle	133
8.8	Aufstellen eines statistischen Versuchsplans/DoE	135
8.9	Mathematisches Ersatzmodell	139
8.10	Optimierung des Geometrieprofils	143
8.11	Iterationsschleife bei konstanter Mitnehmerzahl z	144
8.11.1	Anpassung der Stufen	144
8.11.2	Ergebnis bei konstanter Mitnehmerzahl z	152
8.12	Iterationsschleifen für verschiedene Mitnehmerzahlen z	153
8.13	Iterationsschleifen für verschiedene Rohrgrößen	155
8.14	Einfluss der Mitnehmerzahl $z_{BR} = f(D_R)$	156
8.15	Übertragbare Torsionsmomente $M_{R,BR} = f(D_R, t_R)$	161
8.16	Veränderung der Geometriegrößen über der Rohrgröße	162

8.17	Ableitung beschreibender Geometrie Größen	167
9	Auslegungsrichtlinie für dünnwandige Profilwellen	171
9.1	Anwendungsbereich.....	171
9.2	Festigkeitsnachweis mit Form- und Kerbwirkungszahlen.....	172
9.3	Bildung der Geometrie	178
10	Eigenschaften dünnwandiger Profilwellen	185
11	Ausblick für weitere Forschungsansätze	189
12	Zusammenfassung.....	191
	Literaturverzeichnis.....	I
	Anhang:	XV
A1.	Kennwerte der Prüfstände	XV
A2.	Materialkennwerte für C22 aus der Literatur	XVI
A3.	Kennwerte für statische FEM-Berechnung.....	XVII
A4.	Einbaulage der Profilrohre (statischer Prüfstand).....	XVIII
A5.	Auswertung Treppenstufenversuch (V3).....	XIX
A6.	Auswertung Treppenstufenversuch (V4).....	XX
A7.	Auswertung Treppenstufenversuch (V5).....	XXI
A8.	Auswertung Treppenstufenversuch (V7).....	XXII
A9.	Werte und Einstellungen für den FKM-Nachweis.....	XXIII
A10.	Werte zur Eigenspannungsmessung	XXVII
A11.	Bezugsgrößen und Vergleich mit Referenzprofil.....	XXVIII
A12.	Vernetzung der Baureihengeometrie	XXX
A13.	FEM-Berechnung: Winkel der Innenkontur $\alpha_{w,z}$	XXXII
A14.	Familiientabellen in CREO PARAMETRIC	XXXIII
A15.	Zusätzliche Informationen zur 95x2,5x32-It.0	XXXIV
A16.	Einfluss der Verfeinerung des Ersatzmodells.....	XXXVII

A17. Ergebnisse der Iterationsschritte	XL
A18. Parameter der Regressionsgleichungen	L
A19. Festigkeitsberechnung der DIN 5480 - W38x2x18	LI

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1: Projektziel: Umformend hergestellte dünnwandige Leichtbau-Profilwelle	2
Abb. 2: Aufbau einer Kreuzgelenkwelle	7
Abb. 3: Verschleißerscheinungen an Zahnwellen	11
Abb. 4: Flächenpressung an einer Zahnwelle	12
Abb. 5: Versuchsvarianten zur Bestimmung der Lebensdauer	13
Abb. 6: Einfluss der Fußausrundung auf die Hauptspannung	15
Abb. 7: Einfluss von p_{fP} auf die Zahnfußspannung	15
Abb. 8: Vergleich einer Trochoiden- und einer Evolventenverbindung	17
Abb. 9: Vergleich einer Trochoiden- und modifizierten Evolventenverbindung ..	18
Abb. 10: Trochoidenverbindung für den Einsatz in Walzwerken	18
Abb. 11: Profilformen zur Anbindung von Faser-Kunststoff-Verbindungen	20
Abb. 12: Funktionsintegrierte Gelenkwelle in Faserverbund-Leichtbauweise	21
Abb. 13: Herstellungsprinzip des Querwalzens	24
Abb. 14: Herstellungsprinzip des rekursiven Axialformens.	25
Abb. 15: Prinzip des Längswalzens	26
Abb. 16: Herstellungsschritte und ein Mitnehmer als Untersuchungsobjekt	29
Abb. 17: Funktionsanforderungen an einen dünnwandigen Mitnehmer.	30
Abb. 18: Herstellung des Referenzprofils in kleinen Schritten	33
Abb. 19: Abstreckung in Kopf- und Fußbereich	37
Abb. 20: Geometriemaße aus der Umformung.	38
Abb. 21: Gestaltung der Zentrierung.	40
Abb. 22: Auswahl frei einstellbaren Parameter des Referenzprofils	42
Abb. 23: Querschnitt durch die Verbindung	45
Abb. 24: Schematische Festlegung der Variante V3.	48
Abb. 25: Schematische Festlegung der Varianten V4/V5.	49
Abb. 26: Schematische Festlegung der Variante V7.	49
Abb. 27: Herstellung der Naben.	50
Abb. 28: Soll- und Istkontur des Referenzprofils.	53
Abb. 29: Soll- und Istkontur der Referenzprofilwelle und der Referenznabe	57
Abb. 30: Ablaufschema zur Validierung der FEM- und FKM-Modelle.	59
Abb. 31: Probengeometrien für die statischen Versuche	60

Abb. 32: Statischer Torsionsprüfstand	61
Abb. 33: Torsionsmoment-Drehwinkel-Kennlinie des Ausgangsrohres.	64
Abb. 34: Verdrillung eines rotationssymmetrischen Bauteiles.	66
Abb. 35: E-Modul-Drehwinkel-Verlauf.....	67
Abb. 36: Spannungs-Dehnungs-Diagramm des Ausgangsrohres.	69
Abb. 37: FEM-Sektor-Modell des Rohres	72
Abb. 38: Gegenüberstellung der Torsionsmoment-Drehwinkel-Kennlinien.....	74
Abb. 39: Verdrillungs-Torsionsmoment-Kennlinie des Rohres.....	75
Abb. 40: Torsionsmoment-Drehwinkel-Kennlinie des Profils.	77
Abb. 41: Verdrillung-Torsionsmoment-Kennlinie des Profils.	78
Abb. 42: FEM-Sektor-Modell des Profilrohres.....	79
Abb. 43: Berechnete Verdrillung-Torsionsmoment-Kennlinien des Profils.....	80
Abb. 44: Probengeometrien für die dynamischen Versuche	82
Abb. 45: Dynamischer Unwucht-Torsionsschwingprüfstand	84
Abb. 46: Laststufen des Treppenstufenverfahrens (V3).	86
Abb. 47: Versagensbilder der dynamisch belasteten Profilrohre (V3).....	88
Abb. 48: Rissentstehung und Rissausrichtung.	89
Abb. 49: Versagensbilder der dynamisch belasteten Profilrohre (V4/V5)	91
Abb. 50: Versagensbild des dynamisch belasteten Profilrohrs (V7)	92
Abb. 51: Probensegmente für Schliffbilder: Querschnitt in Höhe des Anrisses..	94
Abb. 52: Probensegmente für Schliffbilder: Querschnitt außerhalb des Risses.	94
Abb. 53: Schliffbild des Profils außerhalb des Risses	95
Abb. 54: Schliffbilder des Risses und der Anrisse im Querschnitt.	95
Abb. 55: Schliffbild des Profils an der Schweißnaht.....	96
Abb. 56: Lasermikroskopie des Auslaufes	97
Abb. 57: Tiefenverläufe der Übergänge.	97
Abb. 58: FEM-Modell des Einlaufes.....	100
Abb. 59: Spannungsverlauf an der Außenkontur (3D).	100
Abb. 60: Spannungsverlauf an der Außenkontur im Querschnitt.	101
Abb. 61: Spannungsverlauf an der Innenkontur (3D).....	102
Abb. 62: Spannungsverlauf an der Innenkontur im Querschnitt.....	102
Abb. 63: Messstellen der Rauheitsmessung	105
Abb. 64: Auslastungsverlauf an der Außenkontur im Querschnitt.....	108

Abb. 65: Auslastungsverlauf an der Innenkontur im Querschnitt.....	109
Abb. 66: Messstellen der Eigenspannungsmessungen.....	111
Abb. 67: Eigenspannungen in axialer Richtung.....	112
Abb. 68: Eigenspannungen in Umfangsrichtung	114
Abb. 69: Schematischer Berechnungsablauf zur Profilloptimierung.....	118
Abb. 70: Grenzen und Festlegung der zu optimierenden Baugrößen.	122
Abb. 71: Bemaßungen der Flanken.	123
Abb. 72: Bemaßung des Winkels der Innenkontur $\alpha_{W,Z}$	125
Abb. 73: Übersicht der Bezugsgrößen für die Baureihenentwicklung.	126
Abb. 74: Einfluss des Verhältnisses der Teilung zwischen Kopf/Fuß $V_{W,TL}$	126
Abb. 75: Einfluss des Verhältnisses des Fußgrundes $V_{W,G}$	127
Abb. 76: Einfluss der Verhältnisse $V_{W,K,0}$ und $\alpha_{W,Oe}$	127
Abb. 77: Bestimmung der Flankenkraft $F_{W,F,S}$ aus $F_{W,F,U}$	130
Abb. 78: FEM-Modell zur Baureihenentwicklung.....	133
Abb. 79: Designentwurf: Face-Centered-Central-Composite-Design.....	136
Abb. 80: Haupteffekte der Eingangsgrößen auf die Ergebnisgrößen	137
Abb. 81: Wechselwirkung zwischen $V_{W,G}$ und der Auslastung $a_{FKM,conv}$	138
Abb. 82: Bildung des mathematische Ersatzmodells	139
Abb. 83: Anpassungsgüte zwischen FEM-Berechnung und Ersatzmodell.	141
Abb. 84: Bildbarkeit des Designraumes.	144
Abb. 85: Festlegung der Designgrenzen.....	146
Abb. 86: Torsionsmoment M_R über den Iterationsschritten.	152
Abb. 87: Übertragbares Torsionsmoment über der Mitnehmerzahl.....	153
Abb. 88: Veränderung der Eingangsgrößen über der Mitnehmerzahl.	154
Abb. 89: Übertragbares Torsionsmoment je Baugröße und Mitnehmerzahl.....	155
Abb. 90: Auf den Maximalwert bezogenes Torsionsmoment M_R	156
Abb. 91: Zuwachs der Mitnehmerzahl z_{BR} mit Außendurchmesser D_R	159
Abb. 92: Graphische Darstellung der optimierten Profilmithnehmer.....	160
Abb. 93: Übertragbares Torsionsmoment $M_{R,BR}$ über der Rohrgröße.	161
Abb. 94: Einfluss der Rohrabmessungen auf das Fußgrundverhältnis $V_{W,G,BR}$	162
Abb. 95: Einfluss der Rohrabmessungen auf das Teilungsverhältnis $V_{W,TL,BR}$	163
Abb. 96: Einfluss der Rohrabmessungen auf das Innenradiusverhältnis	164
Abb. 97: Sensitivitätsdiagramm für die Profilgröße 95x2,5x18	165

Abb. 98: Berechnungsablauf zur Bestimmung der Geometriegrößen.....	167
Abb. 99: Abweichung bei rechnerischer Vorgabe des Torsionsmomentes	168
Abb. 100: Abweichung bei auslastungsangepasster Vorgabe	169
Abb. 101: Geometriebemaßung dünnwandiger Profilwellen.	178
Abb. 102: Geometrievergleich der konventionellen Zahnwellenverbindung.....	185
Abb. 103: Konventionelle und leichtbauende Gelenkwelle.	187
Abb. 104: Materialmodell mit multilinear isotropen Verfestigung.	XVII
Abb. 105: Bauteilspannung der Flanke in axialer Richtung.....	XXXI
Abb. 106: Einfluss des Winkels der Innenkontur $\alpha_{w,z}$	XXXII
Abb. 107: Einfluss der Wechselwirkungen auf die Auslastung	XXXV
Abb. 108: Einfluss der Wechselwirkungen auf die Abstreckung	XXXVI
Abb. 109: Verbesserung des Modells mit Verfeinerungspunkte.	XXXIX

Tabellenverzeichnis

Tab. 1: Kennwerte des GROB-Verfahrens.	27
Tab. 2: Nennmaße, Material und Spezifikation des Ausgangsrohres.	35
Tab. 3: Wertebereich der Umformparameter für das Referenzprofil.	39
Tab. 4: Wertebereich der Zentrierung.	41
Tab. 5: Getroffene Werte der wählbaren Parameter des Referenzprofils.	43
Tab. 6: Zusammenfassung der Geometriemaße des Referenzprofils.	44
Tab. 7: Zusammenfassung der Geometriemaße der Referenznabe.	46
Tab. 8: Zusammenfassung der untersuchten Probenformen.	47
Tab. 9: Abmessung des Ausgangsrohres.	52
Tab. 10: Gemessene Abmessungen des Ausgangsrohres.	53
Tab. 11: Soll- und Istmaße des Referenzprofils nach der Fertigung.	54
Tab. 12: Auslegungsparameter für zukünftige Profilformen.	55
Tab. 13: Soll- und Istmaße der Referenznabe.	56
Tab. 14: Chemische Zusammensetzung des Werkstoffes C22.	62
Tab. 15: Kennwerte aus dem Werkzeugschnitt der Rohrrhalbzeuge.	63
Tab. 16: Kennwerte vor dem umformenden Prozess des Rundrichtens.	63
Tab. 17: Materialkennwerte für ein ideal-elastisches Materialmodell (Rohr).	71
Tab. 18: Verdrillungs-Kennwerte des Ausgangsrohres.	75
Tab. 19: Mittelwerte der experimentell ermittelten Verdrillungen des Profils.	77
Tab. 20: FEM-Berechnung am Übergang von Profil zu Rohr.	80
Tab. 21: Gegenüberstellung der Verdrillung-Kennwerte des Profils.	81
Tab. 22: Materialkennwerte für ein ideal-elastisches Materialmodell (Profil).	81
Tab. 23: Langzeitfestigkeit des Profilrohres mit Nabe.	87
Tab. 24: Kennwerte zur experimentell ermittelten Langzeitfestigkeit (V3).	90
Tab. 25: Kennwerte zur experimentell ermittelten Langzeitfestigkeit (V4/V5).	91
Tab. 26: Kennwerte zur experimentell ermittelten Langzeitfestigkeit (V7).	93
Tab. 27: Rauheitswerte am Referenzprofil.	105
Tab. 28: Kennwerte des FKM-Nachweises für das Referenzprofil.	109
Tab. 29: Untersuchte Ausgangsrohrgößen für die Baureihenentwicklung.	122
Tab. 30: Startwert/Center Point für das Design 95x2,5x32-It.0.	134
Tab. 31: Stufenfestlegung für das Design 95x2,5x32-It.0.	136

Tab. 32: Zusätzliche Verifikationspunkte für 95x2,5x32-It.0.....	140
Tab. 33: Einstellung des Festigkeitsnachweises.....	141
Tab. 34: Anpassungsgüte ohne Verfeinerungspunkte für 95x2,5x32-It.0.	142
Tab. 35: Stufengrenze und Ergebniskandidat für 95x2,5x32-It.0.	143
Tab. 36: Zusammenfassung kombinierter Versagensansätze	148
Tab. 37: Herleitung des maximalen Öffnungswinkel $\alpha_{W,Oe,max}$	150
Tab. 38: Zulässiger Öffnungswinkel $\alpha_{W,Oe,max}$	151
Tab. 39: Ergebnisse der Iterationsschritte für 95x2,5x32.....	152
Tab. 40: Ergebnisse der Iterationsschritte für 95x2,5x18.....	154
Tab. 41: Optimierte Geometriegrößen mit angepasster Mitnehmerzahl z.	158
Tab. 42: Zusätzlich berechnete Stützpunkte für die Baureihenentwicklung.	159
Tab. 43: Torsionsmoment $M_{R,BR,mod}$ für die Baureihe.....	172
Tab. 44: Formzahlen $K_{t,r}$ für die Baureihe.....	174
Tab. 45: Kerbwirkungszahlen $K_{f,t}$ für die Baureihe.....	176
Tab. 46: Mitnehmerzahlen z für die Baureihe	179
Tab. 47: Zusammenfassung der Konstanten für die Baureihe.....	179
Tab. 48: Öffnungswinkel $\alpha_{W,Oe}$ für die Baureihe.....	180
Tab. 49: Teilungswinkel $\alpha_{W,TL}$ für die Baureihe	181
Tab. 50: Flankenlängen $L_{W,Tr}$ für die Baureihe.....	181
Tab. 51: Durchmesser des Fußgrundes $D_{W,F,1}$ für die Baureihe	182
Tab. 52: Radius der inneren Kopfausrundung $R_{W,K,0}$ für die Baureihe	182
Tab. 53: Gegenüberstellung der Verbindungen	186
Tab. 54: Massenvergleich zwischen konv. und leichtbauender Gelenkwelle...	187
Tab. 55: Kennwerte des statischen Torsionsprüfstandes.	XV
Tab. 56: Kennwerte des dynamischen Torsionsprüfstandes.	XV
Tab. 57: Zusammenfassung der Literaturangaben für den Werkstoff C22.	XVI
Tab. 58: Werte für das Materialmodell (multilinearer isotropen Verfestigung).	XVII
Tab. 59: Übersicht über die Einbaulage der tordierten Profilrohre.	XVIII
Tab. 60: Materialkennwerte für den FKM-Nachweis.	XXIII
Tab. 61: Annahmen für den Festigkeitsnachweis.	XXIV
Tab. 62: Einflussfaktoren des Konstruktionsfaktors (887 Nm).	XXV
Tab. 63: Einflussfaktoren des Konstruktionsfaktors (950 Nm).	XXVI
Tab. 64: Einstellwerte der Eigenspannungsmessung.	XXVII

Tab. 65: Messwerte der Eigenspannungsmessung.	XXVII
Tab. 66: Bestimmung entsprechender Verhältnisse des Referenzprofils.....	XXVIII
Tab. 67: Werte zur Flächenpressung des Referenzprofils.	XXVIII
Tab. 68: Variantenberechnung zur Bestimmung der benötigten Netzgüte.....	XXX
Tab. 69: Berechnete Varianten für $\alpha_{W,Z}$	XXXII
Tab. 70: DoE-Tabelle für 95x2,5x32-lt.0.	XXXIV
Tab. 71: Anpassungsgüte mit Verfeinerungspunkte.....	XXXVII
Tab. 72: Verfeinerungspunkte für 95x2,5x32-lt.0.	XXXVIII
Tab. 73: Numerische Zwischenergebnisse der Rohrgröße 40x1,5.	XL
Tab. 74: Numerische Zwischenergebnisse der Rohrgröße 40x1,8.	XL
Tab. 75: Numerische Zwischenergebnisse der Rohrgröße 40x2,0.	XLI
Tab. 76: Numerische Zwischenergebnisse der Rohrgröße 95x1,8.	XLII
Tab. 77: Numerische Zwischenergebnisse der Rohrgröße 95x2,5.	XLIII
Tab. 78: Numerische Zwischenergebnisse der Rohrgröße 95x3,0.	XLV
Tab. 79: Numerische Zwischenergebnisse der Rohrgröße 150x2,0.	XLVI
Tab. 80: Numerische Zwischenergebnisse der Rohrgröße 150x3,0.	XLVII
Tab. 81: Numerische Zwischenergebnisse der Rohrgröße 150x4,0.	XLVIII
Tab. 82: Numerische Zwischenergebnisse der zusätzlichen Rohgrößen.....	XLIX
Tab. 83: Regressionsparameter mit vollem und reduziertem Parametersatz.....	L
Tab. 84: Festigkeitsnachweis der Welle DIN 5480 - W38x2x18.....	LI

Verwendete Größen und Indizes

Lateinische Buchstaben

Zeichen	Einheit	Bedeutung
a_{BK,σ_j}	-	Dyn. Auslastung für Hauptspannungsrichtung σ_j
a_F	mm ²	Substitutionsvariable
a_{FKM}	-	Dyn. Auslastung nach der FKM-Richtlinie
$a_{FKM,mod}$	-	Dyn. Auslastung nach der FKM-Richtlinie (modifizierte Berechnung)
$a_{FKM,konv}$	-	Dyn. Auslastung nach der FKM-Richtlinie (konventionelle Berechnung)
a_{GH}	-	Dyn. Gesamtauslastung nach der Gestaltänderungshypothese
a_G	-	Konstante zur Bestimmung des Spannungsgefälles G_σ
$a_{R,\sigma}$	-	Konstante zur Bestimmung des Rauheitsfaktor
a_W	-	Abstreckung der Welle
$a_{W,A}$	-	Abstreckung der Wellenquerschnittsfläche
$a_{W,A,CAD}$	-	Erreichte Fläche des Profils (nach CAD)
$a_{W,F}$	-	Abstreckung des Fußes
$a_{W,K}$	-	Abstreckung des Kopfes
A_R	mm ²	Querschnittsfläche des Ausgangsrohres
$A_{R,gem}$	mm ²	gemittelte, gemessene Querschnittsfläche des Ausgangsrohres
A_T	-	Summe aller $i \cdot f_i$ im Treppenstufenverfahren
A_W	mm ²	Querschnittsfläche des Profils
$A_{W,F}$	mm ²	Kontaktfläche der Flanken
$A_{W,th}$	mm ²	Angestrebte Querschnittsfläche des Profils
A_5	%	Bruchdehnung (Zugprobe)
b_G	-	Konstante zur Bestimmung des Spannungsgefälles G_σ
$b_{N,k}$	mm	Breite der Klemmfläche der Nabe
d_{eff}	mm	effektiver Durchmesser (Zugprobe)
d_{i1max}	mm	Innendurchmesser einer Hohlwelle
$d_{N,K}$	mm	Innendurchmesser der Klemmfläche der Nabe
d_R	mm	Innendurchmesser des Profils
$d_{R,gem}$	mm	gemittelter, gemessener Außenrohrdurchmesser
D_{Do}	mm	Durchmesser des Dorns
$D_{N,A}$	mm	Außendurchmesser der Nabe
$D_{N,F,2}$	mm	Durchmesser des Nabenfußes
$D_{N,K}$	mm	Außendurchmesser der Klemmfläche der Nabe
$D_{N,K,2}$	mm	Durchmesser des Nabenkopfes
D_R	mm	Rohrdurchmesser/Bezugsdurchmesser
Fortsetzung auf Folgeseite		

Zeichen	Einheit	Bedeutung
$D_{R, \text{gem}}$	mm	gemittelter, gemessener Außenrohrdurchmesser
$D_{W, F, 1}$	mm	Durchmesser des Fußgrundes
$D_{W, F, m}$	mm	mittlere Flankendurchmesser
$D_{W, F, \text{max}}$	mm	maximaler Flankendurchmesser
$D_{W, F, \text{min}}$	mm	minimaler Flankendurchmesser
$D_{W, F, 0}$	mm	Innendurchmesser des Fußes
$D_{W, K, 0}$	mm	Innendurchmesser des Kopfes
$D_{W, K, Z}$	mm	Außendurchmesser des Kopfes mit Zentrierung
$D_{W, K, 1}$	mm	Außendurchmesser des Kopfes ohne Zentrierung
E	GPa	Elastizitätsmodul
f_{D0}	mm	Rückfederung am Dorn
f_i	-	Häufigkeit der Laststufe
$f_{W, \sigma}$	-	Zugdruckwechselfestigkeitsfaktor
$f_{W, \tau}$	-	Schubwechselfestigkeitsfaktor (dyn.)
f_r	-	Schubwechselfestigkeitsfaktor (stat.)
F_t	-	Summe f_i im Treppenstufenverfahren
$F_{W, F, P}$	N	Parallel zur Flanke stehende Kraft
$F_{W, F, S}$	N	Senkrecht zur Flanke stehende Kraft
$F_{W, F, U}$	N	Aus dem Torsionsmoment berechnete Umfangkraft für einen Mitnehmer
G	MPa	Schubmodul
G_{σ}	1/mm	Spannungsgefälle
j_D	-	Gesamtsicherheit
j_F	-	Materialfaktor
j_{ges}	-	Gesamtsicherheitsfaktor
$j_{n, S}$	-	statistischer Umrechnungsfaktor
j_S	-	Lastfaktor
K_A	-	Anisotropiefaktor
$K_{AK, t}$	-	Mittelspannungsfaktor (Auslegung nach dem Nennspannungskonzept)
K_{AK, σ_j}	-	Mittelspannungsfaktor für die Hauptspannungsrichtung σ_j
$K_{BK, t}$	-	Betriebsfestigkeitsfaktor (Auslegung nach dem Nennspannungskonzept)
K_{BK, σ_j}	-	Betriebsfestigkeitsfaktor für die Hauptspannungsrichtung σ_j
$K_{d, m}$	-	technologischer Größenfaktoren
$K_{f, t}$	-	Kerbwirkungszahl (Auslegung nach dem Nennspannungskonzept)
K_{f, σ_j}	-	Schätzwert für eine Formzahl einer Ersatzstruktur für die Hauptspannungsrichtung σ_j
K_R	-	Rauheitsfaktor
K_S	-	Schutzschichtfaktor (Auslegung nach dem Nennspannungskonzept)
K_{t, σ_j}	-	Formzahl für Ersatzstruktur

Fortsetzung auf Folgeseite

Zeichen	Einheit	Bedeutung
$K_{t,T}$	-	Formzahl gegen Torsion (Auslegung nach dem Nennspannungskonzept)
K_V	-	Randschichtfaktor
K_{WK,σ_j}	-	Konstruktionsfaktor für die Hauptspannungsrichtung σ_j
$K_{WK,t}$	-	Konstruktionsfaktor (Auslegung nach dem Nennspannungskonzept)
$l_{B,r}$	mm	Länge der Auslenkbleche
$l_{B,t}$	mm	Tangentiale Auslenkung der Auslenkbleche
l_{MS}	mm	Abstand zwischen zwei Auslenkblechen
L	mm	Länge der Gelenkwelle zwischen den Gelenken
$L_{aL,5E6}$	Nm	Langzeitfestigkeitslast bei $5 \cdot 10^6$ Lastwechseln
L_i	Nm	Laststufe des i-Versuches
$L_{N,Tr}$	mm	Flankenlänge der Nabe
$L_{W,Tr}$	mm	Flankenlänge der Welle
$L_{W,Z}$	mm	Sehnenlänge der Zentrierung
$L_{W,\ddot{U}}$	mm	Überdeckungslänge Welle und Nabe
m	mm	Modul
M_R	Nm	angreifendes Torsionsmoment
$M_{R,BR}$	Nm	Übertragbares Torsionsmoment der Baureihe
n	-	Anzahl der Proben
n_{bm}	-	bruchmechanische Stützzahl
n_{BR}	-	Stützzahl der Baureihe
n_{st}	-	statische Stützzahl
n_{vm}	-	Verformungsmechanische Stützzahl
n_{σ_j}	-	Stützzahl nach Stieler für die Hauptspannungsrichtung σ_j
$n_{\sigma,wm}$	-	Werkstoffmechanische Stützzahl
N_B	-	Schwingspielzahl
N_G	-	Grenzspielzahl
$p_{W,F,zul}$	MPa	Zulässige Flächenpressung der Rilsanschicht
$p_{W,F}$	MPa	Mittlere Flächenpressung
$P_{\ddot{U}}$	%	Überlebenswahrscheinlichkeit
$r_{N,F,2}$	mm	Rücknahme des Nabenkopfes
$r_{N,F,p,2}$	mm	Rücknahme der Flanke (parallel)
$r_{N,F,r,2}$	mm	Rücknahme der Flanke (radial)
$r_{N,Z,2}$	mm	Rücknahme der Zentrierung
R	-	Spannungsverhältnis
R_a	μm	Mittenrauwert
R_p	MPa	Streckgrenze
$R_{p,N}$	MPa	Streckgrenze aus Normprobe
$R_{p,0,2} \%$	MPa	Streckgrenze bei 0,2 %-Dehngrenze
R_m	MPa	Zugfestigkeit
$R_{m,N}$	MPa	Zugfestigkeit aus Normprobe
$R_{m,N,min}$	MPa	minimale Zugfestigkeit in der Werkstoffgruppe
$R_{W,Z}$	mm	Übergangsradius der Zentrierung
Fortsetzung auf Folgende		

Zeichen	Einheit	Bedeutung
$R_{W,K,1}$	mm	Übergangsradius des Kopfes
$R_{W,K,0}$	mm	Innenradius des Kopfes
R_z	μm	Rauheit
s_{DO}	mm	Spiel des Walzdorns
s_v	-	logarithmische Standardabweichung
$S_{AK,50\%}$	Nm	Langzeitfestigkeit mit einer Überlebenswahrscheinlichkeit von $P_{\bar{u}} = 50\%$
$S_{AK,97,5\%}$	Nm	Langzeitfestigkeit mit einer Überlebenswahrscheinlichkeit von $P_{\bar{u}} = 97,5\%$
$t_{N,B}$	mm	Dicke der Beschichtung
t_R	mm	Wanddicke des Rohres
$t_{R,gem}$	mm	gemittelte, gemessene Wanddicke des Rohres
$t_{W,F}$	mm	Wanddicke am Fuß
$t_{W,K}$	mm	Wanddicke am Kopf
$t_{W,Tr}$	mm	Flankentiefe
$t_{W,R,K,1}$	mm	Tiefe der Kopfabrundung
$t_{W,z}$	mm	Höhe der Zentrierung
T_a	MPa	Schubspannungsamplitude (Auslegung nach dem Nennspannungskonzept)
$T_{BK,t}$	MPa	Nennwert der Schubspannungsamplitude der Bauteilbetriebsfestigkeit (Auslegung nach dem Nennspannungskonzept)
$T_{SK,t}$	MPa	Statische Festigkeit gegen Torsion
$T_{WK,t}$	MPa	Bauteilwechselfestigkeit gegen Torsion
$V_{W,B}$	-	Überdeckungsverhältnis
$V_{W,G}$	-	Verhältnis des Fußgrundes
$V_{W,K,0}$	-	Verhältnis für den Innenradius des Kopfes
$V_{W,TL}$	-	Verhältnis der Teilung zwischen Kopf/Fuß
$W_{p,R}$	mm^3	polares Flächenträgheitsmoment des Rohres
$W_{p,R,gem}$	mm^3	polares Flächenträgheitsmoment des Rohres auf Basis der gemittelten, gemessenen Rohrabmessungen
x	mm	Profilverschiebung an einer Zahnwelle
x	mm	Ausdehnung in x-Richtung
x_F	mm	Substitutionsvariable
y	mm	Ausdehnung in y-Richtung
z	-	Zähnezahl, Mitnehmerzahl
z	mm	Ausdehnung in z-Richtung
z_{opt}	-	Optimale Mitnehmerzahl für eine Rohgröße

Hinweis zu den Einheiten: Soweit nichts Weiteres angegeben ist, sind die Größen in den in den Verzeichnissen angegebenen Einheiten anzunehmen.

Griechische Buchstaben

Zeichen	Einheit	Bedeutung
$\alpha_{W,F}$	°	Krafteingriffswinkel
$\alpha_{W,F,RP}$	°	Krafteingriffswinkel des Referenzgeometrie
$\alpha_{W,Mi}$	°	Mitnehmerwinkel
$\alpha_{W,Oe}$	°	Öffnungswinkel
$\alpha_{W,TL}$	°	Teilungswinkel Kopf/Fuß
$\alpha_{W,Z}$	°	Winkel der Innenkontur
β	°	Beugungswinkel
γ	rad	Scherwinkel
ε	mm/mm	Dehnung
ϑ'_R	°/(Nm mm)	Verdrillung des Rohres
$\vartheta'_{R,exp}$	°/(Nm mm)	Verdrillung des Rohres (exp. ermittelt)
ν	-	Querkontraktionszahl/Poissonzahl
ρ_{fP}	mm	Zahnfußrundung des Bezugsprofils einer Zahnwelle
σ	MPa	Bauteilspannung
$\sigma_{a,\sigma j}$	MPa	Größte Spannungsamplitude für die Hauptspannungsrichtung σ_j
$\sigma_{BK,\sigma j}$	MPa	Nennwerte der Amplitude der Bauteilbetriebsfestigkeit für die Hauptspannungsrichtung σ_j
$\sigma_{v,Mi}$	MPa	Vergleichsspannung nach v. Mises
$\sigma_{W,zd}$	MPa	Zug-Druck-Wechselfestigkeit
$\sigma_{1,max}$	MPa	Max. Hauptspannung
T_R	MPa	Schubspannung im Rohr
T_P	MPa	Schubspannung im profilierten Rohr
$T_{W,s}$	MPa	Werkstoffwechselfestigkeit für Schub
φ_B	rad	Auslenkung des Bleches
φ_{MS}	rad	Drehwinkel des Rohres/des Profils zwischen zwei Messstellen (MS)
φ'_{MS}	rad/mm	relativer Drehwinkel des Rohres/des Profils auf den Messabstand bezogen
$\varphi_{P,FEM}$	rad	Auslenkwinkel des Profils (analytisch)
$\varphi_{P,V}$	rad	Auslenkwinkel des Profils (exp.)
$\varphi_{R,A}$	rad	Auslenkwinkel des Rohres (analytisch)
$\varphi_{R,FEM}$	rad	Auslenkwinkel des Rohres (numerisch)
$\varphi_{R,V}$	rad	Auslenkwinkel des Rohres (exp.)

Hinweis zu den Einheiten: Soweit nichts Weiteres angegeben ist, sind die Größen in den in den Verzeichnissen angegebenen Einheiten anzunehmen.

Indizes

Zeichen	Bedeutung
Bei Geometriegrößen:	
F	Fuß
K	Kopf
N	Nabe
W	Welle
Z	Zentrierung
0	Innenkontur der Profilwelle
1	Außenkontur der Profilwelle
2	Innenkontur der rilsanierten Nabe
Bei Spannungen:	
1	1. Hauptrichtung
2	2. Hauptrichtung
Bei der Baureihenentwicklung:	
BR	Geometriegröße ermittelt für die Baureihe
max	Größte Stufe des Designraums
min	Kleinste Stufe des Designraums
Kand	Aus der Optimierung ergebener Kandidat
RP	Referenzprofil
0.It	Startentwurf
1.It	Erste Iterationsschleife
1.G	Näherungsgleichung mit Polynom 1. Grades
2.G	Näherungsgleichung mit Polynom 2. Grades

Verzeichnis verwendeter Abkürzungen

Abkürzung	Bedeutung
Abb.	Abbildung
BENTELER	BENTELER International Aktiengesellschaft (Hersteller des Rohres)
CAD	Computer-Aided Design
CFK	carbonfaserverstärkter Kunststoff
DoE	design of experiments
DIN	Deutsches Institut für Normung
EN	Europäische Norm
ESCOFIER	ESCOFIER SA (Hersteller für Umformmaschinen)
FEINTOOL	Feintool International Holding AG (Hersteller für Umformmaschinen)
FEM	Finite-Elemente-Methode
FELSS	Felss Group GmbH (Hersteller für Umformmaschinen)
FKM	Forschungskuratorium Maschinenbau
FVA	Forschungsvereinigung Antriebstechnik
GEH	Gestaltänderungshypothese nach v. Mises
GKN	Walterscheid GmbH (Hersteller für Gelenkwellen)
Gl.	Gleichung
GLEITMO	Markenname der Firma Fuchs Lubritech GmbH
GROB	Ernst Grob AG (Hersteller für Umformmaschinen)
IMW	Institut für Maschinenwesen der TU Clausthal
Kap.	Kapitel
LKW	Lastkraftwagen
MFFDP	Modifizierter Fretting-Fatigue-Damage-Parameter
MP	Messpunkt
NLPQL	Nonlinear Programming by Quadratic Lagrangian
Para.	Parameter
PROFIROLL	Profiroll Technologies GmbH
RILSAN	Handelsname für eine Kunststoffbeschichtung
RP	Referenzprofil
SMS	SMS group GmbH
SN	Schweißnaht
Tab.	Tabelle
TUC	Technische Universität Clausthal
VISTEON	Visteon Corporation (Hersteller für Umformmaschinen)
WEBO	WEBO Werkzeugbau Oberschwaben GmbH (Hersteller für Umformmaschinen)
WNV	Welle-Nabe-Verbindung
ZIM	Zentrales Innovationsprogramm Mittelstand

Kurzfassung

Zahnwellenverbindungen sind standardisierte Welle-Nabe-Verbindungen (WNV), welche vielseitig im gesamten Maschinenbau zur Verbindung zweier drehender Bauteile und zur Lastübertragung eingesetzt werden. Insbesondere im Bereich der Antriebstechnik besteht der Wunsch nach immer höheren Auslastungen, Leichtbau und Ressourceneffizienz. Eine signifikante Gewichtsreduzierung im Antriebsstrang ist oftmals nur durch einen ganzheitlichen Ansatz unter Berücksichtigung aller Bauteilkomponenten möglich. Eine Gewichtsreduktion einzelner Bauteile oder Baugruppen könnte durch Materialeinsparungen an unkritischen Stellen erreicht werden. Aktuelle Verzahnungsnormen wie z. B. die DIN 5480 (1) erlauben das Aussparen des unbelasteten Kerns der Verzahnung allerdings nur in engen Grenzen (2). Dies beruht darauf, dass mit zunehmendem Bohrungsdurchmesser eine zusätzliche Spannungserhöhung in der Verzahnung auftritt, die zu einer Schädigung des Bauteils führt.

Die Verwendung von dünnwandigen Rohren als Ausgangsmaterial, aus denen lastangepasste Mitnehmerprofile umformend hergestellt werden, verspricht eine deutliche Steigerung der Torsionsmomentenübertragbarkeit bei gleichem Materialeinsatz.

Die umformende Herstellung der Verzahnung erfordert allerdings eine neuartige Profilform. Zur Gestaltung der Verzahnung, welche maßgeblich die Übertragbarkeit bestimmt, liegen bis jetzt keine Auslegungsrichtlinien vor. Ziel dieser Arbeit ist es daher, zukünftigen Anwendern ausgehend von einem Ausgangsrohr eine Auslegungsmöglichkeit für dünnwandige Profilwellen zu bieten.

Dazu werden in dieser Arbeit als Anwendungsbeispiel die Anforderungen an eine dünnwandige Profilwelle eines Verschiebesitzes einer Gelenkwelle definiert, eine passende Verzahnungsform entwickelt, sowie die Herstellbarkeit mit einem Profilwalzverfahren der Firma GROB, vgl. (3), nachgewiesen. Durch statische Verdrehversuche und dynamische Torsions-Langzeitfestigkeits-Versuche konnte der experimentelle Nachweis über die Funktionsfähigkeit dünnwandiger Profilwellen zur Torsionsübertragung erbracht werden.

Die experimentellen Untersuchungen dienen darüber hinaus zum Abgleich eines parametrisierten FEM-Modells, welches die Bestimmung der Übertragbarkeit des

Torsionsmomentes abhängig der Größe des Ausgangsrohres und der Gestaltung des Profils ermöglicht. Die Gestaltung eines Profils ist durch eine Vielzahl an Geometriegrößen definierbar, z. B. durch die Mitnehmerzahl, diverse Radien, die Mitnehmertiefe sowie Wanddicken. Aus diesem Parameterfeld konnten fünf relevante Geometriegrößen identifiziert werden, welche hinsichtlich der Übertragbarkeit unter dynamischen Torsionslasten und der zur Verfügung stehenden Querschnittsfläche zu optimieren sind. Die Herausforderung besteht darin, dass diese Größen jeweils voneinander abhängig sind. Zur Optimierung wurde daher eine Berechnungsmethode auf Basis von Variantenrechnungen entwickelt.

Die mittels FEM berechneten Geometrievarianten ergeben sich dabei nach den Vorgaben eines statistischen Versuchsplans (Design of Experiments). Die Simulationsergebnisse werden genutzt, um mit Hilfe der Regressionsmodelle ein mathematisches Ersatzmodell aufzustellen, welches die Zusammenhänge zwischen den veränderlichen Eingangsgrößen und den Zielgrößen (übertragbares Torsionsmoment/Ausnutzung des Materials) beschreibt. Auf Basis dieses Ersatzmodells kann ohne eine weitere aufwändige FEM-Berechnung ein Optimum gefunden werden. Diese Berechnungsfolge wird für verschiedene Mitnehmerzahlen, umformbare Außendurchmesser (40 mm bis 150 mm) und Rohrwanddicken (1,5 mm bis 4 mm) wiederholt. Durch die Simulation sind damit wechselnd übertragbare Torsionsmomente im Bereich der Langzeitfestigkeit von 300 Nm bis 11 kNm zu erwarten.

Mit Hilfe einer abgeleiteten Baureihe steht dem Anwender eine experimentell und numerisch abgesicherte Auslegungsmöglichkeit zur Verfügung.

Damit können dünnwandige Profilwellen als ressourceneffiziente und bis zu 63 % leichtere Wellen gegenüber konventionellen Zahnwellen ausgelegt werden.

Abstract

In mechanical engineering, splined shafts are used to connect shafts and hubs for torque transmission. Especially in drive technology, there is a desire for increased capacity utilization, lightweight construction, and resource efficiency. A significant weight reduction is often only possible through an approach that takes all components into account. A weight reduction of splined shafts could be achieved by material savings at non-critical points. According to the current DIN 5480 (1) standard, the unloaded core of the splined shaft can only be removed within narrow limits. As the diameter of the bore increases, the tensions can increase to an inadmissibly high intensity in the remaining profile. Using thin-walled tubes as the raw material, from which load-adapted tooth profiles are formed, promises a significant increase in torque transferability in relation to material input.

Forming the splined shaft requires a new profile shape. To date there has not been any guideline available for the design and calculation of thin-walled profiles. The aim of this work is, therefore, to enable users to design such thin-walled profile shafts simply and safely.

In this paper, the requirements for such profile shafts are defined, a suitable form is developed, and the shaft's manufacturability is demonstrated with a profile rolling process. The potential of thin-walled profile shafts for torque transmission is proven by static torsion tests and dynamic torsion endurance tests.

In addition, these experiments validate a parametrized FEM model. Depending on the dimension of the output tube and the geometry of the profile, this model can be used to calculate the component load depending on the applied torsional moment. Five relevant geometric variables can be identified from many geometric variables. These interdependent variables must be optimized with regard to their transferability under dynamic loads and the surface area resulting from changes of the parameters. Therefore, a methodical calculation method based on variant calculations was developed for the optimization of the geometry design.

Based on a scheme of statistical design of experiments, geometrical variants are calculated using FEM. The simulation results are used to create a mathematical substitute model, which allows the load to be extrapolated and the material utilized

xx

based on the incoming geometry sizes and torque. This substitute model can be used to find an optimum without further time-consuming FEM calculations.

This calculation sequence is repeated for different numbers of teeth, formable tube wall thicknesses (1.5 mm to 4 mm) and outside diameters (40 mm to 150 mm). Based on the simulation, alternating transmissible torsional moments from 300 Nm to 11 kNm can be expected. From the extensive calculations similarities could be derived; thus, guidelines for a series could be developed.

1 Einleitung

1.1 Leichtbau als Optimierungsansatz

Angesichts immer knapper werdender Ressourcen und strengerer Umweltauflagen sind Unternehmen dazu gezwungen, ihre Produkte und Prozesse neu zu überdenken, neue Lösungen zu finden und Bestehendes zu optimieren. „Leichtbau“ als eine Konstruktionsphilosophie ist dabei ein möglicher Optimierungsansatz. Insbesondere bei sich bewegenden Maschinenteilen können durch Leichtbau nicht nur die Produkte in sich leichter gebaut werden, es ergeben sich daraus auch während der Einsatzdauer erhebliche Ressourceneinsparungen durch einen geringeren Energieverbrauch (4) und eine gesteigerte Nutzlast.

Für eine erfolgreiche Umsetzung eines ressourcensparenden Produkts ist eine ganzheitliche Betrachtung des gesamten Produkts und seiner Lebensdauer notwendig. Bereits in der Entwurfsphase können durch ein detailliertes Systemwissen schlecht ausgelegte und damit z. B. schwere Bauteile vermieden werden. Durch eine passende Materialauswahl, welche von höherfesten Leichtbaustählen (5) bis hin zu Faserverbundwerkstoffen (6) reichen kann, können sich weitere Gewichtsvorteile ergeben. Oftmals sind diese Werkstoffe in der Herstellung und Verarbeitung deutlich anspruchsvoller und insbesondere Verbundwerkstoffe am Ende der Lebenszeit nur bedingt wiederverwendbar und in ihrer Aufbereitung aufwändig, vgl. (4, 7).

Im Bereich des konstruktiven Leichtbaus geht es darum, die Materialien so einzusetzen, wie es für die Funktion notwendig ist, um die Gesamtauslastung der Bauteile zu erhöhen. Das übergeordnete Ziel besteht darin, das Gesamtprodukt leichter zu gestalten. Damit dieses Ziel erreicht werden kann, müssen allerdings bestehende und bewährte Maschinenelemente konsequent weiterentwickelt werden. Ihre Leistungsfähigkeit muss gesteigert werden, nach Möglichkeit bei einer Reduzierung des Gewichts.

1.2 Idee einer Leichtbaugelenkwelle

Im Bereich des Antriebsstranges, z. B. in Nutzfahrzeugen, wird das Maschinenelement Gelenkwelle dazu eingesetzt, um Torsionsmomente zwischen nicht fluchtenden Drehachsen zu übertragen. Aus kinematischen Gründen wird zwischen den Gelenken oftmals ein axialer Längenausgleich benötigt, welcher in der Regel durch eine Zahnwelle realisiert wird. Diese im gesamten Maschinenbau zur Torsionsmomentübertragung eingesetzten formschlüssigen Welle-Nabe-Verbindung (WNV) ist durch Normen (1, 8–11) definiert und die Welle in der Regel aus Vollmaterial ausgeführt. Der Kern der Zahnwelle überträgt nahezu kein Torsionsmoment und könnte daher im Hinblick auf Leichtbau entfallen. Aktuelle Auslegungsrichtlinien erlauben allerdings das Aussparen des Kerns nur in engen Grenzen, da mit zunehmendem Bohrungsdurchmesser eine zusätzliche Spannungserhöhung im kritischen Zahnfußbereich eintritt, vgl. Schäfer (12) bzw. Abb. 1. Zusätzlich ist das Ausbohren des Kerns aufgrund eines zusätzlichen Arbeitsschrittes wirtschaftlich und auch bzgl. der Ressourceneffizienz nicht sinnvoll und wird daher selten praktiziert.

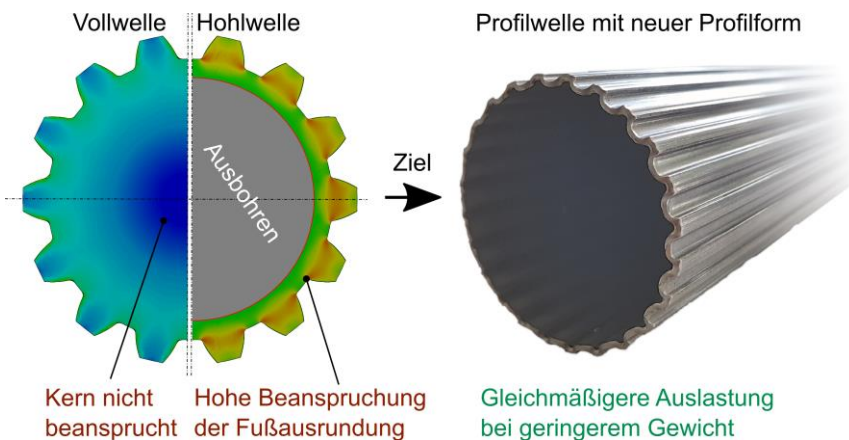


Abb. 1: Projektziel: Umformend hergestellte dünnwandige Leichtbau-Profilmittel: Das Entfernen/Ausbohren des Wellenkerns einer Zahnwelle führt zu einer unzulässig hohen Spannungskonzentration in der Zahnfußausrundung (rötliche Bereiche, qualitative Angaben). Durch eine umformend hergestellte, dünnwandige Mitnehmerverzahnung mit angepasstem Profil soll Gewicht reduziert und die Tragfähigkeit gesteigert werden.

Diese Arbeit basiert auf einem durch das Zentrale Innovationsprogramm Mittelstand (ZIM) geförderten Forschungsprojekts 4143801 AT5 des Instituts für Maschinenwesen (IMW) der Technischen Universität Clausthal (TUC) in Kooperation mit der Firma Josef Hohn GmbH (HOHN). Die Firma HOHN beschäftigt sich mit der Produktion und der Instandsetzung von Gelenkwellen im Bereich von Nebenantrieben, Baumaschinen, Nutzfahrzeugen und dem allgemeinen Maschinenbau. Die Innovation einer durch Hohn patentierten Leichtbaugelenkwelle (13) besteht darin, die Mitnehmerwelle des Längenausgleiches nicht mehr aus einer Vollwelle, sondern aus einem dünnwandigen Rohr umformend herzustellen. Die Profilform ist dabei nicht näher beschrieben. Diese neu zu entwickelnde Profilform sollte möglichst hohe Torsionsmomente bei geringem Gewicht unter Berücksichtigung der Herstellbarkeit und der Beanspruchbarkeit übertragen können. Bestehende Auslegungsrichtlinien und Normen können für umgeformte und dünnwandige Profilformen nicht angewendet werden. Diese Wissenslücke soll mit dieser Arbeit geschlossen werden.

Das IMW kann auf eine Jahrzehnte lang andauernde und durchgehende Forschungstätigkeit im Bereich der Maschinenelemente, insbesondere im Bereich der Kupplungen, Gelenkwellen und Zahnwellen, zurückblicken, vgl. Kap. 3.2.1. Als wissenschaftlicher Mitarbeiter dieses Instituts und als Projektbearbeiter übernahm der Autor dieser Arbeit die Auslegung, Berechnung, Simulation und die Ausführung der experimentellen Versuche. Die wesentlichen Ergebnisse dieses Vorhabens sind in dieser Arbeit zusammengefasst, sodass am Beispiel eines Längenausgleiches einer Gelenkwelle die Funktionserfüllung und die methodische Auslegung dünnwandiger Profilwellen gezeigt werden können.

Ziel dieser Arbeit ist es, die Anwendbarkeit dünnwandiger Profilwellen zur Übertragung von Torsionsmomenten nachzuweisen und den Anwendern eine Möglichkeit zur Auslegung dünnwandiger Profilwellen zu geben.

2 Problemstellung und Zielsetzung

Das wesentliche Ziel dieses Vorhabens liegt in einer betriebssicheren Auslegung einer Welle-Nabe-Verbindung, bei welcher aus einem dünnwandigen Stahlrohr eine dünnwandige Profilwelle umformend hergestellt wird. Dabei sind die verfügbaren Rohrdurchmesser, umformbaren Rohrmaterialien, die Restriktionen der Herstellbarkeit sowie die Gestaltung einer optimierten Profilform unter Berücksichtigung der Beanspruchbarkeit und des Flankenverschleißes zu beachten. Für die Auslegung einer dünnwandigen Profilform gibt es bisher keine Richtlinie, sodass zuerst eine grundlegende Vorgehensweise zur Profilentwicklung erarbeitet werden muss.

Die Arbeit ist chronologisch aufgebaut, vom Profilentwurf, über die Fertigung der Prototypen, über die Versuche bis hin zum Abgleich der FEM-Modelle. Mit den experimentell abgesicherten FEM-Modellen kann im Rahmen dieser Arbeit eine Baureihenentwicklung erfolgen und Auslegungshinweise können gegeben werden. Dementsprechend ergeben sich während der Umsetzung folgende Kernfragen, welche jeweils kapitelweise beantwortet werden:

Kapitel 3: Stand der Technik: Welche Erfahrungen aus bestehenden Leichtbaukonzepten und Forschungsergebnissen können in die Gestaltung der neuen Profilform einfließen? Welche Fertigungsverfahren sind für dünnwandige Profilverformungen geeignet?

Kapitel 4: Definition der Referenzprofilform: Welche Funktionen muss ein Profil erfüllen, sodass eine optimale Übertragbarkeit bei gleichzeitiger Herstellbarkeit mit dem GROB-Verfahren sichergestellt ist?

Kapitel 5: Herstellung von Proben: Welche Proben müssen zur experimentellen Absicherung der Profile hinsichtlich der Übergänge zwischen Rohr und Profil und einer kerbüberlagerungsfreien Einspannung gefertigt werden?

Kapitel 6: Maßhaltigkeit der hergestellten Proben: Welche Abweichungen ergeben sich zwischen Zeichnungsmaßen und der gefertigten Profilform?

Kapitel 7: Validierung des FEM-Berechnungsmodells: Können die FEM-Simulation mit Hilfe statischer und dynamischer Torsionsversuche soweit abgesichert werden, dass eine numerische Berechnung auch für andere Baugrößen möglich wird?

Kapitel 8: Baureihenentwicklung: Wie müssen Verzahnungsformen aussehen, sodass ein Optimum in der dynamischen Torsionsübertragbarkeit bei gleichzeitiger Fertigbarkeit für unterschiedliche Rohrdurchmesser und Wanddicken erreicht werden kann?

Kapitel 9: Auslegungsrichtlinie: Welche geometrischen Zusammenhänge können über verschiedene Baugrößen erkannt werden, um daraus Auslegungsempfehlungen abzuleiten?

Kapitel 10: Eigenschaften der Profilrohre: Welche Gewichtseinsparung unter Berücksichtigung der Vor- und Nachteile ergeben sich durch dünnwandige Profilverformungen?

Kapitel 11: Ausblick: Welche Ziele wurden erreicht und welche weiteren Entwicklungsschritte, Chancen und Möglichkeiten ergeben sich aus den Ergebnissen?

3 Stand der Technik

3.1 Einordnung der Arbeit im Bereich der WNV

Antriebswellen: Aggregate wie Motoren, Pumpen und Getriebe können häufig nicht unmittelbar miteinander verbunden werden. Die räumliche Weiterleitung der zwischen den Aggregaten zu übertragenden Torsionsmomente und Drehzahlen kann durch sogenannte Antriebswellen erfolgen. Sind die Wellenachsen der Aggregate zueinander nicht coaxial ausgerichtet oder verändern zeitlich ihre Ausrichtungen, so werden häufig Gelenkwellen zur Verbindung eingesetzt. Dieses Maschinenelement wird nach Roloff/Matek (14) in die Gruppe der nicht schaltbaren Kupplungen eingeordnet und erfüllt folgende Aufgaben:

- Übertragung von Torsionsmomenten und Drehbewegungen bei
- radialem Achs- und Winkelversatz und oftmals in Kombination mit einem
- axialen Längenausgleich.

Gelenkwellen lassen sich bzgl. ihrer Gelenkbauweise in Gleichlauf- und Kreuzgelenkwellen unterscheiden. In Personenkraftwagen werden aufgrund der gleichförmigen Drehbewegungsübertragung verstärkt Gleichlaufgelenke eingesetzt, während im Bereich der Nutzfahrzeuge aufgrund höherer Lebensdauer, größerer Beugungswinkel β und übertragbarer Torsionsmomente die günstigeren und einfacher aufgebauten Kreuzgelenke eingesetzt werden (15).

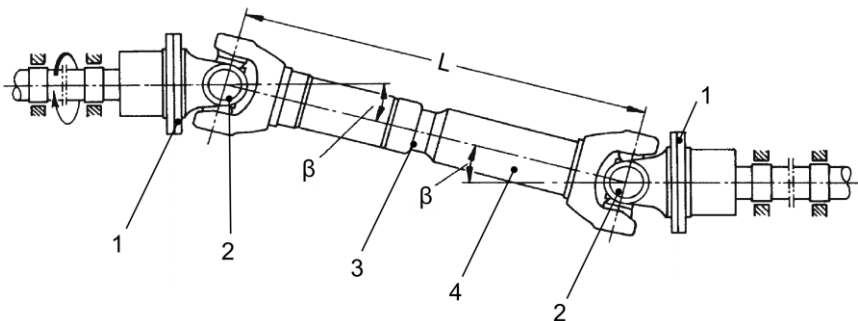


Abb. 2: Aufbau einer Kreuzgelenkwelle: Der Aufbau besteht aus zwei Anschlussflanschen /1/, zwei Gelenken /2/, einem Längenausgleich /3/ und einem Verbindungsrohr /4/, welches in der Regel eingeschweißt wird. Abb. mit Änderungen entnommen aus Seherr-Thoss (15).

Längenausgleich durch eine Mitnehmerverbindung: Bei veränderlicher Position der angeschlossenen Aggregate, z. B. durch Einfedern der Hinterradachse und damit einer Auslenkung der Gelenkwelle, muss bedingt durch die Kinematik ein axialer Längenausgleich in der Gelenkwelle über der Länge L stattfinden. Dies erfolgt heute meist durch einen axial verschiebbaren Längenausgleich, welcher eine Welle-Nabe-Verbindung darstellt. Die Aufgabe einer Welle-Nabe-Verbindung besteht im Allgemeinen darin, eine Verbindung zwischen zwei um ihre Längsachse rotierenden Maschinenelementen herzustellen. Als Welle wird dabei in der Regel ein längliches, zylindrisches Bauteil bezeichnet, welches in eine Nabe mit passender Gegenkontur eingefügt wird. Oftmals treten in der Praxis neben dem Torsionsmoment weitere Belastungen wie Biegemomente oder radiale oder axiale Kräfte auf, welche z. B. aus auf der Welle montierten Zahnrädern oder dem leistunglosen Biegemoment (15, 16) in Kreuzgelenkwellen entstehen können. Bei formschlüssigen Verbindungen wird eine gegenseitige Anbindung der zu verbindenden Bauteile durch ein formschlüssiges Ineinandergreifen geometrisch abgestimmter Formkörper erreicht. Dieser Formschluss erlaubt es, Welle-Nabe-Verbindungen zu gestalten, welche eine axiale Verschiebung zwischen Welle und Nabe auch unter der Übertragung von Torsionsmomenten erlaubt. Die Gestaltung und der Forschungsstand zur Auslegung möglicher formschlüssiger Verbindungen ist vielfältig und abhängig der Art der Fertigung, dem Zweck, dem Ort und dem Zeitraum der Entwicklung (17). In dieser Arbeit wird der Begriff der Mitnehmerverbindung als Sammelbegriff für formschlüssige Verbindungen verwendet, sobald sie mehr als zwei Mitnehmer, Keile oder Zähne aufweisen. Häufig verwendete Profilformen sind genormt und sind/waren zum Teil durch Vorschriften zur Tragfähigkeitsberechnung (18) abgesichert, wie beispielsweise:

- Standard ANSI B92.2M: Metric Module Involute Splines (19)
- DIN ISO 4156: Passverzahnungen mit Evolventenflanken (11)
- DIN 5471: Keilwellen- und Keilnaben-Profile mit 4 Keilen (8)
- DIN 5480: Passverzahnungen mit Evolventenflanken und Bezugs[...] (1)
- DIN 5481: Passverzahnung mit Kerbflanken (10)
- DIN 5464: Passverzahnungen mit Keiflanken (9)
- DIN ISO 14: Keilwellen-Verbindung mit geraden Flanken[...] (20)
- DIN 32711: Welle-Nabe-Verbindung – Polygonprofil P3G (21)
- DIN 32712: Welle-Nabe-Verbindung – Polygonprofil P4C (22)

Die Verbindungsformen werden zum Teil kontinuierlich wissenschaftlich untersucht und ihre Auslegung stetig verbessert. Ein guter Überblick über die unterschiedlichen Verzahnungsformen und ihre Einsatzgebiete ist in der Arbeit von Daryusi (23) zu finden. Demnach sind Keilwellen nur im geringeren Umfang verbreitet und Kerbverzahnungen werden hauptsächlich als Positionierelemente verwendet. Zahnwellenverbindungen nach DIN 5480 werden am häufigsten eingesetzt, insbesondere bei Gelenkwellen für den europäischen Markt als Längenausgleich, aber auch als Mitnehmer in Lamellenkupplungen oder in Schaltgetrieben (24). Aufgrund der hohen Verbreitung sowohl in der Praxis als auch in der Forschung wird die Profilform nach DIN 5480 in dieser Arbeit als Vergleichsprofil verwendet und allgemein als „Zahnwelle“ bezeichnet.

3.2 Torsionsmomentenübertragbarkeit und Leichtbau

Der Bereich des Leichtbaus kann mit dem Formleichtbau, dem Stoffleichtbau und dem Fertigungsleichtbau in drei Strategierichtungen eingeteilt werden. Der Formleichtbau versucht durch eindeutige und kerbarme Kraftleitungswege die Leistungsdichte zu erhöhen. Werden konventionelle Werkstoffe durch Leichtbaustoffe (z. B. CFK) oder Materialien mit höheren spezifischen Leistungsdichten ersetzt, so wird dies als Stoffleichtbau bezeichnet. Die Strategie des Fertigungsleichtbaus verfolgt das Ziel, durch Funktionsintegration und Nutzung aller technologischen Fertigungsmöglichkeiten Produkte entstehen zu lassen, die sich durch einen möglichst geringen Materialeinsatz sowie eine minimale Anzahl an Verbindungsstellen auszeichnen (4). Zur Leistungssteigerung sind inzwischen alle Strategien auch in Kombination in Antriebswellen und insbesondere in den kritischen Stellen, den Welle-Nabe-Verbindungen, zu finden.

3.2.1 Formleichtbau durch höhere Auslastung

Die Mehrheit der Schadensfälle in der Antriebstechnik lässt sich nach Daryusi (23) auf die festigkeitsreduzierende Wirkung von Kerben in Achsen oder Wellen zurückführen. Kerben sind Verringerungen des Bauteilquerschnittes, die eine Störung des „Kraftflusses“ und damit örtliche Spannungsüberhöhungen verursachen. Das Versagen kann bereits bei der ersten Beanspruchung durch

einen Gewaltbruch eintreten, oder aber durch Werkstoffermüdung infolge zyklischer Beanspruchungen, wenn die Beanspruchung über der Beanspruchbarkeit des Werkstoffes liegt. Das Vorgehen zum Abgleich von Beanspruchung und Beanspruchbarkeit unter Berücksichtigung von Sicherheiten ist in Auslegerichtlinien festgehalten. In dieser Arbeit wird der Festigkeitsnachweis nach der FKM-Richtlinie (25) verwendet, welcher eine Auslegung sowohl nach dem Nennspannungskonzept, als auch mit örtlichen Spannungen erlaubt und damit einhergehend die Verwendung von FEM-Berechnungen zulässt. Zur Berechnung von Wellen und Achsen auf Basis von Form- und Kerbwirkungszahlen ist auch der Nachweis nach DIN 743 (26) möglich, welcher aber nur die Nennspannungen berücksichtigt.

Diese Richtlinien unterliegen einer ständigen Verbesserung und Erweiterung, wie z. B. durch die Forschungstätigkeiten nach (27–32). Dies soll den Konstruierenden eine noch präzisere Auslegung von Bauteilen, eine Steigerung der Tragfähigkeit und letztendlich damit ggf. eine Reduzierung des Gewichts im Sinne des Leichtbaus ermöglichen.

Die Auslegung von Mitnehmerverbindungen ist allerdings von einer Vielzahl von Einflussfaktoren abhängig. Mit den genannten, allgemeingültigen Auslegungsrichtlinien kann eine Auslegung ohne FEM-Berechnungen nur bedingt erfolgen.

Das IMW der TU Clausthal kann beginnend mit Dietz (33) auf eine inzwischen 40-jährige Forschungstätigkeit im Bereich der WNV, insbesondere der Mitnehmerwellen, zurückblicken. In zahlreichen Dissertationen (34–39) und Forschungsvorhaben wurden als Hauptversagensursachen der Verschleiß und der Verlust der Tragfähigkeit aufgrund des Materialversagens durch Spannungsüberhöhung erkannt. Aus den Ergebnissen wurde für die Tragfähigkeitsberechnung von Zahn- und Keilwellen die Norm DIN 5466 (18) entwickelt, welche aktuell (2020) jedoch zurückgezogen ist. Ausführliche Zusammenfassungen zum Stand der Forschung bis etwa 2010 sind unter (23), (24), (38) und (39) zu finden. Für diese Arbeit wesentliche Erkenntnisse sind nachfolgend zusammenfassend aufgeführt.

Verschleiß: Im Kontaktbereich zwischen Welle und Nabe bildet sich immer ein tribologisches System, welches zu Verschleiß und in Folge dessen zu einem Bauteilversagen führen kann. Der Verschleiß an Mitnehmerverbindungen wurde u. a. durch Zapf (35), Mendel (36), Schäfer (37), Ziaei (40), Hua (41), Shen (42) und Spura (43) in zahlreichen Experimenten und numerischen Untersuchungen erforscht. Die Erkenntnisse aus diesen Arbeiten, soweit sie auf den Anwendungsfall übertragbar sind, fließen in die spätere Auslegung der Verbindung ein.

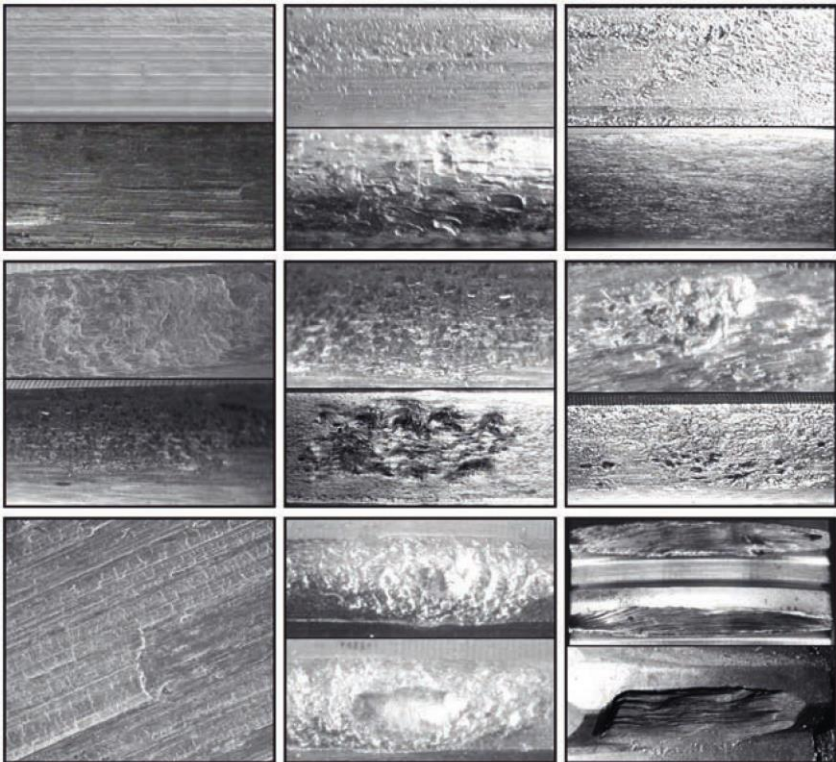


Abb. 3: Verschleißerscheinungen an Zahnwellen: In Leserichtung: Riefen, Eindrückungen, Narben und Mulden, Oberflächenzerrüttung, Grübchen, Fresser, Schubrisse, Wurmsspuren, Profiländerung. Abb. mit Änderungen entnommen aus Spura (44).

Im Gegensatz zu Laufverzahnungen kann nach Spura (44) der Verschleiß in Mitnehmerverbindungen aufgrund der Relativbewegungen zwischen Nabe und Welle nicht vollständig verhindert, sondern durch Abhilfemaßnahmen nur verringert werden. Nach Spura (44) führen Maßnahmen wie eine geeignete Schmierstoffauswahl bzw. Ölschmierung, eine Reduzierung der Flankenpressung, der spezifischen Reibleistung sowie eine passende Werkstoffpaarung zu reduzierten Verschleißraten. Die in Abb. 3 dargestellten Verschleißerscheinungen an bombierten Zahnwellen lassen sich auch für Mitnehmerverbindungen übertragen.

Da in diesem Vorhaben eine Paarung einer geschmierten Stahlwelle mit einer mit RILSAN beschichteten Nabe untersucht wurde, sind die Ergebnisse aus dem Forschungsvorhaben FVA 505 I (45) und FVA 505 II (46) zur Untersuchung der Reibkraft- und Verschleißreduzierung im Gelenkwellen-Längenausgleich hervorzuheben. Sie wurden in der Auslegung wie folgt berücksichtigt:

Durch eine Rilsanschicht kann die Spannungsüberhöhung im Übergang zwischen Welle und Nabe deutlich gegenüber einem Stahl/Stahl-Kontakt abgebaut werden, wie Abb. 4 zeigt.

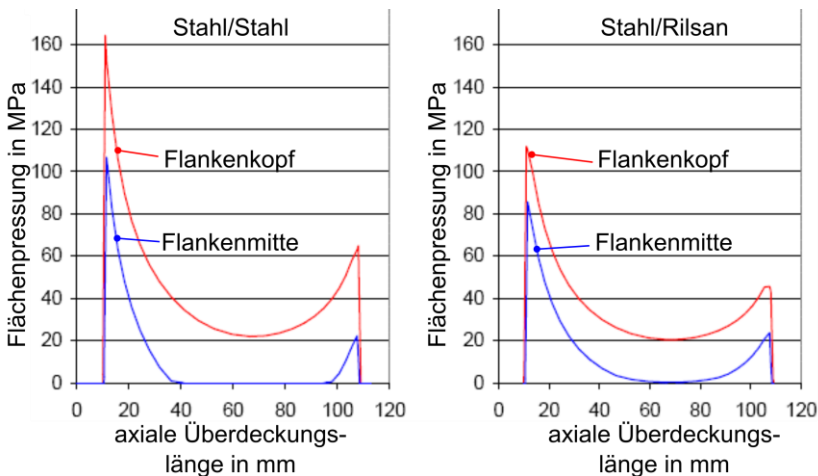


Abb. 4: Flächenpressung an einer Zahnwelle (FEM): Eine Rilsanschicht verringert die Spannungsüberhöhung am Nabenübergang deutlich. Abb. mit Änderungen entnommen aus Lau und Schäfer (47).

Größere Überdeckungslängen zwischen Welle und Nabe führen zu geringeren Knick- und Verdrehspielen, verbessern die Wuchtgüte und Verlängern die Betriebsdauer durch geringeren Verschleiß. Auch mit Zentrierungen über den Außendurchmesser, wie sie bei SAE-Keilwellenverzahnungen (48) vorkommen, ergeben deutlich geringere Knickspiele. Während Stahl/Stahl-Kontakte durch Verschleiß zu einem Verkleben führen können, zeichnen sich Stahl/RILSAN-Kontakte über einen streuungsarmen und sehr geringen Reibwert von 0,06 (bis 0,12) aus. Dies führt neben geringen Verschleißraten zu geringeren Axialverschiebekräften. In Kombination mit dem Schmierfett Fuchs 585K ist eine sehr verschleißarme Verbindung zu erwarten.

Vidner (49) gibt mit Hilfe verschiedener Verbindungsformen, unter anderem auch Zahnwellen, einen sehr umfassenden Überblick über die Wirkmechanismen des tribologischen Systems in WNV an. Zudem stellt er aktuelle Berechnungsansätze zur Festigkeitsbewertung unter Berücksichtigung von Verschleiß vor. Er resümiert, dass sich die Vielzahl an veröffentlichten Untersuchungen auf jeweils individuelle Anwendungen fokussiert und bis heute einheitliche Prüfvorschriften, Prüfstände und Grundlagenuntersuchungen für eine allgemeingültige Verschleißvorhersage fehlen.

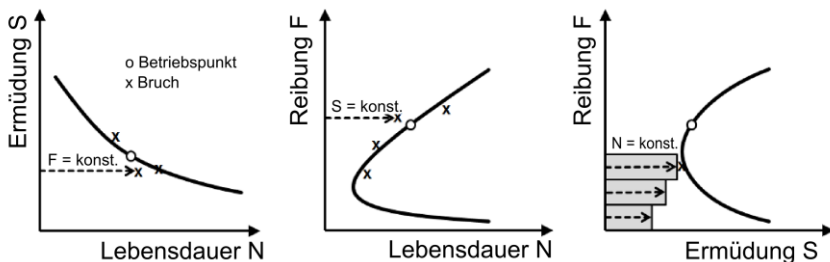


Abb. 5: Versuchsvarianten zur Bestimmung der Lebensdauer: Treppenstufenverfahren entlang SN-Schnittkurve, Zeitfestigkeitsversuche entlang FN-Schnittkurve und Blockstufenversuche in der FS-Schnittkurve. Abb. mit Änderungen entnommen aus Vidner (49).

Er entwickelt ein kombiniertes Prüfverfahren zur Bestimmung eines tribologischen Rauheitsfaktors, welches mit Hilfe einer Erweiterung des Ermüdungsfestigkeitsnachweises nach der FKM-Richtlinie die Bewertung von reibdauerbeanspruchten

Systemen ermöglicht. Für die praxisnahe Anwendung sind allerdings noch viele Kennwerte mit Hilfe aufwändiger experimenteller Versuche zu ermitteln. Diese stehen bis jetzt insbesondere für diesen Anwendungsfall nicht zu Verfügung. Demnach musste eine vereinfachte Auslegung zur Berücksichtigung des Reibverschleißes erfolgen, welche ein zulässiges Kräfteverhältnis zwischen Normal- und Tangentialanteil der Umfangskraft sowie eine zulässige Flächenpressung unter Vernachlässigung der Nabe berücksichtigt.

Tragfähigkeit: Der Versagensort einer unter dynamischer Torsion belasteten Zahnwelle liegt in der Regel in der hochbelasteten Zahnfußausrundung unmittelbar vor dem Übergang von Welle und Nabe (18). Der Grund dafür liegt in dem Steifigkeitssprung und der damit zusätzlich induzierten Kerbwirkung. Die Höhe der zusätzlichen Beanspruchung ist neben der Kerbgeometrie, außerdem von der Gestaltung der Nabe, der Überdeckungslänge, der Flächenpressung sowie weiteren Faktoren abhängig.

Die Anwendenden der Verzahnungsnorm DIN 5480 (1) können basierend auf einem gewählten Bezugsdurchmesser d_b den Modul m bzw. die Zähnezahl z in größeren Bereichen frei wählen. Wesolowski zeigt in (38), dass es dabei eine starke Abhängigkeit zwischen Zähnezahl und Tragfähigkeit gibt. Schäfer (50) ergänzt, dass eine optimale Zähnezahl in einem Bereich zwischen 25 % und 50 % des nach DIN 5480 möglichen Moduls je Bezugsdurchmesser liegt und gibt Hinweise zur weiteren Auslegung von Zahnwellen. Die Festlegung der Zahnfußausrundung ist demnach entscheidend für die Tragfähigkeit, vgl. Mörz et al. (51). Bezüglich der Gestaltung der Zahnfußausrundung unterscheiden sich die Verzahnungsnormen deutlich. In DIN 5480 (1) sind Mindestfußrundungsradien des Bezugsprofils in Abhängigkeit vom Herstellungsverfahren mit $p_{FP} = 0,16 \cdot m$ für Zerspanen und für Kaltwalzen bis $0,54 \cdot m$ angegeben. DIN ISO 4156 (11) unterscheidet hingegen zwischen einem flachem Fuß (flat root) und einer vollen Fußausrundung (fillet root). Durch die größere Fußausrundung können die kritischen Spannungen nach linear-elastischen numerischen Untersuchungen bis zu 33 % abgesenkt werden.

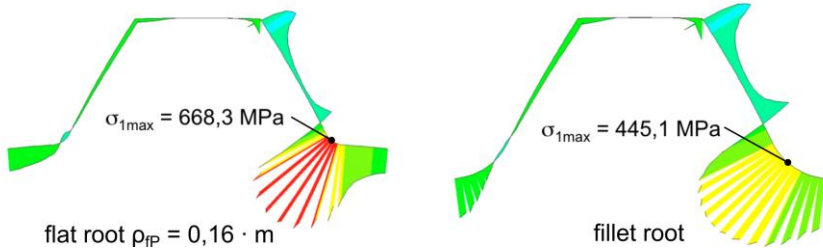


Abb. 6: Einfluss der Fußausrundung auf die Hauptspannung. Abb. mit Änderungen entnommen aus Schäfer (12).

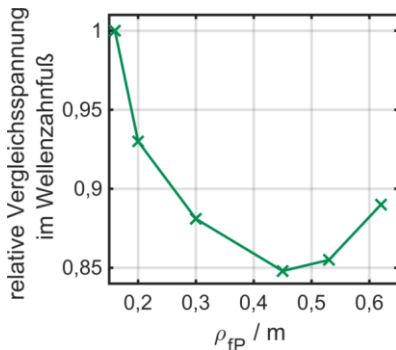


Abb. 7: Einfluss von ρ_{FP} auf die Zahnfußspannung nach Schäfer.

Schäfer (52) zeigt, dass ein Optimum für einen Zahnfußausrundungsradius zwischen 0,45 bis 0,5 · m existiert und empfiehlt die Herstellung von Zahnwellen mit größeren Fußausrundungen. Die Bestimmung des Optimums in Abhängigkeit des Bezugsdurchmessers, des Moduls, des Fußrundungsradius des Bezugsprofils und des Flankenwinkels wird aktuell von Wild (53) untersucht.

Nach Schäfer und Wild (54) werden bei Zahnwellenverbindungen immer häufiger Tragfähigkeitsgrenzen erreicht. In der Veröffentlichung (52) berichtet Schäfer von Variantenberechnungen von elliptischen Fußausrundungen bei Zahnwellen, basierend auf einer Projektarbeit von Herre (55). Er zieht den Schluss, dass sich keine Vorteile bei elliptischen Ausrundungen, insbesondere bei Vollwellen, bzgl. einer Tragfähigkeitssteigerung gegenüber einer Vollausrundung ergeben. In einer darauf aufbauenden Masterarbeit von Herre (56), die von Schäfer in (12) zusammenfassend wiedergegeben wird, wurde eine Zahnwellenverbindung DIN 5480 45x2x30x21 mit großer Fußausrundung $\rho_{FP} = 0,48 \cdot m$ und Zahnfußformen nach der Methode der Zugdreiecke untersucht. Die letztgenannte Methode schneidet sehr tief in die Welle ein, sodass diese insbesondere bei Hohlwellen nicht zu empfehlen ist. Zunehmende Bohrungsdurchmesser führen auch bei Wel-

len mit Vollausrundung zu deutlichen Spannungsüberhöhungen in der Zahnfußausrundung. Bereits bei Bohrungsdurchmessern mit der Hälfte des Bezugsdurchmessers d_B ist eine 10 %-ige Erhöhung der Zahnfußspannung festzustellen. Diese Zunahme steigt mit zunehmendem Bohrungsdurchmesser aufgrund der Wanddickenverringering sehr stark an. Bei einem Bohrungsdurchmesser von 66 % von d_B ergibt sich bereits eine Verdoppelung der Spannung.

Arslan und Öztamaz (57) hingegen konnten einen positiven Einfluss von elliptischen Ausrundungen gegenüber konstanten Radien bei Zahnstangen feststellen, sofern die Tiefe des Fußgrundes konstant gehalten wurde. Die Möglichkeit der Reduzierung der Bauteilspannung mit Hilfe der Ellipsenausrundungen mit einem Achsenverhältnis von 0,8 und einem angepassten Welle-Fußkreisdurchmesser wurden durch Arslan und Aksu in (58) festgestellt.

Die nahezu freie Gestaltbarkeit von Umformwerkzeugen, vgl. Kap. 3.3, aber auch genauere Fertigungsverfahren in der spanenden Fertigung, wie das Unrund-Drehen (59), sowie das Senk- oder Drahterodieren, ermöglichen neue Profilformen abseits der klassischen, zum Teil sehr restriktiven Evolventenverzahnung. Eine Möglichkeit eines alternativen Verzahnungsprofils stellen Novikov-Verzahnungen dar, deren Profile eine Kreisbogenform aufweisen. Dietz und Wächter konnten in (60–62) zeigen, dass sich die Zahnfußspannung auf 77 % und die Flankenbeanspruchung auf 68 % bei dieser Profilform im Vergleich zu einer Zahnwelle bei gleicher Grundabmessung verringern lassen.

Mit der Verbesserung nach DIN 32711 und DIN 32712 standardisierten Polygonprofilen mit drei und vier Mitnehmern beschäftigt sich Ziaei (63). Diese Profile weisen zwar eine sehr geringe Kerbwirkung auf, neigen aber nach Winterfeld (64) zu starken Reibkorrosionen und benötigen aufgrund flacher Flanken und damit hohen in radialer Richtung wirkender Kräfte deutlich dickwandigere Naben. In einem Patent (65) entwickelt Ziaei die Idee für formschlüssige Welle-Nabe-Verbindungen für mehrere Mitnehmer auf Basis von Trochoidengleichungen weiter. Mit Hilfe der Exzentrizitäten lassen sich rechnerisch sehr beliebige, aber stets kontinuierliche Verzahnungsformen bilden. Deren

Torsionsspannungen lassen sich nach Ziaei (66) zum Teil durch Anwendung der konformen Abbildungen analytisch berechnen. Im Rahmen des Forschungsvorhabens FVA 742 I (51) wurden die evolventischen Zahnwellenverbindungen nach DIN 5480 und die komplexen Trochoiden bzgl. ihrer Tragfähigkeit optimiert und miteinander verglichen. Es wurden drei verschiedene Trochoidenformen mit konstantem Hülldurchmesser von $d_B = 25 \text{ mm}$ bzgl. ihrer Mitnehmerzahl untersucht. Ausgewertet wurden Vergleichsspannungen nach der Gestaltänderungshypothese in der Welle und Nabe; zusätzlich in der Welle die erste Hauptspannung und die Torsionsspannung im freien Profilbereich ohne Nabe. Für die Quantifizierung des Reibverschleißes der Verbindung, wurden die Flächenpressung, der tangentialer Schlupf und der Reibkorrosionsparameter MFFDP ausgewertet. Durch einen Quervergleich der jeweiligen Merkmale und durch eine gute Einstellbarkeit mittels der Hauptexzentrizität wurde ein M-T04-Profil als eine geeignete Form erkannt. Weitere Simulationen ergaben für ein weiterentwickeltes M-T046-Profil eine optimale Mitnehmerzahl z von 18 bei einer konstanten Profilhöhe. Im Vergleich zur optimierten Evolventenverzahnung DIN 5480 25x1,25x18 mit $p_{FP} = 0,48 \cdot m$ weist das Trochoidenprofil eine gleiche Mitnehmerzahl und eine deutlich geringere Mitnehmerhöhe auf.

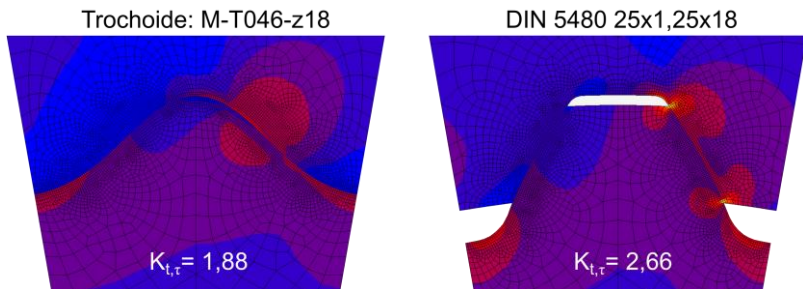


Abb. 8: Vergleich einer Trochoiden- und einer Evolventenverbindung (FEM). Abb. mit Änderungen entnommen aus Mörz et al. (51).

Es ergeben sich sowohl rechnerisch als auch experimentell für die Trochoiden deutlich geringere Kerbwirkungszahlen. Wild (67) erkannte als Grund für die geringere Tragfähigkeit der DIN 5480-Verzahnung, dass ihre starre Geometriedefinition und der damit verbundene kleinere Wellenfußkreis, Wellenkopfkreis, Flankenwinkel und Fußrundungsradius wenig Optimierungs-

möglichkeiten bieten. Eine durch Wild eingeführte Profilmodifikation soll die Anpassung der DIN 5480-Verzahnung soweit ermöglichen, dass sogar geringfügig höhere Torsionsmomente übertragen werden können.

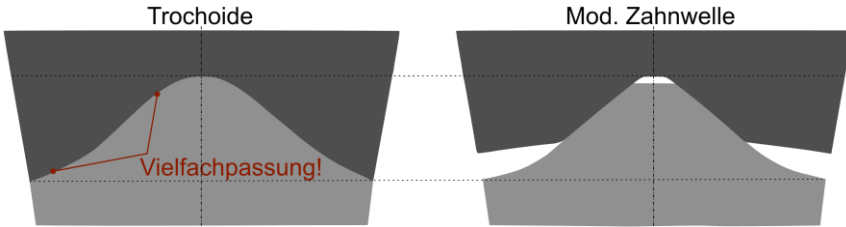


Abb. 9: Vergleich einer Trochoiden- und modifizierten Evolventenverbindung bei gleichem Kopf- und Fußkreisdurchmesser. Die Übertragungsfähigkeit ist bei der modifizierten Zahnwelle geringfügig höher, weist aber keine undefinierten Vielfachpassungen auf. Abb. mit Änderungen entnommen aus Wild (67).

Die für die Auslegung von Zahn- und Keilwellenverbindung entwickelte Norm DIN 5466-2 (2) galt für Hohlwellen bis zu einem Innendurchmesser $d_{i1\max}$ von:

$$d_{i1\max} = m \cdot (0,7 \cdot z^{1,07} - 2,7 + 2 \cdot x) \quad (3.1)$$

Das in dieser Arbeit entwickelte und gefertigte Referenzprofil besitzt eine Zahnhöhe, welche einem Modul von etwa $m = 2,6 \text{ mm}$ bei einer Mitnehmerzahl von $z = 24$ und einem Bezugsdurchmesser von $D_R = 63,55 \text{ mm}$ entspricht. Der dafür maximal zulässige Innendurchmesser von $d_{i1\max}$ entspricht nach DIN 5466-2 (2) 48 mm , während der größte Innendurchmesser $D_{W,K,0}$ im hier betrachteten Referenzprofil mehr als 59 mm beträgt. Die Innenkontur kann aus umformtechnischen Gründen im gefertigten Profil keinen konstanten Abstand zum Mittelpunkt aufweisen. Es wird deutlich, dass die genormten Verzahnungsformen für diese Anwendung nicht geeignet sind.

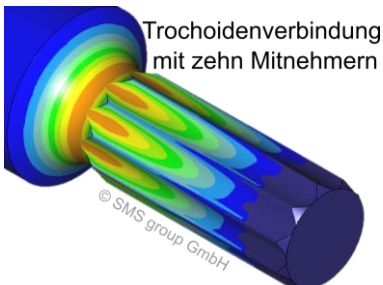


Abb. 10: Trochoidenverbindung für den Einsatz in Walzwerken (69).

Abseits der universitären Forschung entwickelte und patentierte die Firma SMS GROUP GmbH (SMS) in (68) erfolgreich eine Trochoidenverbindung mit zehn Mitnehmern für schwelend wirkende Torsionsmomente bis 70 kNm bei einem Wellendurchmesser von ca. 100 mm (69). Da ausgleichende Beschichtungen wie

RILSAN aufgrund der hohen Einsatztemperatur im Walzbetrieb nicht geeignet sind, wurde zur Verbesserung des Tragbildes mit Hilfe einer 5-Achs-Fräsmaschine eine Bombierung auf die Welle aufgebracht. Durch solche Bombierungen ergeben sich nach Spura (44, 43) bei Schiefstellung der Achsen von Welle und Nabe zueinander Vorteile hinsichtlich der Flankenpressung.

Im Bereich der Gelenkwellen für landwirtschaftliche Zwecke bietet GKN WALTERSCHEID neben klassischen Verzahnungsformen auch Verbindungen mit Verschiebesitz mit zwei Mitnehmern für geringere Spitzentorsionsmomente bis 2300 Nm sowie trochoidenähnliche sternförmige dünnwandige Profilformen mit sechs Mitnehmern bis zu einem Spitzentorsionsmoment von 6000 Nm an (70). Das für die Herstellung der hier untersuchten Profilwellen eingesetzte Verfahren stammt von der Firma ERNST GROB AG (GROB). In einer Veröffentlichung (71) wurden zwei Varianten mit beschichteten Verschiebestücken in Gelenkwellen vorgestellt, bestehend aus dünnwandigen Profilwellen und Profilnaben. Eine dickwandigere Verbindung mit einer Wanddicken von 5 mm mit 24 Mitnehmern für Lastkraftwagen und eine dünnwandigere Profilnabe mit 28 Mitnehmern wurden gefertigt. Beide Varianten weisen sehr runde, ähnlich wie in diesem Vorhaben umgesetzte, Konturformen auf. Als Vorteile wurden eine Gewichtseinsparung von 25 %, eine Erhöhung der kritischen Drehzahl um 50 %, eine 150 % höhere Verdrehsteifigkeit, eine Halbierung der Verschiebekraft und ein besseres Führungsverhalten in Längsrichtung für Gelenkwellen mit diesen Verschiebestücken aufgeführt (71).

3.2.2 Stoffleichtbau durch Leichtbaumaterial

Mit neuen Metalllegierungen und höheren Zugfestigkeiten können Bauteile immer dünner und damit leichter gefertigt werden. Für Antriebsstränge wurden dafür spezielle Legierungen für Präzisionsstahlrohre mit Zugfestigkeiten bis 900 MPa entwickelt (72). Eine weitere Möglichkeit zur Gewichtseinsparung ist die Substitution des standardmäßig im Bereich der Antriebstechnik eingesetzten Stahls durch Faserverbundstoffe oder Aluminium (73). In (15) werden Entwicklungen von verschiedenen Gelenkwellenrohren aus Harz, Kohle- und Glasfasern hauptsächlich für Personenkraftwagen bis zum mittleren Lastkraftwagen

vorgestellt. Mit einer Neugestaltung der Gelenke und mit auf die jeweilige Anwendung angepassten und reduzierten Anforderungen (z. B.: geringe Beugungswinkel $\beta = 2^\circ$ bis 5°) kann eine zweigeteilte Stahlgelenkwelle (10 kg) durch eine einteilige gemischte Metall-Compositwelle (5 kg) oder durch eine reine Compositwelle (2,5 kg) ersetzt werden.

3.2.3 Fertigungsleichtbau durch Funktionsintegration

Technisch herausfordernd ist dabei die Gestaltung betriebssicherer Übergänge des Rohres, z. B. aus Faserverbundstoffen hin zu den Gelenkgabeln aus Stahl. Konventionelle Lösungen wie Schweißen sind nicht anwendbar. Als Lösung wurde in (15) eine Klebeverbindung oder ein reibschlüssige WNV als Kompromiss zwischen Funktion, Kosten und Vielseitigkeit vorgeschlagen.

Klassische Verzahnungsformen mit großen Zahnhöhen und steilen Übergängen können als Verbindungsglied zwischen einem Stahlflansch und einer Faserverbundwelle nicht verwendet werden. An der Technischen Universität Dresden untersuchten Hufenbach et al. in (7) unter anderem drei verschiedene Profiformen bzgl. der Torsionsübertragbarkeit.

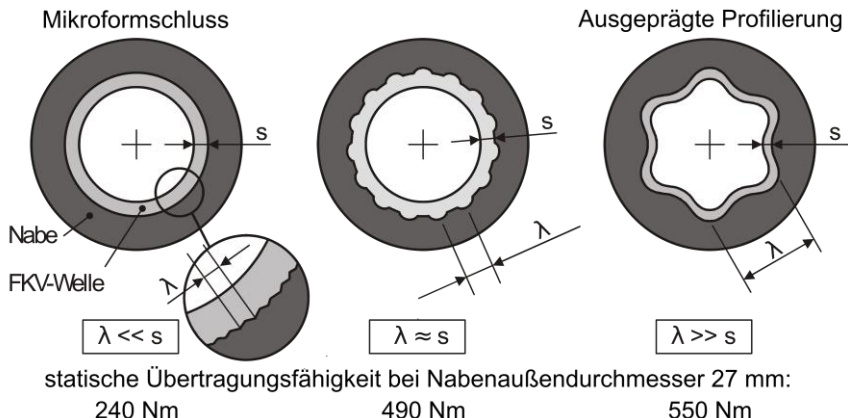


Abb. 11: Profillformen zur Anbindung von Faser-Kunststoff-Verbindungen. Abb. mit Änderungen entnommen aus Hufenbach et al. (7).

Eine Profilwelle mit einer kontinuierlichen und dünnwandigen Wanddicke und wenigen, dafür aber stark in ihrer Höhe ausgeprägten, aber sehr kontinuierlich

verlaufenden Mitnehmern erwies sich als deutlich leistungsfähiger als gerändelte oder senkerodierte Kontaktflächen. Die Anbindung zwischen einer Verbundwelle und einem Stahlflansch wurde weiterentwickelt und Gestaltungshinweise abgeleitet, vgl. Lenz et al. (74).

Eine andere Möglichkeit der Anbindung ist eine Aufweitung des Faserverbundrohres zu einer „Gelenkglocke“, in der die Lagerung des Gelenkkreuzes direkt integriert ist (15). Diese Funktionsintegration wurde in einer Leichtbaugelenkwelle für Schienenfahrzeuge aufgegriffen (6).

Für Schienenfahrzeuge:

Max. Torsionsmoment: 32 kNm

Masseneinsparung: 50 %

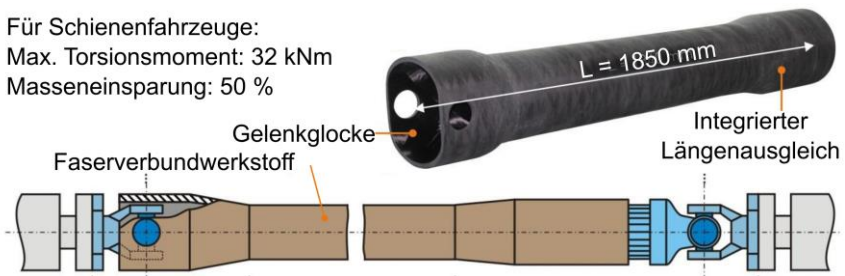


Abb. 12: Funktionsintegrierte Gelenkwelle in Faserverbund-Leichtbauweise. Abb. mit Änderungen entnommen aus Hufenbach (6).

Mit Hilfe der Faserverbund-Materialien, einer neuen Verzahnungsform und der Integration des Kardananschlusses in das Rohr führen alle drei Leichtbaustrategien in einer Kombination zu einer Gewichtseinsparung von 50 %.

Ein zu diesem Vorhaben sehr ähnlicher Aufbau einer Leichtbaugelenkwelle wurde durch VISTEON (73, 75, 76) für den Automobilbereich entwickelt. Ein dünnwandiges Profilrohr wird hier in ein anderes dünnwandiges Profilrohr gefügt. Lange Verzahnungen und Dämpfungselemente sollen hauptsächlich die Crash-Sicherheit der Gelenkwelle erhöhen. Die Auslenkung auf einen konstanten Beugewinkel und Verschiebbarkeit im Falle eines Crashes ist nicht der Fokus dieser Auslegung. Die Umformung der Stahl- und Aluminiumvarianten erfolgte mit dem GROB-Verfahren. Das gefertigte Profil weist eine sehr konstante Wanddicke auf und könnte aufgrund sehr scharfer Übergänge insbesondere in der Fußausrundung hinsichtlich einer kerbärmeren Kraftleitung verbessert werden.

3.2.4 Neue Verzahnungsformen als Lösungsmöglichkeit

Bei formschlüssigen Welle-Nabe-Verbindungen mit mehreren Mitnehmern wurden die Zahnfußausrundung und der Steifigkeitssprung im Übergang zwischen Welle und Nabe als kritische Stellen bzgl. der Tragfähigkeit erkannt. Durch neue Profilformen wie z. B. die Trochoiden-Profile oder durch Anpassung und Erweiterung bestehender Verzahnungsnormen kann die Übertragbarkeit bestehender Mitnehmerverbindungen gesteigert werden. Genormte Profile sind eine Möglichkeit, innerhalb kurzer Entwicklungszeiten Verbindungen funktionsfähig auszulegen. Sie stellen aber aufgrund ihrer Allgemeingültigkeit immer einen Kompromiss dar und sind für gewisse Anwendungen wie konkret im Fall einer dünnwandigen, umformend hergestellten Verschiebesitzverbindung gar nicht anwendbar. Viele Anwendungen erfordern individuelle Lösungen, die sich in individuellen Profilformen widerspiegeln, welche nicht nur die geforderte Tragfähigkeit, sondern auch den Verschleiß im konkreten Anwendungsfall berücksichtigen müssen.

Bei der Substitution klassischer Stahlwerkstoffe mit neuen Verbundmaterialien sind genormte Verzahnungen zum Teil nicht anwendbar. Hier sind ebenfalls neue Verbindungskonzepte und Profilformen erforderlich.

Für die Optimierung von Welle-Nabe-Verbindungen hinsichtlich ihrer Tragfähigkeit und unter Berücksichtigung des Verschleißes werden numerische Berechnungsmethoden zunehmend wichtiger. Sie ermöglichen die Berechnung von Systemen, die von vielen Eingangsgrößen und Zielgrößen abhängig sind. Aktuelle Verzahnungsformen, insbesondere dünnwandige Profile, weisen noch keine kerbwirkungsarmen Geometrieformen auf. Mit dieser Arbeit wird versucht, diese Wissenslücke zu schließen. Es wird daher ein mögliches Vorgehen für die Auslegung individueller Verzahnungsformen am Beispiel dünnwandiger und aus einem Rohr umformend hergestellter Profilwellen vorgestellt.

3.3 Auswahl eines möglichen Herstellungsverfahrens

Die Vorteile der umformenden Herstellung gegenüber der spanenden Fertigung sind die vollständige Materialnutzung, Oberflächen mit geringerer Rauheit sowie eine oftmals gesteigerte Tragfähigkeit durch Kaltverfestigung. Das nachfolgende Kapitel beschreibt die grundsätzlichen Funktionsweisen einiger ausgewählter und etablierter Verfahren und bewertet ihre Verwendbarkeit für die Herstellbarkeit dünnwandiger Profilwellen aus Rohren.

Umformmaschinen zur Herstellung von Rändeln oder Verzahnungen wurden ursprünglich für Vollwellen entwickelt und haben sich heute in der industriellen Fertigung etabliert. Hersteller sind u. a. ESCOFIER (Escofier SA), FELSS (Felss Group GmbH), GROB (Ernst Grob AG) und PROFIROLL (Profiroll Technologies GmbH). Daneben wurden z. B. durch Firmen wie FEINTOOL (Feintool International Holding AG) und WEBO (Webo Werkzeugbau Oberschwaben GmbH) unter anderem für Lamellenträger spezielle Umformverfahren entwickelt, die Metallscheiben in profilierte „Töpfe“ umformen. Jede der oben genannten Firmen setzt auf eine andere Werkzeug-Werkstück-Kinematik, die jeweils individuelle Vor- und Nachteile aufweist. Darüber hinaus wurden die Grundverfahren kontinuierlich in den Firmen weiterentwickelt, sodass den Kunden heute sehr individuelle Lösungen, auch in Kombination mit anderen Maschinen, angeboten werden können.

PROFIROLL-Verfahren: Die grundsätzliche Arbeitsweise, vgl. Song et al. (77), des PROFIROLL- und des ESCOFIER-Verfahrens sind ähnlich. Zwei sich drehende Rundrollwerkzeuge werden in Richtung des umzuformenden Werkstückes zugestellt. Die Werkzeuge weisen an ihrer Außenkontur eine Verzahnung auf, die sich in das Werkstück umformend abbildet. Mit diesem Verfahren können u. a. Verzahnungen, Rändel und Gewinde hergestellt werden. Zur Reduzierung der Umformkräfte werden inzwischen Maschinen mit drei Rundwalzen angeboten, die das Umformen von Hohlteilen ermöglichen. Nach Auskunft des Herstellers PROFIROLL ist dieses Verfahren im Moment für dünnwandige Profilformen mit nahezu konstanter Wanddicke jedoch noch nicht geeignet, so dass eine Sondermaschine entwickelt werden müsste.

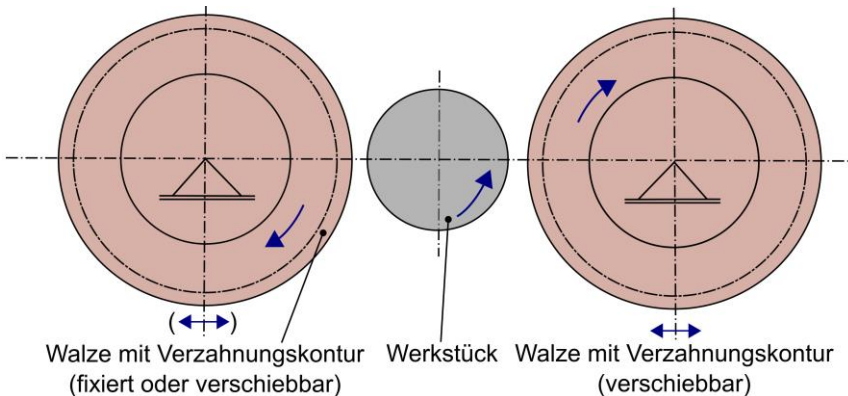


Abb. 13: Herstellungsprinzip des Querwalzens. Abb. mit Änderungen entnommen aus Kurz (3).

FELSS-Verfahren: Bei diesem Verfahren wird ein Profil durch das sogenannte „rekursive Axialformen“ hergestellt. Eine Matrize, welche die gewünschte Verzahnungskontur aufweist, wird in axialer Richtung oszillierend auf das Halbzeug gedrückt und es bildet sich umformend das gewünschte Profil auf dem Halbzeug ab. Innenprofile können ebenfalls mit diesem Verfahren hergestellt werden, sofern ein Dorn verwendet wird, welcher die Innenkontur des Profils aufweist. Durch das schrittweise rekursive Verfahren lassen sich nach Burgtorf (78) sehr maßhaltige Verzahnungen in der Verzahnungsqualität 5 herstellen. Neben kürzeren Auslauflängen sind nach Rauschnabel (79) durch die

frequenzmodulierte axiale Zustellung in kleinen Schritten, tiefer wirkende Kaltverfestigungen gegenüber dem konventionellen Querwalzen möglich. Die Flexibilität und die Nachstellbarkeit der Halbzeuge, zum Beispiel bei Toleranzschwankungen, ist durch die feste Definition der Werkzeuggeometrie jedoch eingeschränkt.

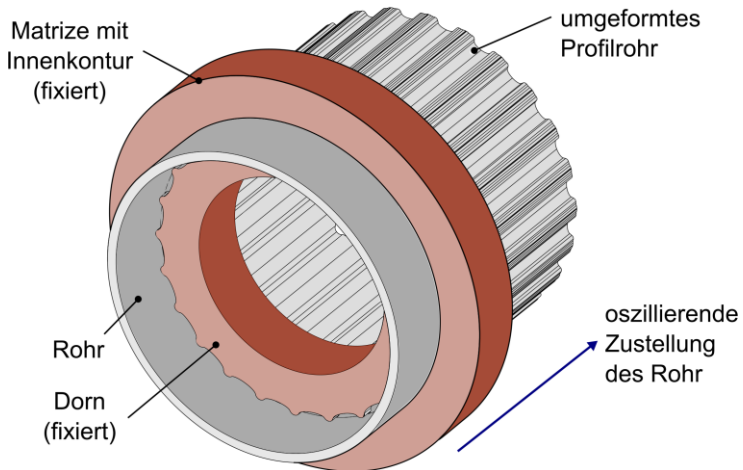


Abb. 14: Herstellungsprinzip des rekursiven Axialformens.

FELSS bietet neben diesen Verfahren noch das Verfahren des Rundknetens an. Durch radial einwirkendes, wiederholtes Zustellen von „Stempeln“ können Außendurchmesser bei Vollwellen und Wanddicken bei Rohren (mit Hilfe der Dorne) flexibel variiert und so abgesetzte (Hohl-)Wellen zum Teil auch mit einfachen Profilformen gefertigt werden (79, 80). Durch die Kombination von beiden Verfahren ergeben sich bei der Herstellung z. B. für Getriebewellen und Rotorwellen im Automobilbereich hohe Leichtbaupotentiale (80).

GROB-Verfahren: Bei dem GROB-Verfahren weisen zwei Profilwalzen die gewünschte Verzahnungsform auf. Die Konturen der Walzen lassen sich sehr frei gestalten, sodass freie Verzahnungsformen abseits von genormten Profilen umgeformt werden können. Die sich um ihre eigene Achse drehenden Profilwalzen rotieren wiederum um eine Walzspindelachse, die in Richtung des Werkstückes zugestellt werden kann. Mit jeder Umdrehung der Walzspindelachse formen die in das Werkstück eintauchenden Walzen das Halbzeug in kleinen

Schritten und Bereichen um. Dadurch sind die Umformkräfte relativ gering. Zwischen den Walzeneingriffen wird das Werkstück um einen Mitnehmer gedreht und kontinuierlich axial verschoben. Die Umformung erfolgt somit in helixförmigen Bahnen.

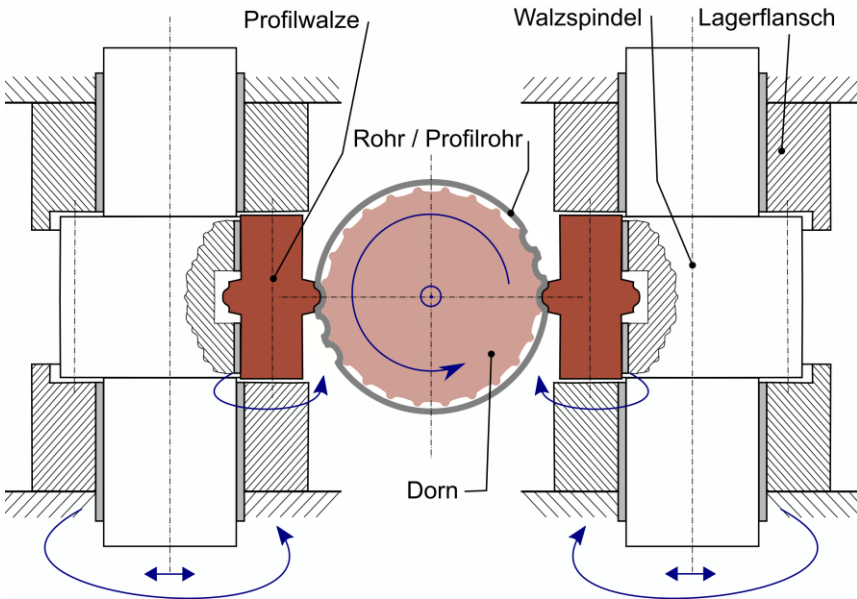


Abb. 15: Prinzip des Längswalzens. Darstellung mit Dornstruktur. Abb. mit Änderungen entnommen aus Kurz (3).

Der Einfluss unterschiedlicher Bewegungsrichtungen auf die auftretende Kräfte, Umformgrade und Verzahnungsqualitäten wurde ausführlich durch Kurz (3) mit verschiedenen Werkstoffen untersucht. Aus seinen Ergebnissen lässt sich schließen, dass die Umformgrade ausgehend von der Vollwelle über dickwandige Hohlwellen zu dünnwandigen Profilwellen sehr stark zunehmen müssen. Mit diesem Verfahren können aus Voll- bzw. Hohlwellen, Näpfen und Rohren verzahnte Getriebewellen, Lenkungsteile, Pumpenwellen, Lamellenträger und Extruderwellen hergestellt werden. Auch die Herstellung von ineinander verschiebbaren Profilrohren für Gelenkwellen ist möglich. Umformbar sind neben Einsatzstählen, Vergütungsstählen und rostfreien Stählen auch Materialien wie

Titan, Aluminium, Bunt- und Leichtmetall (81). In Tab. 1 sind wesentliche Verfahrenskennwerte zusammengefasst.

Tab. 1: Kennwerte des GROB-Verfahrens.

Profilform:	Beliebig ohne Hinterschneidung; parallelfankige, Evolventen-, Sägezahn- oder Kerbverzahnungen, z. B. DIN 5480, 5482, 3960, 3962	(3)
Festigkeit:	Vollmaterial 1500 N/mm ² ; Blech bis 1100 N/mm ²	
Qualität:	5 - 7 nach DIN 3960/3962	(82)
Rauheit:	Bis Ra: 0,4 µm ~ N5	(83)
Verzahnungs- länge:	Abhängig von der Maschine; 10 m oder länger mit Nachfassen möglich	(83)
Modul:	0,5 - 8 mm (Vollmaterial)	(83)
Werkstück-Ø:	20 - 120 mm (Maschine C9T)	(82)
	50 - 350 mm (Maschine 12-NCT)	(81)

Das Verfahren zeichnet sich zwar durch eine komplexe Kinematik aus, ist aber besonders für eine Prototypenfertigung sehr flexibel. Die Profilwalzen können einfach und günstig getauscht oder nachbearbeitet werden und die radiale Zustellbewegung kann an das verwendete Halbzeug angepasst werden. Im hier angewendeten diskontinuierlichen Teilverfahren können die Umdrehung des Werkstückes beim Eindringen der Profilwalze pausiert und somit sehr symmetrische Mitnehmer erzeugt werden. Die Umformung der Profilwelle beginnt durch ein Eintauchen der Profilwalzen und wird zur Stirnfläche des Werkstückes ziehend fortgeführt. Im Fall der Profilwelle ist das Rohr auf einen Dorn aufgespannt, welcher eine gewünschte Innenkontur aufweist und das Rohr während der Umformung abstützt. Die Flexibilität und die Möglichkeit, unterbrochene Verzahnungen über längere Abschnitte zu fertigen, führten letztendlich dazu, dass die Prototypen mit dem GROB-Verfahren und nicht mit dem FELSS-Verfahren oder andere sehr spezialisierte Verfahren, wie dem WEBO oder FEINTOOL-Verfahren, gefertigt wurden. Das Vorgehen einer Profilentwicklung sollte aber grundsätzlich auch auf andere Fertigungsverfahren übertragbar sein.

4 Definition eine Referenzprofilform

Mitnehmerverzahnungen, wie genormte Zahnwellen oder kontinuierliche Trochoidenverbindungen, weisen aufgrund ihrer Bildungsgesetzmäßigkeiten charakteristische Profilformen auf. In der Literatur sind aktuell keine Richtlinien für die Auslegung solcher dünnwandiger Welle-Nabe-Verbindungen dokumentiert. Die in diesem Kapitel beschriebene Referenzprofilform wurde in mehreren Iterationsschritten entwickelt und letztendlich als Prototyp gefertigt. Es musste auf die Erfahrungen aus der Praxis, aus Forschungsergebnissen und aus der Umformung zurückgegriffen werden, um die Anforderung einer kerbarmen und verschleißarmen Profilform mit den Anforderungen an die Fertigbarkeit in Einklang zu bringen. Aus den gesammelten Anforderungen und den Ergebnissen der Versuche mit Prototypen konnte eine Profilentwicklung mit systematischem Vorgehen abgeleitet werden, welche ab Kap. 8 als Baureihenentwicklung vorgestellt wird.

Ein auf einen Dorn geschobenes Ausgangsrohr wird mit Hilfe des GROB-Verfahrens in eine Mitnehmerverzahnung geformt. In diesem Kapitel wird die Form der Mitnehmer definiert. Da alle Mitnehmer als geometrisch ähnlich angesehen werden, muss nur ein Mitnehmer untersucht werden.

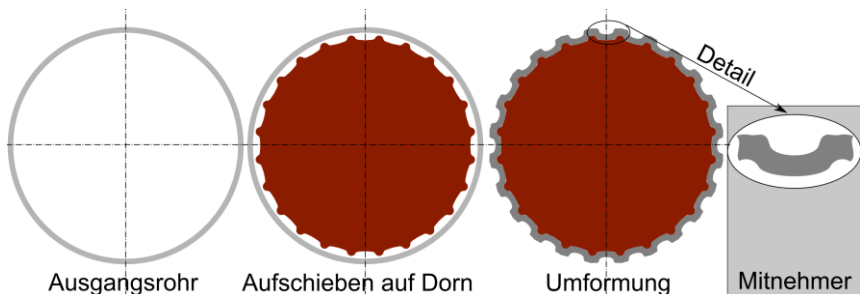


Abb. 16: Herstellungsschritte und ein Mitnehmer als Untersuchungsobjekt.

4.1 Allgemeine Anforderungen an die Referenzprofilform

Für eine prototypische Welle muss zunächst die Querschnittsform festgelegt werden. Die gewählte Profilform ist für die Beanspruchbarkeit der Welle-Nabe-Verbindung entscheidend. Bei der Festlegung der Geometrie sind einige grundsätzliche Anforderungen nach Abb. 17 zu berücksichtigen.

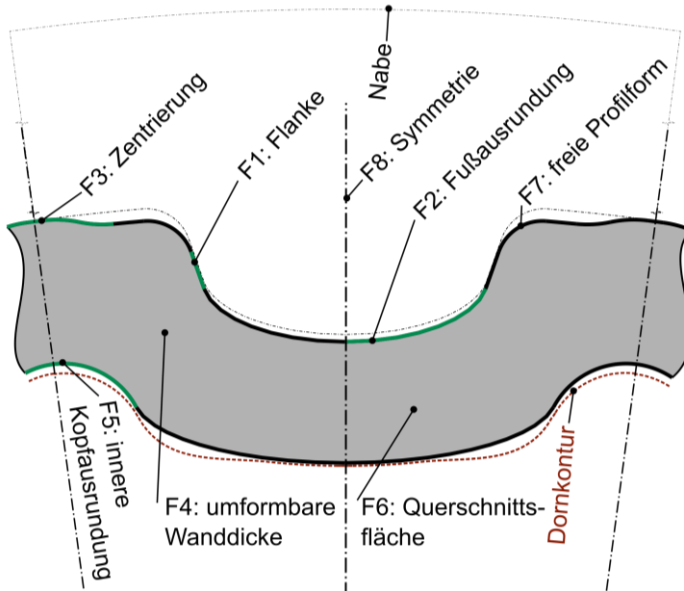


Abb. 17: Funktionsanforderungen an einen dünnwandigen Mitnehmer.

Funktion 1: Dimensionierung der Flanke: Das Torsionsmoment wird über die Kontaktflächen übertragen, bei denen sich Welle und Nabe bei Verdrehung berühren. Diese Flankenfläche muss ausreichend groß dimensioniert sein, um unzulässig hohe Flächenpressungen und damit hohen Verschleiß zu vermeiden.

Funktion 2: Dimensionierung der Fußausrundung: Durch die Krafteinleitung an der Flanke stellen sich im Übergangsbereich von der Flanke bis zum tiefsten Punkt des Mitnehmers hohe Bauteilspannungen ein. Dieser Übergang ist daher kerbarm zu gestalten. Das umformende Herstellungsverfahren ermöglicht die Erzeugung unterschiedlichster Flanken- und Ausrundungsformen. Für die Flanken-

ken und Fußausrundungen sind Radien, Übergänge nach der Methode von Zugdreiecken, Ellipsen, Splines etc. denkbar, vgl. (57, 58, 12, 52). Hinweise zur Reduzierung der Kerbwirkung mit unterschiedlichen Übergängen bei rechtwinkligen Kerben liefern zusätzlich Ciomber und Jakel (84, 85). Bei der Referenzprofilform wurde eine geradlinige, nicht gekrümmte Flanke und eine daran tangential anliegende Ellipsenausrundung definiert. Diese Form wurde einerseits aufgrund guter Erfahrungen bzgl. der Umformbarkeit durch GROB vorgeschlagen. Andererseits ermöglichen im Fußbereich „liegende“ Ellipsen deutlich flachere und damit kerbärmere Konturen als tief in die Verzahnung einschneidende Ausrundungen, vgl. (12, 85). Der in Kap. 7.3.2 unter Abb. 64 dargestellte FKM-Nachweis bestätigt die Annahme dadurch, dass durch diese Profilform eine sehr hohe, fast gleichmäßige Auslastung über die ganze Fußausrundung erreicht wird.

Funktion 3: Vorsehen einer Zentrierung: Zahnwellen, z. B. nach DIN 5480 (1), werden entweder über die Flanken oder den Außendurchmesser zentriert. Bei festsitzenden Welle-Nabe-Verbindungen oder bei Verbindungen mit untergeordneten Anforderungen an eine Zentrierung kann auf diese gegebenenfalls verzichtet werden. Für den Einsatz der Mitnehmerverbindung in einer gewuchteten Gelenkwelle und zur Minimierung des Kippspiels kann bei dieser Profilform allerdings nicht auf eine Zentrierung verzichtet werden.

Funktion 4: Beachtung einer umformbaren Wanddicke: Die Umformung lässt Querschnittsveränderungen der Wanddicken in bestimmten Grenzen zu. Ein Aufreißen des Materials durch zu hohe Umformgrade muss vermieden werden. Andererseits können durch eine Variation der Wanddicke Tragvorteile realisiert werden. Es sollte daher darauf geachtet werden, dass die Wanddicke sich nur geringfügig und nicht in Stufensprüngen ändern kann.

Funktion 5: Kerbarme Gestaltung der inneren Kopfausrundung: Die Innenkontur der Welle könnte über die Kontur des Walzdornes ebenfalls beliebig gestaltet werden. Es sollte allerdings hinsichtlich der Umformbarkeit auf eine nahezu konstante Wanddicke geachtet werden, vgl. F4. FEM-Berechnungen zeigen, dass die innere Kopfausrundung sehr stark beansprucht wird. Die Kopfausrundung sollte daher ebenfalls besonders kerbwirkungsarm gestaltet werden.

Funktion 6: Berücksichtigung der Querschnittsfläche: Aufgrund der Umformung wird das Ausgangsrohr axial gelängt. Das hergestellte Profil muss daher zur Erfüllung der Volumenkonstanz eine reduzierte Querschnittsfläche gegenüber dem Ausgangsrohr aufweisen. Die Geometriegrößen müssen daher so gewählt werden, dass nur die verfügbare Querschnittsfläche gebildet wird.

Funktion 7: Freie Profilform: Toleranzbedingte Abweichungen der Geometriegrößen des Ausgangsrohres von der Sollgröße führen zu unterschiedlichen Querschnittsflächen. Im Profil sind Bereiche vorzusehen, in denen die Ist-Kontur von der Soll-Kontur abweichen kann, um Materialschwankungen des Ausgangsrohres auszugleichen. Die Außenkontur sowie die innere Kopfausrundung sind aufgrund ihrer Funktionen und engen Toleranzen als Ausgleichsflächen dafür nicht geeignet. Der Übergang zwischen innerer Kopfausrundung und der tangential anschließenden Ellipse ist deutlich weniger beansprucht. An dieser Stelle ist daher ein Ausgleich durch eine Aussparung/Rücknahme des Dornes realisierbar, sodass überschüssiges Material des Profilrohres an diese unkritischen Stellen fließen kann. In der rechnerischen Auslegung wird diese Abweichungen nicht berücksichtigt, sondern ein idealisierter, tangentialer Übergang von der inneren Kopfausrundung zur innenliegenden Ellipse angenommen.

Funktion 8: Symmetrischer Aufbau der Mitnehmer: In dieser sowie in den meisten Verzahnungen sind die Mitnehmer symmetrisch aufgebaut, um eine richtungsunabhängige Übertragung der Torsionsmomente sicher zu stellen.

Es wird eine Profilform nach Abb. 17 entwickelt, welche durch eine gerade Flanke, eine elliptische Fußausrundung und eine Außendurchmesser-Zentrierung charakterisiert ist. Hergestellt wird sie dadurch, dass eine Profilwalze in kleinen Schritten das Rohr auf eine Dornkontur walzt, vgl. Abb. 18.

Die Profilform ist mit Hilfe eines CAD-Programmes abgebildet. Die charakteristischen Bemaßungen, welche die Geometrie beschreiben, sind als veränderliche Größen definiert, vgl. Abb. 22. Im Gegensatz zur evolventischen Zahnwelle wird nicht das Bezugsprofil einer Zahnstange, sondern das Profil direkt gezeichnet und bemaßt.

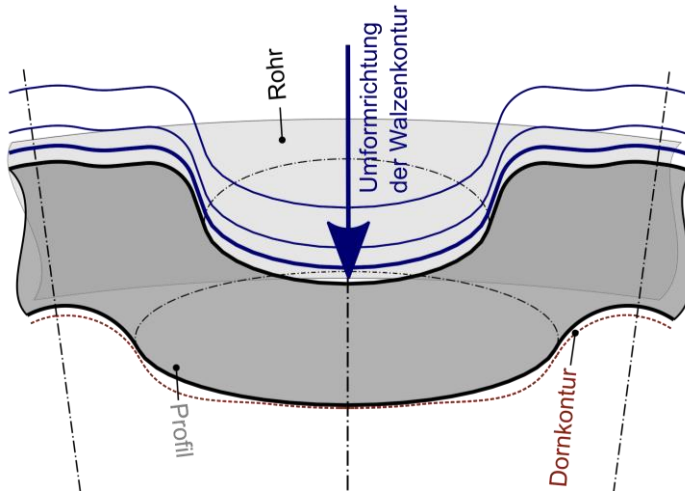


Abb. 18: Herstellung des Referenzprofils in kleinen Schritten.

Wie bereits im Referenzprofil in Abb. 17 zu erkennen ist, setzt sich ein Profil aus einer Vielzahl an Funktionselementen zusammen, welche die Gestalt und damit auch die Beanspruchbarkeit beeinflussen. Aufgrund ihrer Vielzahl kann nur eine Auswahl relevanter Größen untersucht werden. In den nachfolgenden Unterkapiteln 4.2 bis 4.5 werden die Geometriegrößen eingeführt, gruppiert, ihre Funktion beschrieben und untersucht.

4.2 Geometrie Größen aus der Vorauslegung

In der Regel ist das zu übertragende Torsionsmoment vorgegeben. Auf Basis dieser Vorgabe kann eine Auslegung der Rohrgrößen erfolgen. Es können sowohl dünne Rohre mit größerem Durchmesser als auch dickwandige Rohre mit geringerem Durchmesser verwendet werden, aus denen ein Profilrohr geformt wird. Je größer das Rohr gewählt wird, desto mehr, in der Größe ähnliche, Mitnehmer können über den Umfang verteilt werden. Die Mitnehmerzahl für das Referenzprofil wird in Kap. 4.2.3 definiert. Je nach gewähltem Rohr und Mitnehmerzahl ändert sich die optimale Profilform und damit das übertragbare Torsionsmoment.

Bei neuartigen Profilformen, wie in diesem Fall, liegen in der Regel keine Kerbwirkungszahlen oder Richtwerte für Rohrgrößen oder Mitnehmerzahlen vor. Es muss daher mit einer durch Annahmen festgelegten Startgeometrie begonnen werden und FEM-Berechnungen durchgeführt werden. Je nach Resultat hinsichtlich der Beanspruchbarkeit müssen die Rohrgröße, die Mitnehmerzahl oder andere Geometrie Größen iterativ verändert werden. Dieser Prozess ist zeit- und rechenaufwändig, insbesondere, wenn keinerlei Vorkenntnisse zu dünnwandigen Profilwellen, wie hier bei der Festlegung des Referenzprofils, vorliegen. Sollen neue Profilformen entwickelt werden, können die in dieser Arbeit aus der Baureihenentwicklung, siehe Kap. 9.2, berechneten Kerbwirkungs- und Mitnehmerzahlen genutzt werden. Bei ähnlichen Geometrieformen ist damit bereits vorab eine Abschätzung der Rohrgrößen und Mitnehmerzahl möglich. Dies war bei erste Festlegung des Referenzmodells nicht möglich, sodass Startwerte für selbiges festgelegt werden mussten. Nachfolgende Unterkapitel definieren die für eine Vorauslegung notwendigen Größen.

4.2.1 Torsionsmoment M_R

Anfangs wird ein zu übertragendes Torsionsmoment definiert. Im Fall des Referenzprofils soll ein Torsionsmoment M_R von 1000 Nm wechselnd und langzeitfest übertragen werden können. Die Vorauslegung erfolgt in dieser Arbeit auf eine Gesamtsicherheit von 1. Erst durch die Annahme einer passenden

Rohrgröße, Mitnehmerzahl und Geometrie kann mittels FKM-Nachweis oder Versuchen dieses Torsionsmoment bestätigt werden. Es dient im ersten Schritt zur ersten Auslegung der Rohrgrößen.

4.2.2 Rohrgrößen D_R und t_R

Im Rahmen der Prototypenentwicklung wurde ein längsgeschweißtes, leicht kalt nachgezogenes Präzisionsstahlrohr nach DIN EN 10305-2 (86) gewählt. Bei neuen Profilformen sind der benötigte Außendurchmesser des Ausgangsrohres D_R , sowie die Wanddicke t_R , nicht bekannt. Mit Hilfe iterativer, hier nicht aufgeführter, FEM-Berechnungen wurde eine Rohrgröße geschätzt. Bei den Abmessungen mussten die verfügbaren Größen seitens des Rohrherstellers BENTELER (Benteler International AG) berücksichtigt werden. Der Werkstoff C22 wurde seitens des Rohrherstellers aufgrund der Umformbarkeit und der Schweißbarkeit empfohlen.

Tab. 2: Nennmaße, Material und Spezifikation des Ausgangsrohres.

Außendurchmesser	D_R	63,55	mm
Wanddicke	t_R	2,10	mm
Innendurchmesser	(d_R)	59,35	mm
Querschnittsfläche	(A_R)	405,41	mm ²
Werkstoff	-	C22 +LC	-
Spezifikation nach (86)	-	EN 10305-2	-
Dichte C22 nach (87)	-	7,83	kg/dm ³

4.2.3 Mitnehmerzahl z

Zusätzlich ist für jede Rohrgröße eine optimale Mitnehmerzahl z zu erwarten. Bereits bei konventionellen Zahnwellenverbindungen nach DIN 5480 (1) kann nach Schäfer (50) bei einem vorgegebenen Bezugsdurchmesser ein Bereich mit passender Mitnehmerzahl definiert werden, bei dem die Kerbwirkung gering ist. Schäfer (50) gibt diesen Bereich mit 25 % bis 50 % der in der Norm unter Tabelle 1 und 2 angegebenen Moduln an. Mit zunehmendem Bezugsdurchmesser steigen die möglichen Moduln und damit die Mitnehmerzahlen an. Auch die Anzahl der Mitnehmer ist bei einer ersten Auslegung nicht bekannt und muss geschätzt werden. Es können vorab folgende Zusammenhänge qualitativ angegeben werden: Mit steigender Mitnehmerzahl wird das Torsionsmoment auf mehr

Mitnehmer aufgeteilt. Damit kann bei konstant bleibender Flächenpressung und Flankenüberdeckung die radiale Flankenlänge abnehmen. Durch die geringere Flankenlänge muss der Fußgrund nicht mehr so weit nach innen geformt werden, dies verringert die Spannungserhöhung im Zahngrund. Mit steigender Mitnehmerzahl muss der Umfang durch mehr Mitnehmer geteilt werden. Die Zahnflanken sitzen enger zusammen, die Ellipse in der Zahnfußausrundung wird kleiner, die Spannung steigt durch schärfere Kerben in der Zahnfußausrundung an. Des Weiteren ist bei zu vielen Mitnehmern auf die Umformbarkeit und die Zugänglichkeit des Werkzeuges zu achten. Für die Ermittlung der passenden Mitnehmerzahlen müssen aus diesem Grund Optimierungsrechnungen durchgeführt werden. Es ist dabei zu beachten, dass für jede Mitnehmerzahl eine eigene optimale Geometrie existieren muss. Daher muss in der Vorauslegung in einer ersten Iteration eine bestimmte Mitnehmerzahl festgelegt werden. Die Mitnehmerzahl z kann bei dem GROB-Verfahren gerade sowie ungerade Werte annehmen. Die Herstellung von geradzahligen Profilen ist durch den symmetrischen Aufbau der Profilwalzen insbesondere beim GROB-Verfahren einfacher und wird daher bevorzugt.

Für das Referenzprofil wurde, ebenfalls nach mehreren Abstimmungsschleifen, eine Mitnehmerzahl von $z = 24$ angenommen.

$$z = 24 \quad (4.1)$$

Für die Bestimmung der Mitnehmerzahl z bei neuen Profiformen mit geringerer Kerbwirkung können die Ergebnisse der Baureihenentwicklung aus Kap. 9 als Richtwert herangezogen werden, sodass eine freie Annahme nicht mehr notwendig ist. Aus der Mitnehmerzahl z kann der Mitnehmerwinkel $\alpha_{W,Mi}$ bestimmt werden, vgl. Abb. 20. Dieser ergibt sich aus der Anzahl der Mitnehmer z .

$$\alpha_{W,Mi} = \frac{360^\circ}{z} \quad (4.2)$$

4.3 Geometriegrößen der Umformung

Werden in das Rohr Mitnehmer geformt, so verlängert sich der Umfang der Rohrkontur. Das Rohr wird nicht nur radial nach innen gedrückt, sondern auch axial gezogen. Damit die Forderung nach Volumenkonstanz Gültigkeit behält, muss die Wanddicke reduziert werden. Die Verringerung der Materialdicke, bedingt durch die Umformung, wird als Abstreckung bezeichnet. Mit dem Faktor der Abstreckung a_W wird das Verhältnis der gezogenen Wanddicke t_W zur ursprünglichen Wanddicke t_R angegeben.

$$a_W = \frac{t_W}{t_R} \text{ für Längenmaße} \quad (4.3)$$

Die Wanddicke kann aus umformtechnischen Gründen nicht beliebig verändert werden. Dennoch sind leichte Variationen der Wanddicken möglich. Für die Abstreckung im Bereich des Kopfes $a_{W,K}$ sowie des Fußes $a_{W,F}$ können Erfahrungswerte verwendet werden. Ausgehend von der Wanddicke des Rohres t_R kann die Wanddicke am Kopf $t_{W,K}$ und am Fuß $t_{W,F}$ über die umformspezifischen Abstreckungsfaktoren $a_{W,K}$ und $a_{W,F}$ bestimmt werden.

$$t_{W,K} = a_{W,K} \cdot t_R \quad (4.4)$$

$$t_{W,F} = a_{W,F} \cdot t_R \quad (4.5)$$

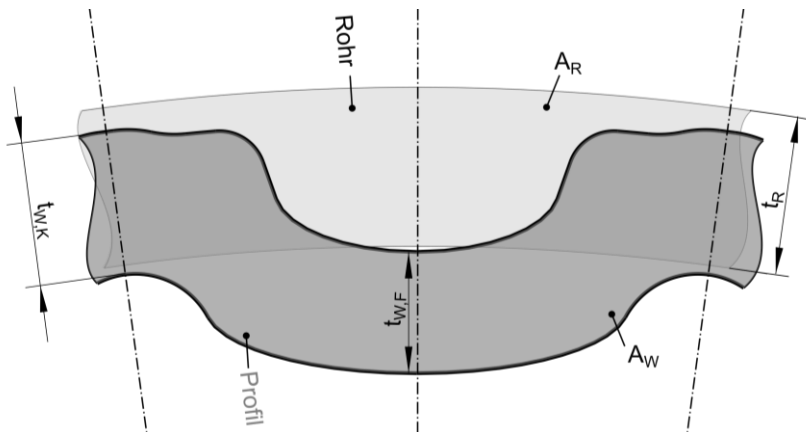


Abb. 19: Abstreckung in Kopf- und Fußbereich.

wird das Ausgangsrohr auf einen profilierten Dorn mit dem maximalen Durchmesser D_{Do} und dem Spiel s_{Do} gesteckt, bevor das Profil aus dem Rohr geformt wird. Der maximale Durchmesser des Dornes ergibt sich zu.

$$D_{Do} = D_R - 2 \cdot t_R - 2 \cdot s_{Do} \quad (4.8)$$

Nach dem Zurückfahren der Umformwerkzeuge tritt eine Rückfederung des Profilrohres gegenüber der Kontur des Dornes auf. Diese Rückfederung am Dorn ist mit dem Faktor f_{Do} berücksichtigt. Damit ergibt sich der Innendurchmesser des Kopfes $D_{W,K,0}$.

$$D_{W,K,0} = D_R - 2 \cdot t_R - 2 \cdot s_{Do} + 2 \cdot f_{Do} = D_{Do} + 2 \cdot f_{Do} \quad (4.9)$$

Die in Tab. 3 aufgeführten Werte sind als Richtwerte für den Umformprozess zu sehen und müssen individuell auf das Herstellungsverfahren angepasst werden. Die Werte sind unter anderem abhängig von den Werkstoffen, den Prozessen, den Größen des Ausgangsrohres und weiteren Parametern. Genauere Informationen sind bei den Herstellern der Umformmaschinen zu erfragen oder durch Versuche zu ermitteln. Im Rahmen dieser Arbeit werden die Umformfaktoren für alle Profilgrößen als gleichbleibend angenommen.

Tab. 3: Wertebereich der Umformparameter für das Referenzprofil.

		Richtwerte nach GROB	Gewählter Entwurfswert	
Spiel des Walzdorns	s_{Do}	0,25	0,25	mm
Rückfederung Dorn	f_{Do}	0,13	0,13	mm
Abstreckung:				
Wanddicke Kopf	$a_{W,K}$	0,82 - 0,88	0,9047 (19/21)	-
Wanddicke Fuß	$a_{W,F}$	0,75 - 0,80	0,7619 (16/21)	-
Querschnittsfläche	$a_{W,A}$	0,94	0,94	-

4.4 Zentrierung über den Außendurchmesser

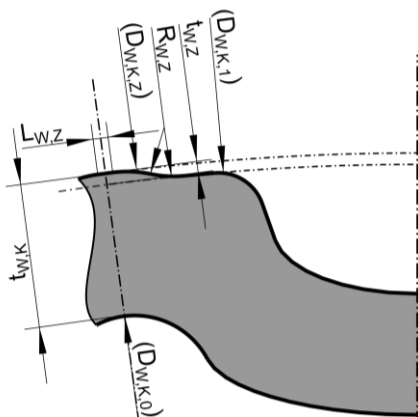


Abb. 21: Gestaltung der Zentrierung.

Zentrierungen sorgen dafür, dass sich die Achsen der Welle und Nabe koaxial zueinander ausrichten. Bei Zahnwellenverbindungen sind Zentrierungen entweder über die Flanken oder über die Durchmesser in Kopf- oder Fußbereich üblich. Für eine Flankenzen- trierung ist die genaue Fertigung der Flanke hinsichtlich ihrer Position notwendig. Die Flanke ist über eine Vielzahl an Größen bestimmt, deren Toleranzen sich auf

die Position der Flanke wirken. Insbesondere das Einstellen eines passenden Flankenspiels ist mit bekannten Umformverfahren sehr aufwändig.

Liegen parasitäre Querkräfte vor, wird die Flanke bei einer Flankenzen- trierung durch eine Kombination aus Querkräften und Torsionsmoment belastet. Daher sollte eine Zentrierung über den Durchmesser erfolgen. Es kann zwischen der Zentrierung am Außendurchmesser, einer sogenannten Kopfzentrierung, und einer Zentrierung am Durchmesser des Fußgrundes, der Fußzentrierung, unterschieden werden. Um eine eindeutige Position der Zentrierung zu erhalten, sollte eine definierte Erhöhung auf der Profilkontur vorgesehen werden.

Für das Referenzprofil wurde eine Außendurchmesserzentrierung am Mitnehmer- kopf gewählt. Dieser Bereich ist wenig belastet und kann daher Querkräfte auf- nehmen. Der Außendurchmesser der Zentrierung bedarf eines geringeren Umformgrades bzgl. des Ausgangsrohres. Somit sind an dieser Stelle genauere Endmaße einstellbar. Die Verwendung einer Durchmesserzentrierung im Fußgrund ist aus Sicht der Belastbarkeit nicht zu empfehlen, da der vorhandene Platz zur Gestaltung einer kerbarmen Geometrie verwendet werden sollte.

Mit der Wanddicke des Kopfes $t_{W,K}$ und dem Innendurchmesser des Kopfes $D_{W,K,0}$ kann der Außendurchmesser des Kopfes mit Zentrierung $D_{W,K,Z}$ berechnet werden.

$$D_{W,K,Z} = D_{W,K,0} + 2 \cdot t_{W,K} = D_R + 2 \cdot (-t_R - s_{D0} + f_{D0} + t_{W,K}) \quad (4.10)$$

Der Außendurchmesser ohne Zentrierung $D_{W,K,1}$ ergibt sich aus diesem Wert abzüglich zweimal der Höhe der Zentrierung $t_{W,Z}$.

$$D_{W,K,1} = D_{W,K,0} + 2 \cdot t_{W,K} - 2 \cdot t_{W,Z} = D_R + 2 \cdot (-t_R - s_{D0} + f_{D0} + t_{W,K} - t_{W,Z}) \quad (4.11)$$

Die Werte für die Sehnenlänge der Zentrierung $L_{W,Z}$ und der Übergangsradius der Zentrierung $R_{W,Z}$ beschreiben die Übergänge zwischen den beiden Außendurchmessern. Die Werte der Zentrierung sind in Tab. 4 zusammengefasst.

Tab. 4: Wertebereich der Zentrierung.

Zentrierung		Richtwerte nach GROB	Gewählter Entwurfswert	
Höhe der Zentrierung	$t_{W,Z}$	0,10 - 0,20	0,15	mm
Übergangsradius d. Zentr.	$R_{W,Z}$	1,00 - 2,00	1,50	mm
Sehnenlänge d. Zentr.	$L_{W,Z}$	0,10 - 0,30	0,20	mm

Der Teilungswinkel $\alpha_{W,TL}$ bestimmt die tangentielle Aufteilung des Mitnehmers zwischen Fuß- und Kopfbereich. Mit großem Teilungswinkel vergrößert sich die Fußausrundung, die innere Kopfausrundung muss aufgrund des kleiner werden Kopfes verkleinert werden. Mit kleiner werdendem Teilungswinkel kann die innere Kopfausrundung kerbarmer gestaltet werden. Dies führt allerdings zu einem kerbschärferen Übergang in der Fußausrundung. In dem Referenzprofil wurde der Winkel $\alpha_{W,TL} = 3,65^\circ$ gewählt, sodass sich der Mitnehmer (Mitnehmerwinkel $\alpha_{W,Mi} = 15^\circ$) in nahezu vier gleiche Segmente unterteilt.

Die Innenkontur ergibt sich über den Innenradius des Kopfes $R_{W,K,0}$, der tangential in eine Ellipse übergeht. Über den Winkel der Innenkontur $\alpha_{W,Z}$ kann eingestellt werden, unter welchem Winkel die Ausrundung aufhört.

Der kleinste Durchmesser der Innenkontur des Referenzprofils ist durch den Innendurchmesser des Fußes $D_{W,F,0}$ beschrieben. Da der Durchmesser des Fußgrundes $D_{W,F,1}$ nach Tab. 5 gewählt wird und die Wanddicke am Fuß $t_{W,F}$ sich nach Gl. (4.5) berechnen lässt, ergibt sich der Innendurchmesser des Fußes $D_{W,F,0}$ zu.

$$D_{W,F,0} = D_{W,F,1} - 2 \cdot t_{W,F} \quad (4.12)$$

Tab. 5: Getroffene Werte der wählbaren Parameter des Referenzprofils.

Winkel der Innenkontur	$\alpha_{W,Z}$	28,90	°
Flankenlänge	$L_{W,Tr}$	0,52	mm
Öffnungswinkel	$\alpha_{W,Oe}$	19,50	°
Teilungswinkel Kopf/Fuß	$\alpha_{W,TL}$	3,65	°
Durchmesser des Fußgrundes	$D_{W,F,1}$	59,20	mm
Innenradius des Kopfes	$R_{W,K,0}$	1,09	mm
Übergangsradius des Kopfes	$R_{W,K,1}$	0,60	mm

4.6 Bemaßung des Referenzprofils

Aus den Vorgaben und den Maßen wurde ein Referenzprofil mit folgenden Größen entwickelt.

Tab. 6: Zusammenfassung der Geometriemaße des Referenzprofils.

Bezeichnung		Referenz	Sollmaß	
Rohrmaße				
Außendurchmesser des Rohres	D _R	Tab. 2	63,55	mm
Innendurchmesser des Rohres	(d _R)		59,35	mm
Wanddicke des Rohres	t _R		2,10	mm
Querschnittsfläche des Rohres	(A _R)		405,41	mm ²
Profilmaße				
Mitnehmerzahl	z	(4.1)	24	-
Wanddicke am Kopf	t _{W,K}	(4.4)	1,90	mm
Wanddicke am Fuß	t _{W,F}	(4.5)	1,60	mm
Spiel des Walzdorns	s _{Do}	Tab. 3	0,25	mm
Rückfederung am Dorn	f _{Do}		0,13	mm
Höhe der Zentrierung	t _{W,Z}	Tab. 4	0,15	mm
Übergangsradius der Zentrierung	R _{W,Z}		1,50	mm
Sehnenlänge der Zentrierung	L _{W,Z}		0,20	mm
Winkel Innenkontur	α _{W,Z}	Tab. 5	28,90	°
Flankenlänge	L _{W,Tr}		0,52	mm
Öffnungswinkel	α _{W,Oe}		19,50	°
Teilungswinkel	α _{W,TL}		3,65	°
Durchmesser des Fußgrundes	D _{W,F,1}		59,20	mm
Innenradius des Kopfes	R _{W,K,0}		1,09	mm
Übergangsradius des Kopfes	(R _{W,K,1})		0,60	mm
Referenzmaße und Absteckungsfaktoren				
Mitnehmerwinkel	(α _{W,Mi})	(4.2)	15,00	°
Absteckung des Kopfes	a _{W,K}	Tab. 3	0,90	-
Absteckung des Fußes	a _{W,F}		0,76	-
Absteckung Fläche (angestrebt)	a _{W,A}		0,94	-
Fläche des Profils (angestrebt)	(A _{W,th})	(4.7)	381,09	mm ²
Absteckung Fläche (erreicht)	a _{W,A,CAD}	CAD	0,939	-
Fläche des Profils (erreicht)	(A _W)	CAD	380,70	mm ²
Durchmesser des Dorns	(D _{Do})	(4.8)	58,85	mm
Innendurchmesser des Kopfes	(D _{W,K,0})	(4.9)	59,11	mm
Innendurchmesser des Fußes	(D _{W,F,0})	(4.12)	56,00	mm
Außendurchm. m. Zentrierung	(D _{W,K,Z})	(4.10)	62,91	mm
Außendurchm. o. Zentrierung	(D _{W,K,1})	(4.11)	62,61	mm

erfolgt durch eine Kopfzentrierung. Die Rücknahme $r_{N,Z,2}$ beträgt hier nur 2/100 mm.

Bei Torsionsbeanspruchung verdrehen sich Welle und Nabe zueinander, sodass die Flanken in Kontakt kommen. Durch einen Wegfall der ausgleichenden, aber sehr weichen Rilsanschicht kommt es zu höheren und ungleichmäßigeren Flächenpressungen, welche Verschleiß begünstigen können. Zusätzlich verringern sich durch die Pressung eingebrachter „Flankenkräfte“ die Bauteilfestigkeiten im Zahnfußbereich. Diese Gründe und die Sicherstellung einer axialen Verschiebbarkeit führen dazu, dass Zahnwellenverbindungen in Gelenkwellen mit Spiel gefertigt werden. Bei wechselnder bis schwellender Belastung der WNV wird dieses Spiel immer durchfahren und ist oftmals akustisch wahrzunehmen. Die angenommene Rücknahme der Flanken $r_{N,F,p,2}$ liegt beim Prototypen bei 2/100 mm. Um Doppelpassungen zu vermeiden, sollten sich die Ellipsensegmente vor dem Flankenbeginn (Punkte M und C in Abb. 23) durch das Kipp- und Verdrehspiel sowie durch Fertigungsungenauigkeiten nicht berühren. Aus diesem Grund ist der Beginn der Nabenflanke an Punkt C in radialer Richtung um die Rücknahme $r_{N,F,r,2}$ nach außen geführt. Die Flankenlänge der Nabe $L_{N,Tr}$ wurde gegenüber der Wellenflanke um 8/100 auf 0,6 mm verlängert, um ein Tragen der Wellenflanke Welle bis zum Kopfbereich sicherzustellen. Es wurden für die Nabe folgende Maße gewählt.

Tab. 7: Zusammenfassung der Geometriemaße der Referenznabe.

Maße der Nabe				
Außendurchmesser der Nabe	$D_{N,A}$		68,00	mm
Durchmesser des Nabenfußes	$D_{N,F,2}$		62,96	mm
Durchmesser des Nabenkopfes	$D_{N,K,2}$	Abb. 23	59,40	mm
Dicke der Beschichtung	$t_{N,B}$		0,20	mm
Flankenlänge der Nabe	$L_{N,Tr}$		0,60	mm
Rücknahme				
Rücknahme des Nabenkopfes	$r_{N,F,2}$		0,10	mm
Rücknahme der Zentrierung	$r_{N,Z,2}$		0,02	mm
Rücknahme der Flanke (parallel)	$r_{N,F,p,2}$	Abb. 23	0,02	mm
Rücknahme der Flanke (radial)	$r_{N,F,r,2}$		0,05	mm

5 Herstellung von Probenformen

Die Referenzprofilwellen wurden durch GROB und die Referenznaben durch HOHN hergestellt. Die Ausgangsrohre mit den in Tab. 2 angegebenen Spezifikationen wurden durch BENTELER geliefert. Es wurden verschiedene Varianten von Prototypen gefertigt. Diese unterscheiden sich nicht in der Profilform, sondern in der Anordnung der profilierten Bereiche. Untersucht wurden neben den statischen Steifigkeiten auch die dynamischen Tragfähigkeiten der Übergänge zwischen Rohr und Profil, sowie der Einfluss der Nabe. Tab. 8 fasst die Varianten zusammen. In Abb. 24, Abb. 25 und Abb. 26 sind die Proben als Zeichnung und in Abb. 31 und Abb. 44 in gefertigter Form zu erkennen.

Tab. 8: Zusammenfassung der untersuchten Probenformen.

Variante	Axiale Gestaltung der Probe	Versuchsart	
V1	glattes Rohr (geschweißte Anbindung)	-	-
V2	glattes Rohr	Stat.	-
V3	Rohr – Einlauf	-	Dyn.
V4	Rohr – Einlauf – Profil – harter Auslauf – Rohr	Stat.	Dyn.
V5	Rohr – Einlauf – Profil – sanfter Auslauf – Rohr	Stat.	Dyn.
V6	Profil – harter Auslauf – Rohr – Einlauf – Profil	-	-
V7	Profil – sanfter Auslauf – Rohr – Einlauf – Profil	-	Dyn.

Die Variante V1 ist ein Rohr, welches anfänglich noch auf Flansche verschweißt wurde. Diese aufwändige Anbindung des Rohres an den Prüfstand wurde ab Variante V2 durch eine Klemmverbindung mittels Spannsätzen ersetzt. Variante V1 ist daher für diese Arbeit nicht weiter relevant. Durch die Ergebnisse der Varianten V4 und V5 konnte rückgeschlossen werden, dass sich der sanfte und der harte Auslauf bzgl. der Kerbwirkung nicht signifikant unterscheiden. Die Profilierungen der Varianten V6 und V7 sind bis auf den Auslauf identisch. Daher konnte auf die Untersuchung der Variante V6 verzichtet werden.

5.1 Probenvarianten des Referenzprofils

Auf ein Rohr wird über eine Länge von ca. 400 mm eine profilierte Verzahnung aufgebracht, auf welche eine passende Nabe steckbar ist. Diese Probenvariante entspricht einer praxisnahen Verwendung. Der Übergang zwischen Rohr und Profil wird durch ein senkrechtes Zustellen der Walzen realisiert. Der Radius der Walze bildet sich dabei im Übergang ab. Als Versagensort bei Torsionsbelastung wurden aufgrund der Kerbüberlagerung entweder der Übergang oder der Steifigkeitssprung zwischen Welle und Nabe vermutet.

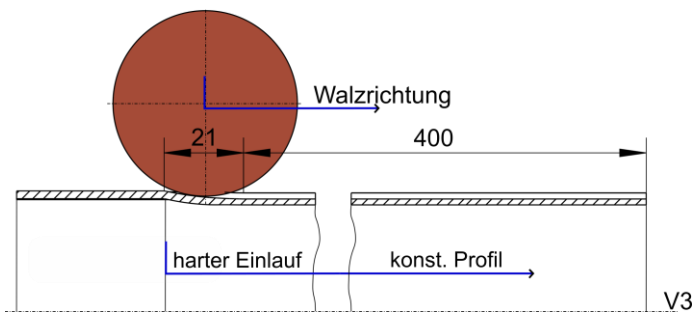


Abb. 24: Schematische Festlegung der Variante V3.

Für die experimentelle Untersuchung ist die Einspannbarkeit der Proben an beiden Enden zu berücksichtigen. Die Einspannung sollte dabei so gestaltet werden, dass diese keine zusätzliche Schwächung im Bauteil hervorruft. Bei Proben mit kreisförmigen Enden (Ausgangsrohr) bietet sich das Spannen über Spannelemente in ausreichender Entfernung zum Profilbereich an. Es wird von keiner Kerbüberlagerung oder nachhaltigen Schwächung des gering ausgelasteten Rohres ausgegangen. Bei der Variante V3 bietet sich am profilierten Ende die Paarung mit einer Nabe an. Dies verspricht eine praxisnahe Einbausituation, kann aber zu einer Schwächung des Profils durch Kerbüberlagerung führen.

Um nur die Profilgeometrie ohne Einfluss der Nabe zu untersuchen, wurden die Varianten V4 und V5 entwickelt, in denen das Profil wieder in einen Rohrabschnitt übergeht. Damit ist das Spannen der Proben an beiden Enden über Spannelemente möglich. Neben der Variante V4, bei der die Walzen senkrecht

herausgezogen werden, wurde auch eine Variante V5 gefertigt, bei welcher der Auslauf durch das Herausfahren der Walzen in einem 45° Winkel deutlich sanfter und länger ausfällt. Es wurde aufgrund des sanfteren Auslaufes eine geringe Kerbwirkung erwartet.

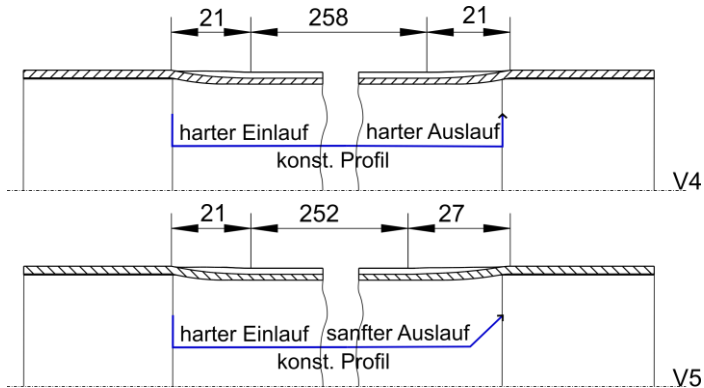


Abb. 25: Schematische Festlegung der Varianten V4/V5.

Das Spannen der Wellen über Spannsätze auf Flansche ist u. a. aufgrund der zusätzlichen Gewichte, Kosten und benötigter Passungen für viele Anwendung nicht geeignet. Durch die Profilierung an beiden Rohrenden ist eine formschlüssige Übertragung über verschiebbare Naben oder festsitzende Naben (Festsitz) möglich. Dazu wird die Variante V7 entwickelt, die neben einer auslaufenden Profilierung, vergleichbar mit Variante V3, auch eine vor einem Rohrabschnitt liegende Profilierung aufweist.

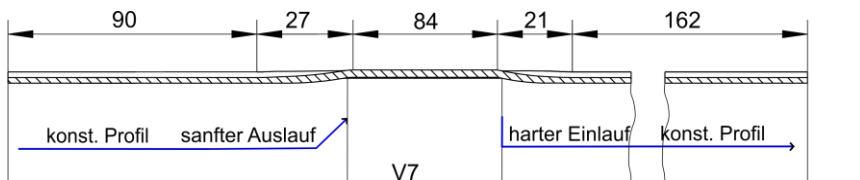


Abb. 26: Schematische Festlegung der Variante V7.

5.2 Herstellung der Referenznaben

Die Herstellung der Naben erfolgte durch die Firma HOHN. In einem ersten Schritt wird in die vorgedrehte Nabenhülse mit Hilfe einer auf die Profilform abgestimmten Räumnadel die Innenkontur geräumt. Danach wird die Nabe mit RILSAN mit dem Wirbelsinterverfahren beschichtet. Aufgrund einer ungleichmäßigen Schichtdicke und der Auftragung der Rilsansicht mit Übermaß ist ein zweites Räumen mit einer im Nenndurchmesser kleineren Räumnadel auf die Nennkontur notwendig. In einem letzten Schritt können bei Bedarf für die Klemmung der Nabe über Spannsätze die Funktionsdurchmesser $D_{N,K}$ und $d_{N,K}$ auf die Klemmlänge $b_{N,K}$ nachgedreht werden.

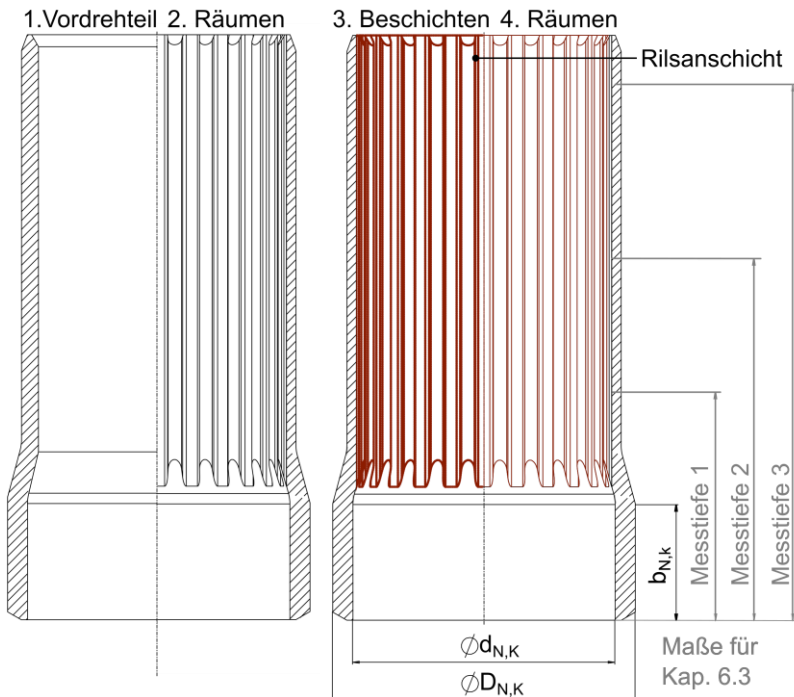


Abb. 27: Herstellung der Naben. Durch ein Räumen eines Vordrehteiles, einer Beschichtung mit RILSAN und einer zweiten Räumerung ist die Nabe herstellbar.

6 Maßhaltigkeit der hergestellten Proben

Bei der Herstellung der Rohre, sowie der daraus gefertigten Profile, kommt es zu herstellungsbedingten Abweichungen von Nenn- zu Ist-Maßen, welche sich auf die Beanspruchbarkeit der Bauteile auswirken können. In diesem Kapitel werden daher die Eigenschaften der Ausgangsrohre im Anlieferungszustand und der daraus geformten Profilrohre dokumentiert. Anhand der Ergebnisse werden Hinweise zur Auslegung zukünftiger Profilformen abgeleitet.

6.1 Maßhaltigkeit des Ausgangsrohres

Für einen präzisen Umformungsprozess sind Ausgangsrohre mit hoher Maßtoleranz notwendig. Die verwendeten Präzisionsstahlrohre und ihre Maßtoleranzen sind nach DIN EN 10305-2 (86) genormt. Für den Außendurchmesser $D_R = 63,55$ mm gilt nach Norm ein zulässiges Grenzmaß von $\pm 0,30$ mm. Für das Wanddickengrenzmaß ist der größere Wert von $\pm 7,5$ % der Wanddicke t_R oder $\pm 0,10$ mm zulässig. Die zulässige Wanddicke beträgt demnach $2,10 \pm 0,16$ mm.

Um die Maßhaltigkeit der Ausgangsrohre zu prüfen, wurden aus der Gesamtcharge sieben Rohre zufällig ausgewählt. Die Rohrproben wurden zum Teil vor dem Umformen entnommen, zum Teil sind es Abschnitte der profilierten Rohre. Die Trennquerschnitte wurden entgratet, ansonsten sind die gesäuberten Messstellen nicht nachbearbeitet und entsprechen bzgl. der Geometrie dem Ausgangszustand des Rohres. Um die durch den Trennvorgang eingebrachte Verformung nicht mitzumessen, wurde eine von der Trennstelle in axialer Richtung entfernte Messtiefe von 85 mm definiert. Mit einer Koordinatenmessmaschine wurde radial umlaufend jeweils der Außendurchmesser D_R und der Innendurchmesser d_R erfasst. Die Messsoftware der Messmaschine berechnet aus jeder Messkurve einen mittleren Durchmesser sowie die Rundheit, welche in Tab. 9 aufgeführt sind. Aus der Differenz der Durchmesser wird rechnerisch eine Wanddicke t_R bestimmt.

Es ergeben sich ein mittlerer Außendurchmesser $D_{R, \text{gem}} = 63,61$ mm, ein mittlerer Innendurchmesser $d_{R, \text{gem}} = 59,45$ mm und daraus eine rechnerisch ermittelte Wanddicke $t_{R, \text{gem}} = 2,08$ mm.

Tab. 9: Abmessung des Ausgangsrohres.

Messobjekt	Außendurchmesser		Innendurchmesser		Wanddicke
	$D_{R,i}$	Rundheit	$d_{R,i}$	Rundheit	$t_{R,i}$
1 (V5S20_E)	63,58	0,02	59,40	0,01	2,09
2 (V5S20_M)	63,58	0,03	59,42	0,03	2,08
3 (E33_E)	63,61	0,07	59,45	0,08	2,08
4 (E33_M)	63,62	0,06	59,46	0,07	2,08
5 (V4S9_E)	63,63	0,08	59,47	0,09	2,08
6 (V4S9_M)	63,69	0,13	59,53	0,14	2,08
7 (V10S2_E)	63,56	0,01	59,40	0,01	2,08
8 (V10S2_M)	63,59	0,03	59,41	0,02	2,09
5 (V5S21_E)	63,62	0,09	59,44	0,07	2,09
6 (V5S21_M)	63,60	0,08	59,42	0,07	2,09
11 (V10S1_E)	63,68	0,11	59,49	0,11	2,09
12 (V10S1_M)	63,62	0,07	59,46	0,08	2,08
13 (V4S3_E)	63,61	0,05	59,44	0,06	2,08
14 (V4S3_M)	63,60	0,04	59,44	0,05	2,08
Ist-Maß:	$D_{R,gem}$ 63,61	0,06	$d_{R,gem}$ 59,45	0,06	$t_{R,gem}$ 2,08
Nenn-Maß:	D_R 63,55		d_R 59,35		t_R 2,10
Abweichung:	0,09 %		0,17 %		-0,95 %
Messstellen: _E: Rohranfang; _M: Rohrende; Angaben in mm					

Die Durchmesser weichen prozentual kaum, die Wanddicke mit -0,95 % etwas von den Nennmaßen des Rohres ab. Der Außendurchmesser und die Wanddicke liegen innerhalb der in der Norm geforderten Grenzmaße. Die mittlere gemessene Rundheit der Durchmesser beträgt 0,06 mm. Durch die Dünnwandigkeit ist das Rohr nicht sehr steif. Neben einer grundlegenden Unrundheit durch den Herstellungsprozess könnten Effekte durch Einspannen, durch Trennvorgänge oder auch durch eine liegende Lagerung nicht weiter untersuchte Gründe für diese Unrundheit sein. Für die weiteren Berechnungen wird als Vereinfachung angenommen, dass das Rohr über den Umfang gleichmäßig groß ist, die Rundheit wird daher nicht berücksichtigt. Für einen möglichst realitätsnahen Abgleich zwischen Versuch, analytischer und numerischer Lösung, werden die nachfolgenden Rechnungen mit den gemessenen und gemittelten Werten $D_{R,gem}$, $d_{R,gem}$ und $t_{R,gem}$ durchgeführt. Das polare Widerstandsmoment $W_{p,R,gem}$ für einen Kreisring lässt sich aus dem Rohraußendurchmesser $D_{R,gem}$ und dem Rohrinneindurchmesser $d_{R,gem}$ bestimmen.

$$W_{p,R,gem} = \frac{\pi}{16} \cdot \left(\frac{D_{R,gem}^4 - d_{R,gem}^4}{D_{R,gem}} \right) = 11978,83 \text{ mm}^3 \quad (6.1)$$

Tab. 10: Gemessene Abmessungen des Ausgangsrohres.

Außendurchmesser	$D_{R,gem}$	63,61	mm
Wanddicke	$t_{R,gem}$	2,08	mm
Innendurchmesser	$d_{R,gem}$	59,45	mm
Querschnittsfläche	$A_{R,gem}$	402,10	mm ²
Pol. Widerstandsmoment	$W_{p,R,gem}$	11978,83	mm ³

6.2 Maßhaltigkeit des Referenzprofils

Das gefertigte Referenzprofil wurde durch GROB gemessen. Zur Verdeutlichung der Abweichung ist die Soll- und Istkontur in Abb. 28 dargestellt.

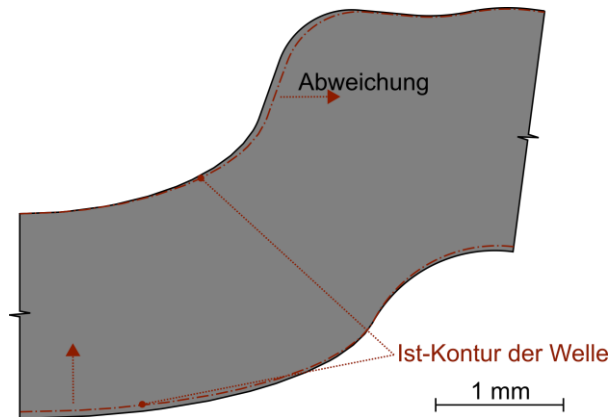


Abb. 28: Soll- und Istkontur des Referenzprofils.

Soll- und Istmaße des Rohres und des Profils sind in Tab. 11 als Werte gegenübergestellt. Wie bereits im vorherigen Kapitel aufgezeigt, weicht das Ausgangsrohr geringfügig von den Nennmaßen ab. Der Außendurchmesser D_R ist um 0,06 mm, der Innendurchmesser d_R um 0,1 mm größer und die Wanddicke t_R damit 0,02 mm dünner. Der für die Zentrierung wichtige Außendurchmesser $D_{W,K,Z}$ sowie der für die Spannung im Fußgrund wichtige Durchmesser des Fußgrundes $D_{W,F,1}$ konnten sehr genau gefertigt werden. Bedingt durch die geringere Wanddicke t_R des Rohres verringern sich die Wanddicken am Kopf $t_{W,K}$ und

im Fuß $t_{W,F}$. Damit verschiebt sich die innere Kontur radial leicht nach außen. Weitere Veränderungen sind aufgrund prozessbedingter notwendiger Anpassungen des Umformwerkzeuges (Profilwalzen) im Bereich der Flanke festzustellen. Die Mitnehmerlücke und damit der Teilungswinkel $\alpha_{W,TL}$ sind größer geworden. Die Flanke ist flacher und kürzer geworden und hat sich etwas radial nach außen verschoben.

Tab. 11: Soll- und Istmaße des Referenzprofils nach der Fertigung.

Bezeichnung		Ref.	Soll-	u. Ist-	Maß	Abw. %
Rohrmaße						
Außendurchmesser des Rohres	D_R	Tab. 2	63,55	63,61	mm	0,09
Innendurchmesser des Rohres	(d_R)		59,35	59,45	mm	0,17
Wanddicke des Rohres	t_R		2,10	2,08	mm	0,95
Querschnittfläche des Rohres	(A_R)		405,4	402,1	mm ²	-0,80
Profilmaße						
Mitnehmerzahl	Z	(4.1)	24	24	-	-
Wanddicke des Kopfes	$t_{W,K}$	(4.4)	1,90	1,85	mm	-2,63
Wanddicke des Fußes	$t_{W,F}$	(4.5)	1,60	1,55	mm	-3,13
Spiel des Walzdorns	s_{Do}	Tab. 3	0,25	0,17	mm	-32,0
Rückfederung am Dorn	f_{Do}		0,13	0,05	mm	-61,5
Höhe der Zentrierung	$t_{W,Z}$	Tab. 4	0,15	0,15	mm	-
Übergangsradius der Zentr.	$R_{W,Z}$		1,50	1,50	mm	-
Sehnenlänge der Zentr.	$L_{W,Z}$	Tab. 5	0,20	0,20	mm	-
Winkel Innenkontur	$\alpha_{W,Z}$		28,90	28,18	°	-2,49
Flankenlänge	$L_{W,Tr}$		0,52	0,47	mm	-9,62
Öffnungswinkel	$\alpha_{W,Oe}$		19,50	20,02	°	2,67
Teilungswinkel Kopf/Fuß	$\alpha_{W,TL}$		3,65	3,77	°	3,29
Durchmesser des Fußgrundes	$D_{W,F,1}$		59,20	59,20	mm	-
Innenradius des Kopfes	$R_{W,K,0}$		1,09	1,09	mm	-
Übergangsradius des Kopfes	$(R_{W,K,1})$		0,60	0,60	mm	-
Tiefe der Kopfabrundung	$t_{W,R,K,1}$	(8.2)	0,44	0,445	mm	-1,13
Referenzmaße und Abstreckungsfaktoren						
Mitnehmerwinkel	$(\alpha_{W,Mi})$	(4.2)	15,00	15,00	°	-
Abstreckung des Kopfes	$a_{W,K}$	Tab. 3	0,900	0,889	-	-2,63
Abstreckung des Fußes	$a_{W,F}$		0,760	0,745	-	-3,12
Abstreckung der Fläche	$a_{W,A,CAD}$	CAD	0,939	0,920	-	-2,02
Fläche des Profils	(A_W)	CAD	380,7	369,7	mm ²	-2,88
Durchmesser Dorn	(D_{Do})	(4.8)	58,85	59,09	mm	0,41
Innen-Ø des Kopfes	$(D_{W,K,0})$	(4.9)	59,11	59,19	mm	0,14
Innen-Ø des Fußes	$(D_{W,F,0})$	(4.12)	56,00	56,10	mm	0,18
Außen-Ø m. Zentrierung	$(D_{W,K,Z})$	(4.10)	62,91	62,89	mm	-0,03
Außen-Ø o. Zentrierung	$(D_{W,K,1})$	(4.11)	62,61	62,59	mm	-0,03
Flanken-Ø, maximaler	$(D_{W,Fl,max})$	(8.1)	61,72	61,73	mm	0,02
Flanken-Ø, mittlerer	$(D_{W,Fl,m})$	(8.4)	61,27	61,29	mm	0,03
Flanken-Ø, minimaler	$(D_{W,Fl,min})$	(8.3)	60,82	60,84	mm	0,03

Der gefertigte Dorn musste aufgrund der Toleranzen des Ausgangsrohres nachbearbeitet werden, um einen Aufschieben des Rohres zu ermöglichen. Ein Aufschieben des Ausgangsrohres war mit dem Dorndurchmesser $D_{D0} = 59,09$ mm möglich. Damit ergibt sich ein rechnerisches Spiel zwischen Dorn und Innendurchmesser bezogen auf den Radius des Rohres von $s_{D0} = 0,17$ mm. Bei zukünftigen Umformungen sieht GROB eine Spielreduktion auf 0,1 mm unter der Voraussetzung eines maximalen Rundheitsfehlers des Rohres von 0,15 mm als realisierbar an. Mit der verwendeten Rohrcharge ist diese Bedingung nach Tab. 9 bereits erfüllbar. Die gemessene Rückfederung bezogen, auf den Radius des Profils, wurde mit $f_{D0} = 0,05$ mm bestimmt.

Unter Berücksichtigung des komplexen Umformverfahrens stimmt das gefertigte Profil sehr gut mit der Fertigungszeichnung überein. Alle vorab von GROB angegebenen Toleranzen sind eingehalten. Auch die kleinste Toleranz für den Außendurchmesser mit Zentrierung von 5/100 mm wird eingehalten. Die größten prozentualen Abweichungen, das Spiel im Dorn sowie die Rückfederung, betreffen dabei vom Herstellungsverfahren abhängige Prozessparameter und wirken sich nur indirekt auf die Profilform aus. Alle anderen Maße weichen nur um wenige Hundertstel ab. Die grundsätzliche Herstellbarkeit des Profils ist damit nachgewiesen.

Aus den gemessenen Größen können wiederum die Abstreckungsfaktoren nach den Gln. (4.4) - (4.7) und Werte für zukünftige Profilformen zurückgerechnet werden.

Tab. 12: Auslegungsparameter für zukünftige Profilformen.

Bezeichnung	Angepasste Maße		
Spiel des Dorns	s_{D0}	0,10	mm
Rückfederung des Dorns	f_{D0}	0,05	mm
Abstreckung der Wanddicke Kopf	$a_{W,K}$	0,889	-
Abstreckung der Wanddicke Fuß	$a_{W,F}$	0,745	-
Abstreckung der Fläche	$a_{W,A}$	0,920	-

Auch diese stimmen sehr gut mit den angenommenen Werten der Vorauslegung überein. Die rechnerische Querschnittsfläche des Rohres ist durch die verringerte Rohrwanddicke etwas kleiner. Dies ist als Hauptursache für die verringerte Querschnittsfläche des Profils anzusehen. Der Abstreckungsfaktor $a_{W,A}$ gibt das

Verhältnis der Querschnittsfläche des Ausgangsrohres zur Querschnittsfläche des Profils an. Entgegen der Auslegung wird die Querschnittsfläche stärker verkleinert, sodass der Abstreckungsfaktor der Fläche $a_{W,A}$ von 0,939 auf 0,920 angepasst werden sollte. Die in Tab. 12 aufgeführten Werte sind als Richtwerte zu sehen. Für andere Profilformen und -größen können sich abweichende Größen ergeben.

6.3 Maßhaltigkeit der Referenznabe

Die Referenznabe wurde an drei axialen Positionen (60, 90, 130 mm ab Nabenanfang Klemmfläche, siehe Abb. 27) mittels einer Koordinatenmessmaschine durch GROB gemessen. Die gemittelten Durchmesser der Messungen sind in Tab. 13 aufgeführt.

Tab. 13: Soll- und Istmaße der Referenznabe.

Bezeichnung		Nennmaß	Istmaß	Abw.	
Durchmesser des Fußes	$D_{N,F,2}$	62,96	62,94	-0,02	mm
Durchmesser des Kopfes	$D_{N,K,2}$	59,40	59,41	0,01	mm

Die vorgegebenen Durchmesser konnten auf wenige Hundertstel genau hergestellt werden. Der maximale Abstand zwischen Soll- und Istkontur der Nabe, vgl. Abb. 29, beträgt zwischen Kopfbereich und Flankenbeginn Nabe etwa 0,03 mm. Dieser Bereich ist kaum beansprucht und von untergeordneter Bedeutung.

6.4 Paarung des Referenzprofils mit der Referenznabe

Sowohl die Profilwelle als auch die Nabe wurden durch GROB mittels eines Profilschanners messtechnisch erfasst. In Abb. 29 ist die gefertigte Kontur der Welle und der Nabe in Bezug zu gezeichnetem Modell gesetzt.

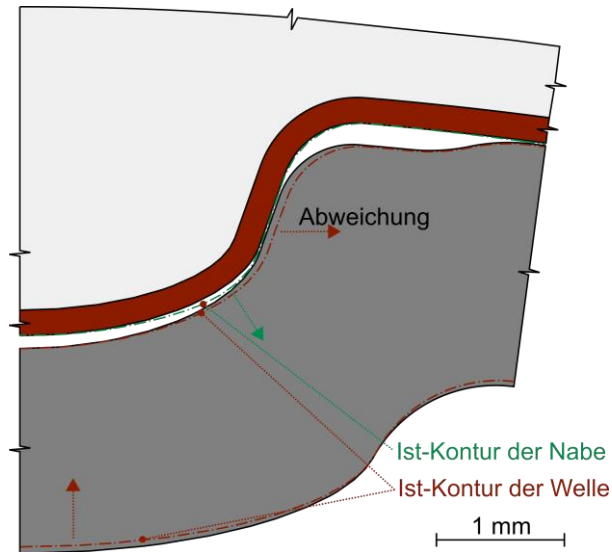


Abb. 29: Soll- und Istkontur der Referenzprofilwelle und der Referenznabe: Die geräumte Nabe konnte sehr genau hergestellt werden. Durch eine kleine Abweichung an der Flanke der Welle ergibt sich ein erhöhtes Flankenspiel.

Sowohl die Wellen als auch die Naben wurden durch unterschiedliche Firmen hergestellt und konnten ohne zusätzliche Anpassungen erfolgreich gepaart werden. Es wird somit von einer prozesssicheren und anwendbaren Herstellbarkeit ausgegangen. Ein Klemmen der gefügten Verbindung konnte an keiner Paarung der Proben festgestellt werden, auch aus dem Grund, weil der Durchmesser der Zentrierung $D_{W,K,Z}$ mit 0,03 mm etwas kleiner gefertigt wurde. Durch die leicht abweichende Flanke erhöht sich der Flankenabstand von 0,02 mm auf etwa 0,06 mm. Zur Reduzierung dieses Flankenspieles könnte bei zukünftigen Profilformen die geräumte Nabe auf das hergestellte Profil besser angepasst werden.

7 Experimentelle und numerische Torsionsversuche

Die in diesem Kapitel beschriebenen Torsionsversuche an Rohren und Profilwellen dienen zur Validierung eines numerischen Berechnungsmodells, welches für die Baureihenentwicklung in Kap. 8 benötigt wird. Die Experimente werden in statische Torsionsversuche und dynamische Versuche auf Basis des Treppenstufenverfahrens unterteilt. Mit Hilfe statischer Verdrehversuchen am Ausgangsrohr werden primär Materialkennwerte ermittelt, welche für alle weiteren analytischen und numerischen FEM-Berechnungen verwendet werden sollen. Die Versuche, die FEM-Berechnung sowie die analytische Lösung im elastischen Bereich können untereinander verglichen werden und liefern im Idealfall bei der Rohrgeometrie gleiche Werte.

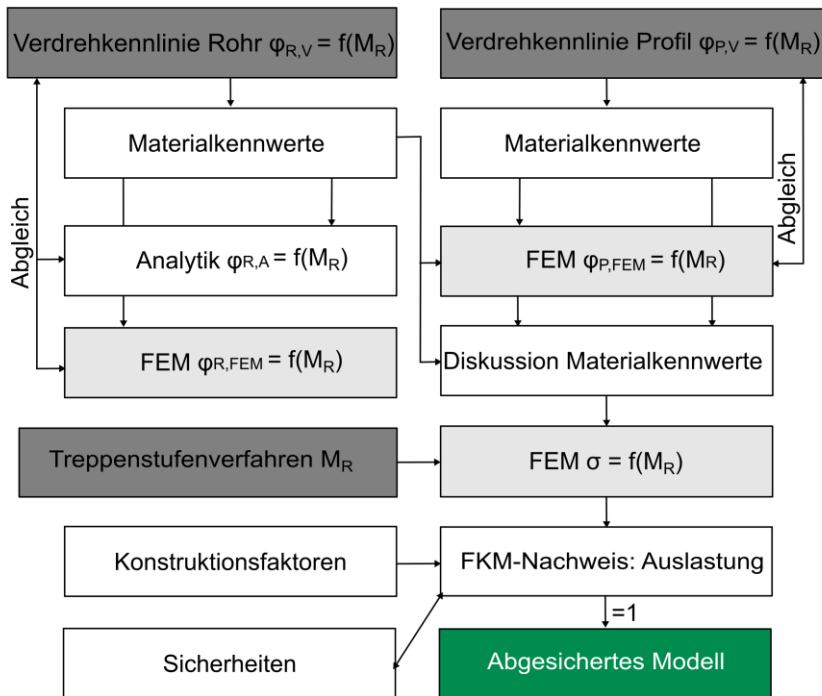


Abb. 30: Ablaufschema zur Validierung der FEM- und FKM-Modelle.

In einem zweiten Schritt werden Profilrohre statisch tordiert. Stimmen die Versuchsergebnisse und die Ergebnisse der FEM-Berechnung überein, so kann

von einem validen Berechnungsmodell bzgl. der Berechnung der Bauteilspannungen ausgegangen werden. Mit Hilfe dynamischer Versuche wird die experimentelle Langzeitfestigkeit der Profilwellen untersucht. Über FEM-Berechnungen und der Zusammenfassung von Probenkennwerten in einem Konstruktionsfaktor kann mit Hilfe der FKM-Richtlinie die Langzeitfestigkeit rechnerisch bestimmt und so mit der experimentellen Langzeitfestigkeit verglichen werden. Treten Abweichungen zwischen der berechneten und der experimentell ermittelten Langzeitfestigkeiten auf, so können diese Abweichungen über Sicherheiten berücksichtigt werden. Ziel des Kapitels ist die experimentelle Absicherung eines Berechnungsmodells.

7.1 Statische Torsionsversuche

Bei den statischen Torsionsversuchen wird die zu prüfende Probe einmalig verdreht. Das mit etwa 40 Nm/s ansteigende Torsionsmoment verursacht eine Schubbeanspruchung im Bauteil. Die dadurch bedingte Dehnung und Scherung führt zu einer Verdrehung der Probe, welche messtechnisch erfasst werden kann. Die Versuche dienen zur Aufnahme von experimentell ermittelten Torsionsmoment-Drehwinkel-Kennlinien, welche mit den numerisch bestimmten Kennlinien verglichen werden können. Bestimmt werden dabei die Torsionsmoment-Drehwinkel-Kennlinien des Ausgangsrohres und die Varianten V4 und V5 einer profilierten Probe.

V2 Rohr:

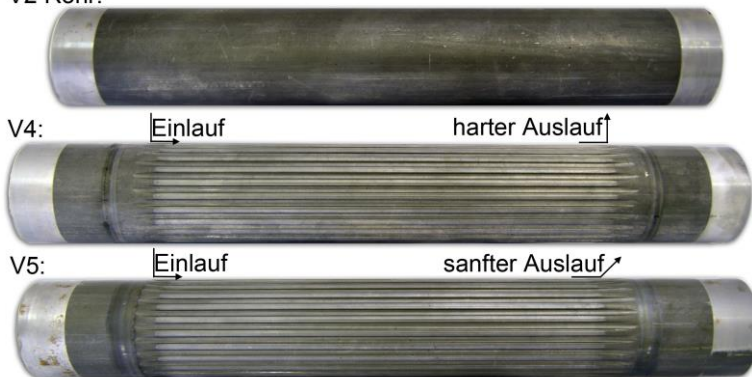


Abb. 31: Probengeometrien für die statischen Versuche: Neben dem Ausgangsrohr werden zwei Varianten mit unterschiedlicher Auslaufgeometrie verdreht.

7.1.1 Beschreibung des statischen Torsionsprüfstandes

Das Institut für Maschinenwesen verfügt über einen statischen Torsionsprüfstand mit einem Maximaltorsionsmoment von 5600 Nm. Proben verschiedener Durchmesser und Längen können bei passender Adaptierung zwischen dem Festbock /1/ und einem 2-stufigen Getriebe /2/ eingebaut werden. Das Torsionsmoment kann entweder manuell mit einem Hebel /3/ oder durch einen Elektromotor /4/ aufgebracht werden. Die messtechnische Erfassung des Torsionsmomentes erfolgt bei diesen Versuchen mit einem Messflansch /5/.

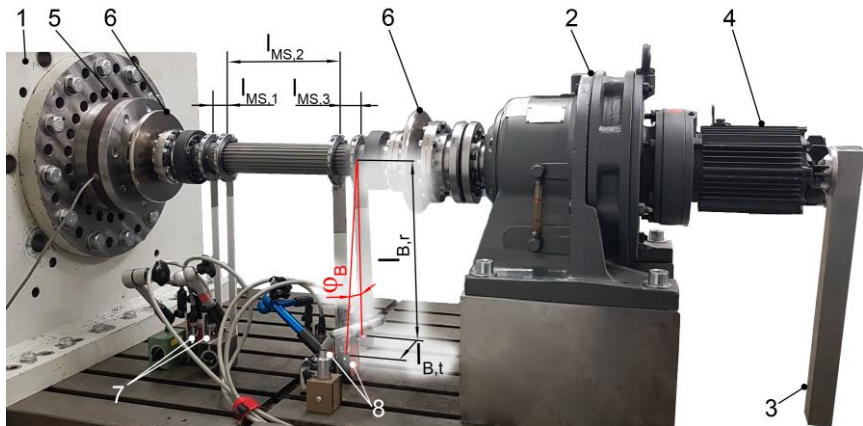


Abb. 32: Statischer Torsionsprüfstand: Die Probe wird zwischen einem Torsionsmomentmessflansch und einem übersetzten Antriebsmotor eingespannt. Die durch das Torsionsmoment verursachte Verdrehung der Probe kann über optische Wegmesssysteme bestimmt werden.

Zwei Kupplungen /6/ dienen zum Ausgleich der Ausrichtungsabweichungen und damit verbundenen Querkräften und Biegemomenten. Um die Effekte der Probeneinspannung nicht mitzumessen, werden die Drehwinkel der Probe erst mit ausreichend Abstand zur Einspannung gemessen. Auf die Probe werden im Abstand l_{MS} Bleche geklemmt, die sich mit der Verdrehung des Rohres auslenken. Die horizontale Auslenkung $l_{B,t}$ der Bleche im Abstand $l_{B,r}$ zur Drehachse kann durch optische Laserabstandsensoren /7/ und /8/ gemessen werden. Weitere Kennwerte des Prüfstandes sind im Anhang A1, Tab. 55, zu finden. Mit der nachfolgenden Gleichung kann auf die Auslenkung der Messstellen geschlossen werden.

$$\varphi_{B,j} = \arctan\left(\frac{l_{B,t,j}}{l_{B,r,j}}\right) \quad (7.1)$$

Der Drehwinkel des Rohres an der Winkelmessstelle 1 ergibt sich aus der Differenz von $\varphi_{B,2}$ und $\varphi_{B,1}$.

$$\varphi_{MS1} = \Delta(\varphi_{B,2}, \varphi_{B,1}) \quad (7.2)$$

Der relative Drehwinkel ergibt sich durch Division des entsprechenden eingestellten und nachgemessenen axialen Abstandes l_{MS1} .

$$\varphi'_{MS1} = \frac{\Delta(\varphi_{B,2}, \varphi_{B,1})}{l_{MS1}} \quad (7.3)$$

7.1.2 Experimentelle Ermittlung der Rohrmaterialkennwerte

Im Rahmen der Prototypenentwicklung wurde ein längsgeschweißtes, leicht kalt nachgezogenes Präzisionsstahlrohr nach (86) gewählt. Das Rohr ist aus dem Werkstoff C22 mit der Werkstoffnummer 1.0402 gefertigt. Der unlegierte, vergütbare Qualitätsstahl zeichnet sich durch nachfolgende chemische Zusammensetzung nach DIN EN 10083-2 (88) aus.

Tab. 14: Chemische Zusammensetzung des Werkstoffes C22: Spezifikation nach Norm und vorliegende Materialzusammensetzung des Rohres.

Spezifikation	C	Si	Mn	P	S	Cr	Mo	Ni	Cr+Mo+Ni
Norm (min)	0,17	-	0,40	-	-	-	-	-	-
Norm (max)	0,24	0,40	0,70	0,045	0,045	0,4	0,1	0,4	0,63
Rohr	0,21	0,01	0,66	0,008	0,004	-	-	-	-

Die verwendete chemische Zusammensetzung liegt innerhalb der Spezifikation. Die veröffentlichten Festigkeitskennwerte für C22 schwanken je nach Quelle und Behandlungszustand sehr und sind daher nur eingeschränkt für eine Auslegung geeignet, wie eine exemplarische Auflistung von Literaturangaben im Anhang A2 zeigt. Die Festigkeitswerte der Rohre sind unter anderem durch abweichende Materialzusammensetzung sowie der Prozessführung bei der Rohrherstellung erheblichen Streuungen unterworfen. Aus diesem Grund sind in der DIN EN 10305-2 (86) Zugversuche nach DIN EN ISO 6892-1 (89) vorgeschrieben. Der Lieferant der Rohre BENTELER führte Zugversuche an drei Rohren aus und gibt die Kennwerte der Rohre wie in Tab. 15 folgt an.

Tab. 15: Kennwerte aus dem Werkzeugzeugnis der Rohrhaltzeuge.

Einzelversuch	1.	2.	3.	Mittelwert	Mindestwert	
Streckgrenze $R_{p,0,2} \%$	499	499	507	502	> 465	MPa
Zugfestigkeit R_m	566	563	564	564	> 510	MPa
Bruchdehnung A_5	15,7	19,1	18,3	17,7	-	%

Da die ermittelten Kennwerte oberhalb der, seitens des Herstellers angegebenden, geforderten Mindestvoraussetzungen liegen, schließt der Rohrerhersteller auf einen stabilen Prozess und die Erfüllung der Qualitätsanforderungen der ganzen Charge. Die mögliche Erhöhung der Streckgrenze über 520 MPa durch das Kaltziehen bei unlegierten Stählen ist in (90, S. 140) erwähnt und bestätigt die erhöhten Materialkennwerte. Es sei hier angemerkt, dass eine zusätzliche Probe nach der Ziehbank und noch vor dem Rundrichten gezogen wurde. Bei dieser Probe wurden deutlich höhere Festigkeitswerte ermittelt.

Tab. 16: Kennwerte vor dem umformenden Prozess des Rundrichtens.

Streckgrenze $R_{p,0,2} \%$	562	MPa
Zugfestigkeit R_m	576	MPa
Bruchdehnung A_5	16,7	%

Diese durch Zugproben ermittelten Kennwerte erlauben das Auslegen von nicht dehnungskritischen Bauteilen mit einem rein linear-elastischen Materialmodell, sofern für den verwendeten Stahl eine überwiegend kubisch-raumzentrierte Gitterstruktur (krz) angenommen wird. Der E-Modul konnte nicht näher bestimmt werden. Ein in der Literatur, wie z. B. in Roloff/Matek (14), üblicher Wert für den E-Modul von Stahl ist 210 GPa. Die Ermittlung der tatsächlichen Materialkennwerte, wie Zugfestigkeit und Streckgrenze, ist für eine genaue spannungsorientierte Auslegung der Bauteile von großer Bedeutung. Für genauere Untersuchungen und einen Abgleich über die Dehnung ist die möglichst genaue Kenntnis des E-Moduls sowie eine detaillierte Spannungs-Dehnungs-Kennlinie notwendig.

Für eigene Zugversuche ist eine Probenextraktion einer Flachzugprobe aus dem Rohr technisch möglich. Das runde Segment muss allerdings auf eine flache Probe umgeformt werden, wodurch sich durch Eigenspannung absehbar andere Messwerte ergeben. Dieses Verfahren ist hier daher nur bedingt anwendbar.

In den nachfolgenden Kapiteln wird deshalb versucht, mit Hilfe statischer Torsionsversuche Materialkennwerte zu bestimmen, die im besten Fallen zur Auslegung genutzt werden können.

7.1.2.1 Torsionsmoment- Drehwinkel-Kennlinien der Ausgangsrohre

Zur Ermittlung dieser Materialkennwerte werden nacheinander fünf Ausgangsrohre in den statischen Torsionsprüfstand eingebaut und tordiert. Die Torsionsmoment-Drehwinkel-Kennlinien sind in Abb. 33 dargestellt. Bei etwa 3700 Nm kommt es zu einem Beulen der Ausgangsrohre und der Versuch wird beendet. Alle Proben zeigen ein gleiches Dehnungsverhalten unter Torsion. In der Torsionsmoment-Drehwinkel-Kennlinie ist der elastische Bereich durch ein konstantes Ansteigen sowie der Übergang zum plastischen Bereich durch ein Abflachen der Kurve erkennbar.

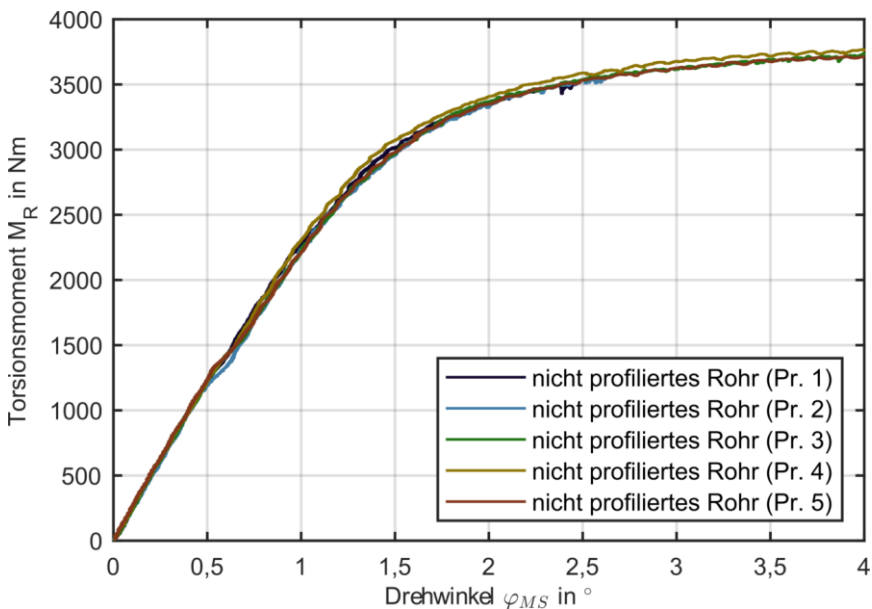


Abb. 33: Torsionsmoment-Drehwinkel-Kennlinie des Ausgangsrohres. Die fünf tordierten Rohre zeigen ein gleichartiges Dehnungsverhalten: Nach einem linearen, elastischen Bereich schließt sich ein plastischer Bereich an.

Eine Abgrenzung, an deren Stelle der Übergang zwischen elastischen und plastischen Bereich auftritt, ist in dieser Darstellung nur grob abschätzbar. Ziel ist

es daher, die Kennlinie in ein Spannungs-Dehnungs-Diagramm umzurechnen, um mit Hilfe der um 0,2 %-Dehnung verschobenen Hookeschen Gerade die Streckgrenze zu bestimmen. Der E-Modul E ist die Steigung der Hookeschen Gerade, welche sich aus der Kennlinie im elastischen Bereich ergibt. Der E-Modul (und der daraus ableitbare Schubmodul) ist gleichzeitig eine Kenngröße für die Steifigkeit des Bauteiles und wird zur Bestimmung der Dehngrenze verwendet. Bei einachsigen Belastungen im elastischen Bereich ist der E-Modul wie folgt definiert.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \text{const.} \quad (7.4)$$

Die Ermittlung des E-Moduls erfolgt bei sehr kleinen Dehnungen im elastischen Bereich. Nach DIN 6892 (89) erreichen selbst (Standard-)Zugversuchsprüfstände mit Extensometer der Klasse I nicht die erforderliche Genauigkeit, um E-Modul-Werte mit einem akzeptablen Maß an Sicherheit zu bestimmen, vgl. (19). Bei diesem durchgeführten Versuch kann die Dehnung nur indirekt über den Drehwinkel mit begrenzter Auflösung, vgl. Anhang A1, gemessen werden. In dieser Arbeit wird das Messverfahren dennoch vorgestellt und Abweichungen diskutiert. Zur Ermittlung des E-Moduls werden zwei Wege vorgestellt.

7.1.2.2 Bestimmung des E-Moduls über den Schubmodul

Der Scherwinkel γ im Bogenmaß kann für einfache rotationssymmetrische Bauteile für kleine Drehwinkel φ_{MS} unter 10° aus der Stablänge / dem Abstand der Messstellen l_{MS} und dem Außendurchmesser D_R nachfolgender Gleichung geschätzt werden.

$$\gamma = \frac{\varphi_{MS} \cdot D_R}{2 \cdot l_{MS}} \quad (7.5)$$

Alternativ ergibt sich der Scherwinkel aus dem Torsionsmoment M_R , dem polaren Widerstandsmoment $W_{p,R,gem}$, siehe Gl. (6.1), und dem Schubmodul G zu.

$$\gamma = \frac{M_R}{W_{p,R,gem} \cdot G} \quad (7.6)$$

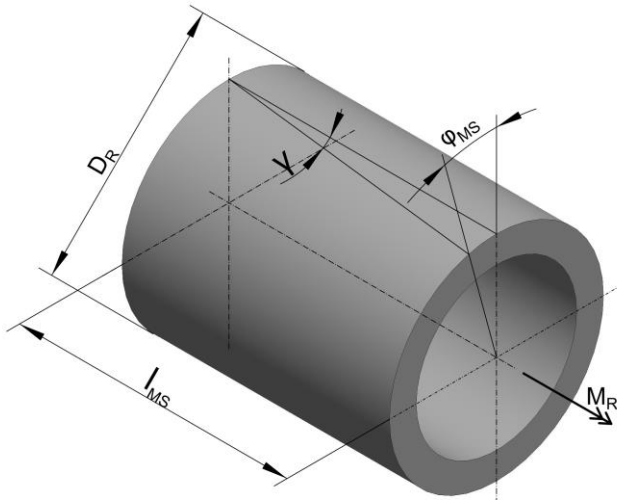


Abb. 34: Verdrillung eines rotationssymmetrischen Bauteiles.

Aus den beiden Gleichungen ergibt sich ein Zusammenhang zwischen Drehwinkel φ_{MS} und Torsionsmoment M_R .

$$\varphi_{MS} = \frac{2 \cdot M_R \cdot l_{MS}}{W_{p,R,gem} \cdot D_R \cdot G} \quad (7.7)$$

Der E-Modul kann für isotrope Materialien über den Schubmodul und die Querkontraktionszahl/Poissonzahl ν bestimmt werden.

$$E = G \cdot 2 \cdot (1 + \nu) \quad (7.8)$$

Wird die Gl. (7.7) nach dem Schubmodul G umgeformt und in Gl. (7.8) eingesetzt, so ergibt sich.

$$E = \frac{2 \cdot M_R \cdot l_{MS}}{W_{p,R,gem} \cdot D_R \cdot \varphi_{MS}} \cdot 2 \cdot (1 + \nu) \quad (7.9)$$

Der Abstand l_{MS} der beiden Winkelmessstellen beträgt bei diesen Versuchen 200 mm. Für die Querkontraktionszahl wird ein für Stähle üblicher Wert von $\nu = 0,3$ angenommen. Unter dieser Annahme ergeben sich aus den gemessenen Torsionsmomenten und Drehwinkeln folgende berechnete Verläufe für den E-Modul.

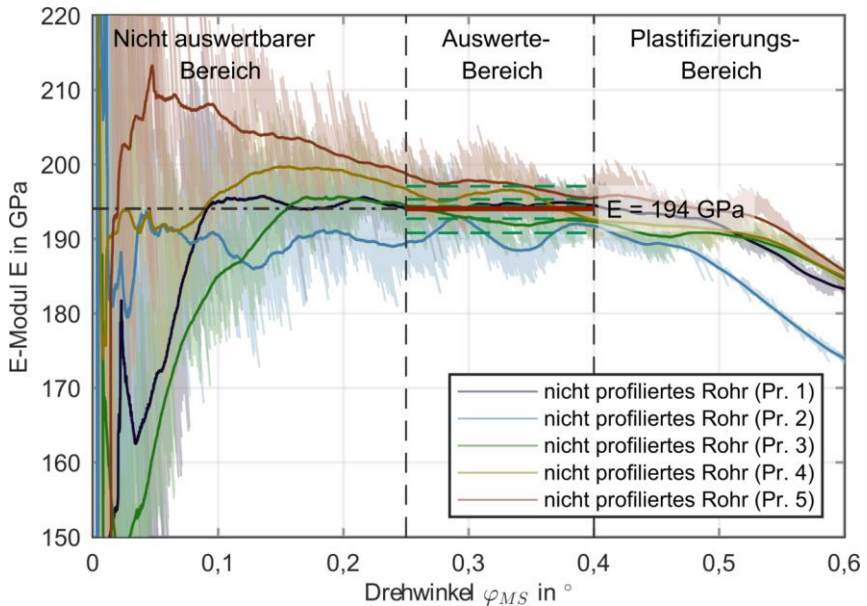


Abb. 35: E-Modul-Drehwinkel-Verlauf: Der aus den Versuchswerten rechnerisch ermittelte E-Modul geht von einem anfangs sehr verrauschten in einen konstanten Bereich über und fällt mit zunehmendem Drehwinkel und damit verbundener Plastifizierung ab. Aus dem Plateau zwischen $0,25^\circ$ bis $0,40^\circ$ kann ein mittlerer E-Modul von 194 GPa ermittelt werden.

Die Messsignale sind im niedrigeren Drehwinkelbereich sehr stark verrauscht und sollten daher nicht zur Ermittlung des E-Moduls herangezogen werden. Dieses Rauschen ist auf die Messtechnik zurückzuführen. Mit zunehmendem Drehwinkel nähern sich die Messwerte gegenseitig an und bilden ein Plateau. Der Bereich zwischen $0,25^\circ$ und $0,40^\circ$ zeichnet sich durch einen konstanten E-Modul aus und wird daher zur Auswertung herangezogen. Aus den jeweiligen Mittelwerten der geglätteten Messsignale in diesem Bereich kann ein E-Modul von 194 GPa bestimmt werden. Ab $0,40^\circ$ fällt der E-Modul aufgrund der Plastifizierungsvorgängen deutlich ab.

7.1.2.3 Bestimmung des E-Moduls über das Spannungs-Dehnungs-Diagramm

Die Bestimmung des E-Moduls erfolgt bei einem Zugversuch in der Regel aus einem Spannungs-Dehnungs-Diagramm. Als zweite Variante soll die Torsionsmoment-Drehwinkel-Kennlinie in ein Spannungs-Dehnungs-Diagramm umgerechnet werden. Der E-Modul ist als Verhältnis der Spannung zu Dehnung definiert. Die Gl. (7.9) kann wie folgt umgeformt werden.

$$E = \frac{2 \cdot M_R \cdot I_{MS}}{W_{p,R,gem} \cdot D_R \cdot \varphi_{MS}} \cdot 2(1 + \nu) = \frac{\left(\frac{2}{W_{p,R,gem}}\right) \cdot M_R}{\left(\frac{D_R}{2 \cdot I_{MS} \cdot (1 + \nu)}\right) \cdot \varphi_{MS}} = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad (7.10)$$

Daraus ergeben sich folgende Zusammenhänge.

$$\sigma = \left(\frac{2}{W_{p,R,gem}}\right) \cdot M_R \quad (7.11)$$

$$\epsilon = \frac{D_R}{2} \cdot \frac{1}{I_{MS}} \cdot \frac{1}{(1 + \nu)} \cdot \varphi_R \quad (7.12)$$

Damit lassen sich die Drehwinkel-Torsionskennlinien in ein Spannung-Dehnungs-Diagramm nach Abb. 36 umrechnen. Die Bestimmung des E-Moduls kann auf verschiedene Arten erfolgen, vgl. Fang et al. (91). Das in Abb. 36 als hyperbolischer E-Modul eingezeichnete Teilungsverhältnis der Spannung zu Dehnung zeigt nahe der Nulldehnung einen stark ansteigenden Wert für den E-Modul. Die Tangentensteigung im Nullpunkt als E-Modul heranzuziehen ist aufgrund des Rauschens der Messtechnik sowie dem großen Einfluss der Einspannung nicht zu empfehlen. Es folgt ein Plateau, bei dem der E-Modul nahezu konstant ist. Mit zunehmender Dehnung fällt der E-Modul aufgrund plastischer Einflüsse ab. Zur Ermittlung des E-Moduls wird nur der konstante Bereich zwischen 60 MPa und 120 MPa berücksichtigt. Der aus den einzelnen Messwerten gemittelte Verlauf wird mit Hilfe einer linearen Regression angenähert. Die Steigung der Geraden entspricht dem E-Modul und beträgt bei dieser Auswertung ebenfalls 194 GPa. Mit dem ermittelten E-Modul und der Querkontraktionszahl von 0,3 kann der Schubmodul mit 75 GPa nach Gl. (7.8) bestimmt werden.

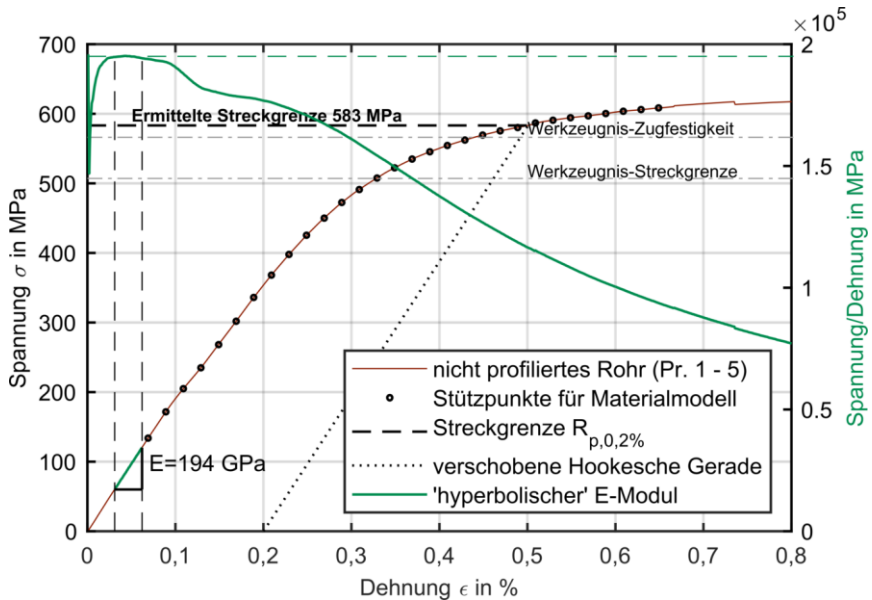


Abb. 36: Spannungs-Dehnungs-Diagramm des Ausgangsrohres.

Die sich aus dem Versuch ergebene Streckgrenze $R_{p,0,2\%}$ ergibt sich aus dem Schnittpunkt der Kennlinie mit der um 0,2 % in positiver Dehnungsrichtung verschobenen Tangentensteigung. Sie beträgt 583 MPa und liegt etwa 16 % oberhalb der Streckgrenze des Werkzeugnisses.

Durch ein Beulen des Rohres muss der Versuch aufgrund entstehender axialer Zugkräfte bei ca. 3700 Nm abgebrochen werden. Durch das Beulen und weil die Veränderung der Querschnittsfläche nicht während der Messung bestimmbar ist, kann keine weitere Aussage zur Höhe der Zugfestigkeit mit diesem Versuch getroffen werden. Im nachfolgenden Kapitel werden die Messergebnisse hinsichtlich einer Anwendbarkeit diskutiert.

7.1.3 Abgleich der gemessenen Kennwerte (Rohr)

Mit den ermittelten Kennwerten, die sich einerseits aus den Drehwinkel-Torsionsversuch (E-Modul und Querkontraktionszahl) und andererseits aus den Zugversuchen des Rohrerstellers (Streckgrenze, Zugfestigkeit) ergeben haben, werden analytische und numerische Abgleiche durchgeführt.

7.1.3.1 Analytischer Abgleich der Kennwerte am Rohr

Es wird eine Verdrillung als Vergleichsgröße berechnet, welche sich aus Drehwinkel geteilt durch Messlänge und Torsionsmoment zusammensetzt.

$$\vartheta'_R = \frac{\varphi_{MS}}{M_R \cdot l_{MS}} \quad (7.13)$$

Der analytische Zusammenhang zwischen Drehwinkel in rad und dem Torsionsmoment ist im elastischen Bereich.

$$M_R = \frac{W_{p,R,gem} \cdot D_{R,gem} \cdot G}{2 \cdot l_{MS}} \cdot \varphi_{MS} \quad (7.14)$$

Durch Einsetzen der Gl. (7.14) in Gl. (7.13) und der aus den Messungen ermittelten Kennwerte für die Rohrabmessungen sowie des Schubmoduls ergibt sich die analytisch bestimmte Verdrillung zu.

$$\begin{aligned} \vartheta'_R &= \frac{2}{W_{p,R,gem} \cdot D_{R,gem} \cdot G} \frac{180^\circ}{\pi} = \\ &= \frac{2}{11978,83 \text{ mm}^3 \cdot 63,61 \text{ mm} \cdot 75 \text{ GPa}} \frac{180^\circ}{\pi} = 2,00517 \cdot 10^{-6} \frac{^\circ}{\text{Nm mm}} \end{aligned} \quad (7.15)$$

Mit dieser Verdrillung kann durch Umstellung der Gl. (7.13) bei bekannten $W_{p,R,gem}$, $D_{R,gem}$ und der Messlänge l_{MS} der lineare Zusammenhang zwischen Drehwinkel und Torsionsmoment bestimmt werden, welcher in Abb. 38 eingetragen ist.

$$M_R = \frac{1}{\vartheta'_R \cdot l_{MS}} \cdot \varphi_{MS} \quad (7.16)$$

Die analytische und für den elastischen Bereich gültige Herleitung stimmt bis etwa 1000 Nm sehr gut mit den gemessenen Kennlinien überein. Es liegt daher nahe, dass die getroffenen Materialkennwerte, insbesondere der Schubmodul, für das Rohr richtig gemessen und ausgewertet sind.

7.1.3.2 Vergleich der Materialkennwerte aus Zug- und Drehversuch

Nach der Auswertung der statischen Versuche liegt die ermittelte Streckgrenze bei 583 MPa. Sie ist damit deutlich über der gemittelten Streckgrenze von 502 MPa des Zugversuches. Eine mögliche Erklärung könnte darin liegen, dass sich das Profil bei Torsion durch den veränderten Spannungszustand etwas steifer als bei reiner Zugbeanspruchung verhält. Zusätzlich könnte die Randschicht, welche bei Torsion am stärksten belastet ist, durch das Richten kaltverfestigt sein. Der Widerspruch zwischen Zugversuch und Drehwinkel-Torsionsversuch bedarf weiterer theoretischer und experimenteller Untersuchungen in Kombination mit erweiterten Eigenspannungsmessungen, vgl. Kap. 7.4, welche in dieser Arbeit nicht zu realisieren waren.

Die Streckgrenze und die Zugfestigkeit sind für eine lineare FEM-Berechnung bei einem ideal-elastischen Materialmodell nicht zwingend notwendig. Entscheidend sind diese Materialkennwerte erst für Auslegung nach der FKM-Richtlinie, vgl. Kap. 7.3. Dort werden diese mit Spannungen verglichen, die sich aus einer ideal-elastischen Simulation ergeben. Den Konstruierenden stehen hier in der Regel die Materialkennwerte des Ausgangsrohres, welche aus Zugversuchen ermittelt wurden, zur Verfügung. Diese sind im Vergleich zu den gemessenen Werte niedriger. Somit liegt die Auslegung im konservativen Bereich. Der E-Modul ist zur Bestimmung der Bauteilspannung bei einem ideal-elastischen Materialmodell dann wichtig, wenn Dehnungen und Verdrehungen bestimmt werden sollen. Durch die Verwendung des mittels Torsionsversuch bestimmten E-Moduls und der Spannungsgrenzen aus dem Zugversuch wird in dem nachfolgenden Kapitel überprüft, inwieweit sich der Versuch numerisch nachbilden lässt.

Tab. 17: Materialkennwerte für ein ideal-elastisches Materialmodell (Rohr).

E-Modul E	194	GPa
Querkontraktionszahl ν	0,3	-
Schubmodul G	75	GPa
Streckgrenze $R_{p,0,2} \%$	502	MPa
Zugfestigkeit R_m	564	MPa

7.1.3.3 Numerischer Abgleich – lineares Materialmodell

Der Torsionsversuch wird zusätzlich numerisch berechnet. Das Modell nach Abb. 37 wird mit ideal-elastischem Materialmodell mit isotroper Elastizität (Materialkennwerten nach Tab. 17) als auch im folgenden Kapitel 7.1.3.4 mit multilinearem Materialmodell berechnet.

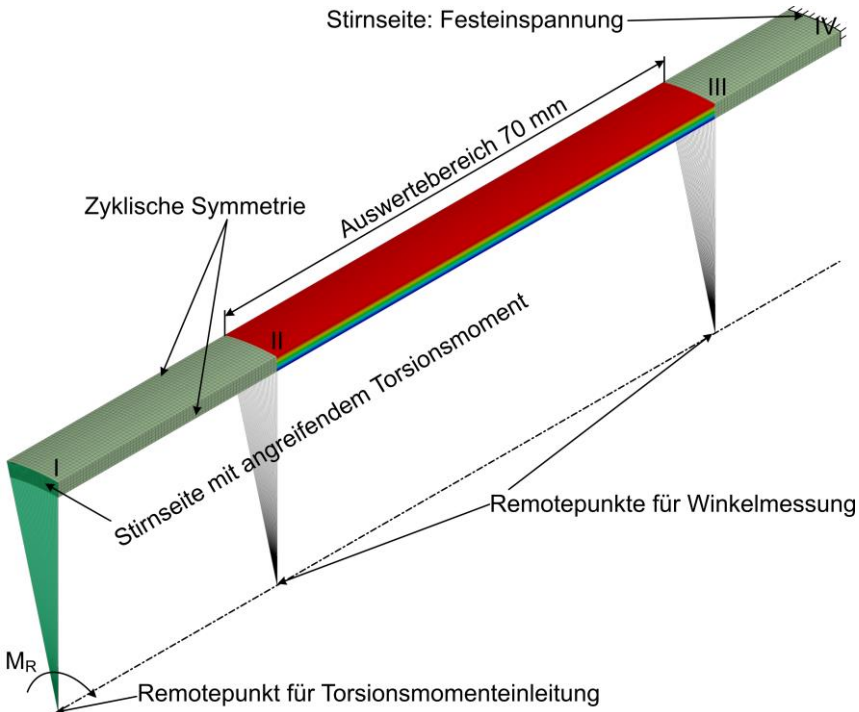


Abb. 37: FEM-Sektor-Modell des Rohres: Das an der Stirnseite eingeleitete Torsionsmoment führt zu einer Verdrillung des Rohres, welche zwischen den Punkten II und III bestimmt wird.

Zur Verringerung der Rechenzeit ist das Rohr mit den Abmessungen $D_{R,gem}$ und $d_{R,gem}$ als 15°-Sektormodell aufgebaut. Das Torsionsmoment bis 3500 Nm wird über einen Remotepunkt an der Stirnseite I eingeleitet. Die rückwärtige Stirnseite IV ist in allen Freiheitsgraden gesperrt und dient als Festeinspannung. Auftretende Singularitäten an den Einspannstellen klingen rasch in den vor und nach dem Auswertungsbereich liegenden Abschnitten ab. Es wird der relative Drehwinkel zwischen den Winkelmessstellen II und III auf einer Länge von 70 mm

bestimmt. Die sich daraus ergebene Verdrillung beträgt $2,01555 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ / (\text{Nm mm})$. Diese Verdrillung wird auf den im Versuch vorliegendem Messabstand von 200 mm hochgerechnet und in Abb. 38 eingetragen.

7.1.3.4 Numerischer Abgleich – multilineares Materialmodell

In der Höhe der Streckgrenze beginnen duktile Stähle zu fließen, Es tritt ein Plastifizieren des Werkstoffes auf, sodass dieser partiell nachhaltig verformt bleibt. Viele Auslegungen im Maschinenbau gehen von einem linearen Materialmodell aus und berücksichtigen die Tragfähigkeitsreserve des Plastifizierens nicht. Treten Makroverformungen, also größere plastische Verformungen auf, so kann ggf. die Funktionsfähigkeit des Bauteiles nicht mehr sichergestellt werden. Das vereinfachte, linear-elastische Modell ist bis zur Streckgrenze ausreichend genau, führt aber bei zusätzlicher Belastung zu Abweichungen in der Torsionsmoment-Drehwinkel-Kennlinie. Abhilfe kann ein erweitertes, multilineares Materialmodell bieten. Zur Ermittlung der Materialkennlinie werden die in Abb. 36 eingezeichneten Stützpunkte aus dem Verdrehversuch genutzt. Die Herleitung der Kennwerte ist im Anhang A3 zu finden. Die FEM-Berechnung wird bei identischer Einstellung bei verändertem Materialmodell wiederholt. Die numerisch ermittelte Torsionsmoment-Drehwinkel-Kennlinie mit multilinearem Materialmodell ist ebenfalls in Abb. 38 eingezeichnet.

7.1.3.5 Zusammenfassung der Abgleiche

In der nachfolgenden Abb. 38 sind die Torsionsmomente über dem Drehwinkel eingezeichnet. Als Referenzverlauf ist der experimentell bestimmte Mittelwert der fünf Rohrproben eingezeichnet. Zusätzlich sind die analytisch und numerisch ermittelten Kennlinien eingezeichnet. Die ideal-elastische FEM-Berechnung stimmt bis 1000 Nm sehr gut mit der experimentell ermittelten Kennlinie überein. Aus der Übereinstimmung zwischen ideal-elastischer FEM-Berechnung und der analytischen Lösung bis 1000 Nm kann der Schluss gezogen werden, dass die FEM-Simulation mit linearem Materialmodell bis zu diesem Bereich sehr gut die Spannungen und Dehnungen wiedergeben kann. Die FEM-Ergebnisse mit dem Materialmodell der multilinearen isotropen Verfestigung zeigen sogar bis 2500 Nm sehr gute Übereinstimmungen mit dem experimentell ermittelten Verlauf.

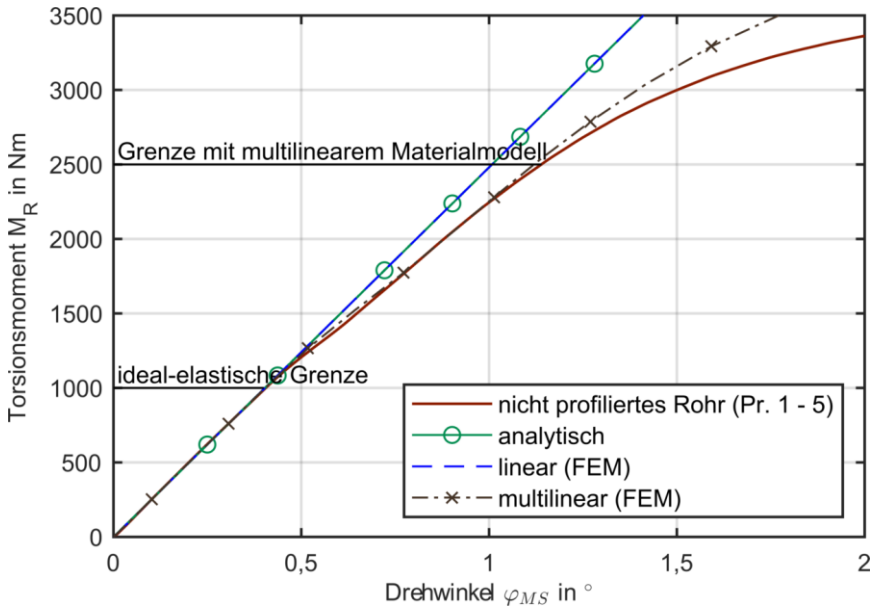


Abb. 38: Gegenüberstellung der Torsionsmoment-Drehwinkel-Kennlinien (Rohr): Die experimentell bestimmten Kennlinien der fünf tordierten Rohre können gemittelt werden. Die analytische Herleitung und die FEM-Rechnung mit linearem Materialmodell liefern bis 1000 Nm, die FEM-Rechnung mit multilinearem isotroper Verfestigung bis 2500 Nm sehr gut übereinstimmende Werte.

Zur Bestimmung der Übereinstimmung zwischen gemessener und simulierter Verdrehung wird das obiges Diagramm auf Verdrillungswerte umgerechnet. Die aus den Rohren 1 - 5 durch Mittelung erzeugte Kennlinie in Abb. 38 kann durch das jeweilige Torsionsmoment geteilt werden und auf eine Bezugslänge von 1 mm normiert werden. Es ergibt sich ein Verlauf der Verdrillung pro Nm und mm nach Abb. 39. Bis 1000 Nm ist die Verdrillung des Rohres sehr konstant und liegt gemittelt bei:

$$\vartheta'_{R,exp} = 2,01849 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ / (\text{Nm mm}) \quad (7.17)$$

Danach steigt die gemessene Verdrillung bis 1500 Nm stark an. Zwischen 1500 Nm und 2000 Nm flacht die Verdrillungszunahme wieder etwas ab. Ab 2000 Nm ist ein deutlicher Steifigkeitsabfall aufgrund der Verdrillungszunahme zu erkennen.

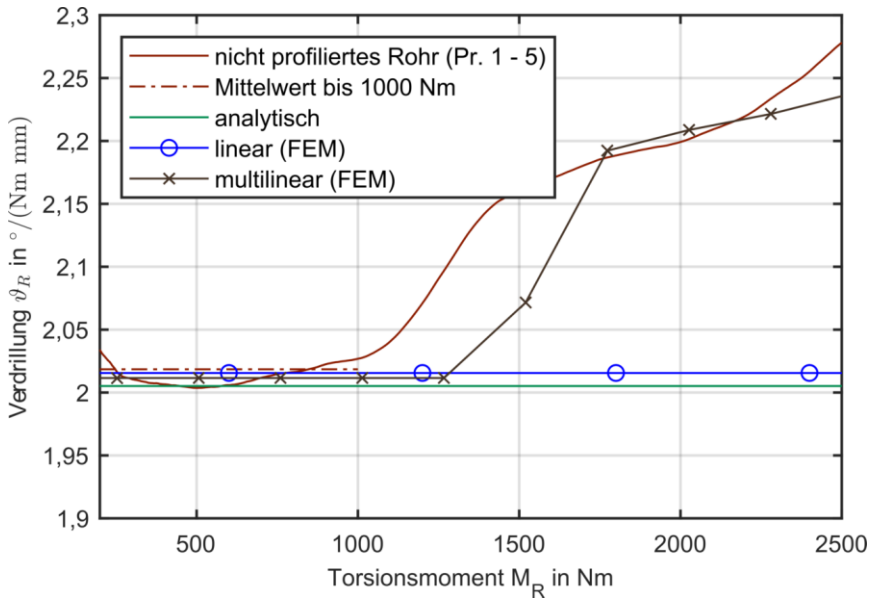


Abb. 39: Verdrillungs-Torsionsmoment-Kennlinie des Rohres: Das Rohr zeigt bis 1000 Nm eine nahezu konstante Verdrillung, danach steigt sie stark an.

Die Verdrillungswerte aus der Analytik, vgl. Kap. 7.1.3.1, und nach FEM (lineares Materialmodell) werden in Tab. 18 der experimentell gemittelten Verdrillung bis 1000 Nm gegenübergestellt.

Tab. 18: Verdrillungs-Kennwerte des Ausgangsrohres (bis 1000 Nm).

	Verdrillung		Abw.
Exp. Versuch bis 1 kNm	$2,01849 \cdot 10^{-6}$	° / (Nm mm)	
Analytik	$2,00517 \cdot 10^{-6}$	° / (Nm mm)	-0,65 %
FEM (lineares Modell)	$2,01555 \cdot 10^{-6}$	° / (Nm mm)	-0,15 %

Anhand der nahezu gleichen Verdrillwinkel kann davon ausgegangen werden, dass das FEM-Modell mit den ermittelten Materialkennwerten sehr gut den Versuch bis 1000 Nm nachbildet (Abweichung < 1 %). Die steigende und wieder abfallende Verdrillung ab 1000 Nm bis 1500 Nm ist mit dem multilinearen Materialmodell nur in Grenzen darstellbar. Da der Knick der Drehkennlinie bei etwa $0,6^\circ$, vgl. Abb. 33, bei mehreren Proben aufgetreten ist, könnte der Effekt in Materialumwandlungen im Rohr, z. B. durch Eigenspannungen, oder durch Effekte in der Schweißnaht zurückzuschließen sein. Es wären hierzu genauere

werkstoffmechanische Untersuchungen notwendig, welche allerdings für diese Arbeit nicht notwendig sind.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass mit den aus den Versuchen gewonnenen Materialkennwerten bis 1000 Nm mit dem ideal-elastischen Modell und bis 2500 Nm mit dem multilinearen Materialmodell sehr gut der Verdrehversuch nachgebildet werden kann und somit validierte Kennwerte über die Rohrsteifigkeit bestimmt werden konnten.

7.1.4 Experimentelle Ermittlung der Profilmaterialkennwerte

In weiteren Versuchen wurden drei Profilrohre der Variante V4 und drei Profilrohre der Variante V5 verdreht. Eine Übersicht der getesteten Profilrohre sowie die Einbaulage ist in Anhang A4 aufgeführt. Der Versuchsaufbau ist in Abb. 32 dargestellt und ist identisch mit dem Verdrehversuchen der Rohre. An allen Profilrohren wurde als primäres Messziel die Drehwinkelkennlinie des Profils aufgenommen. Zusätzlich wurden die Drehwinkelkennlinien der Ein- und Ausläufe erfasst. Um die Steifigkeit der Ein- und Ausläufe zu bestimmen, müssen die Abschnitte des Rohres vor dem Ein- bzw. Auslauf und die Abschnitte des Profils danach abgezogen werden. Die Steifigkeiten bewegten sich erwartungsgemäß zwischen den Werten des Rohres und des Profils. Aufgrund der kurzen axialen Abstände $l_{MS,1}$ und $l_{MS,3}$ der Messstellen, siehe Abb. 32, sind die damit verbundenen Winkelauslenkung sehr gering und die Messwerte zu sehr schwankend, sodass sich diese Arbeit auf die Dokumentation der in axialer Richtung konstanten Profilabschnitte beschränkt. Die Profilabschnitte zwischen den Varianten V4 und V5 sind identisch, sodass sie nicht separat betrachtet werden müssen.

Aus der Messung der sechs Proben lässt sich ein Verlauf zwischen gemessenen Drehwinkeln φ_{MS} und Torsionsmoment nach Abb. 40 erstellen. Alle Kennlinien stimmen nahezu überein. Es ist zu erkennen, dass sich, wie beim Rohr auch, die Kennlinien in lineare und elastisch-plastische Bereiche teilen lassen. Zur weiteren Auswertung werden die Messsignale durch die entsprechenden Messabstände der Winkelmessstellen geteilt und auf 1 Nm bezogen, siehe Abb. 41. Alle Messungen zeigen einen nahezu gleichen Verlauf. Aus Gründen der Division sind

die Messschwankungen im niedrigen Momenten-Bereich sehr hoch. Bei ca. 200 Nm stabilisieren sich die Kennwerte auf nahezu einer Höhe, bis ab etwa 1000 Nm die plastischen Verformungen deutlich zur Geltung kommen. Es wird aus den gemessenen Kennlinien eine gemeinsame Kennlinie sowie die Mittelwerte für die Bereiche 200 Nm bis 550 Nm und 200 Nm bis 1000 Nm bestimmt.

Tab. 19: Mittelwerte der experimentell ermittelten Verdrehungen des Profils.

Elastischer Bereich (200 - 550 Nm)	$2,89064 \cdot 10^{-6}$	°/ (Nm mm)
Elastisch-plastischer Bereich (200 - 1000 Nm)	$2,91584 \cdot 10^{-6}$	°/ (Nm mm)

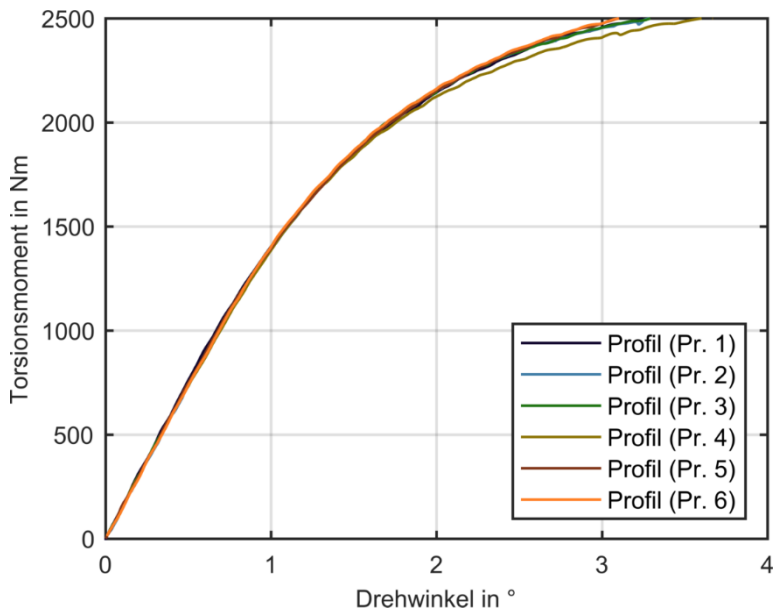


Abb. 40: Torsionsmoment-Drehwinkel-Kennlinie des Profils.

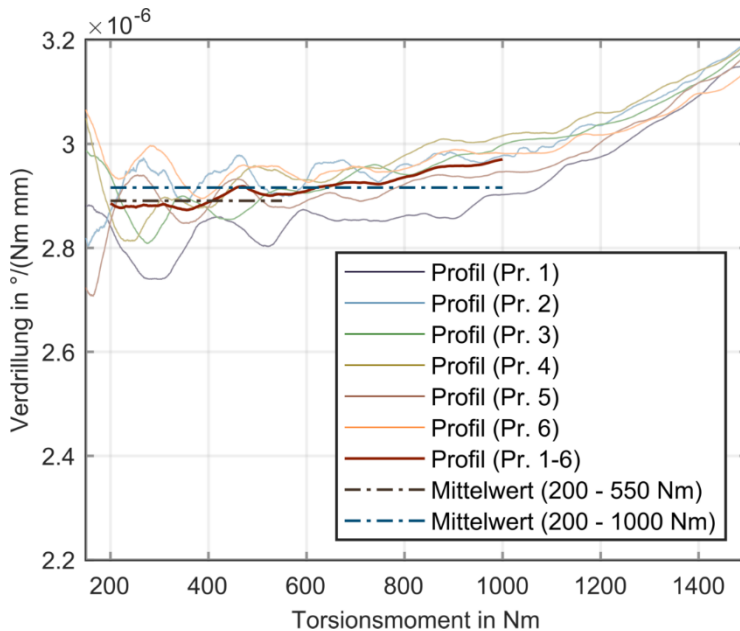


Abb. 41: Verdrillung-Torsionsmoment-Kennlinie des Profils.

7.1.5 Abgleich der gemessenen Kennwerte (Profil)

Der Torsionsversuch am Profilrohr wird mittels FEM nach dem in Abb. 42 gezeigten Modell nachgerechnet. Die Geometrie entspricht der gefertigten und gemessenen Profilgeometrie eines Einlaufes. Das Modell ist als Baugruppe in verschiedene Segmente gegliedert. Analog zu dem vorherigen Rohr-FEM-Modell wird das Torsionsmoment M_R über Remotepunkte an der Stirnseite eingeleitet. Die hintere Stirnseite ist fest eingespannt. Das erste sowie letzte Segment wird aufgrund der Einspannungseffekte nicht ausgewertet. Im zweiten Segment kann zwischen den Winkelmessstellen II und III die Verdrehung des Profils auf einer Länge von 10 mm bestimmt werden. Der Einlauf wurde auf Basis der Ist-Kontur der gefertigten Proben modelliert. In diesem Bereich geht das Profilsegment in ein Rohrsegment über. Das Profil soll langfristig ausgelegt werden, sodass ein Abgleich nur bis zu einem Torsionsmoment erfolgen muss, welches der Amplitudenspannung der „Wechselfestigkeit“ entspricht. Nachgerechnet wird die Verdrillung daher bis 1000 Nm.

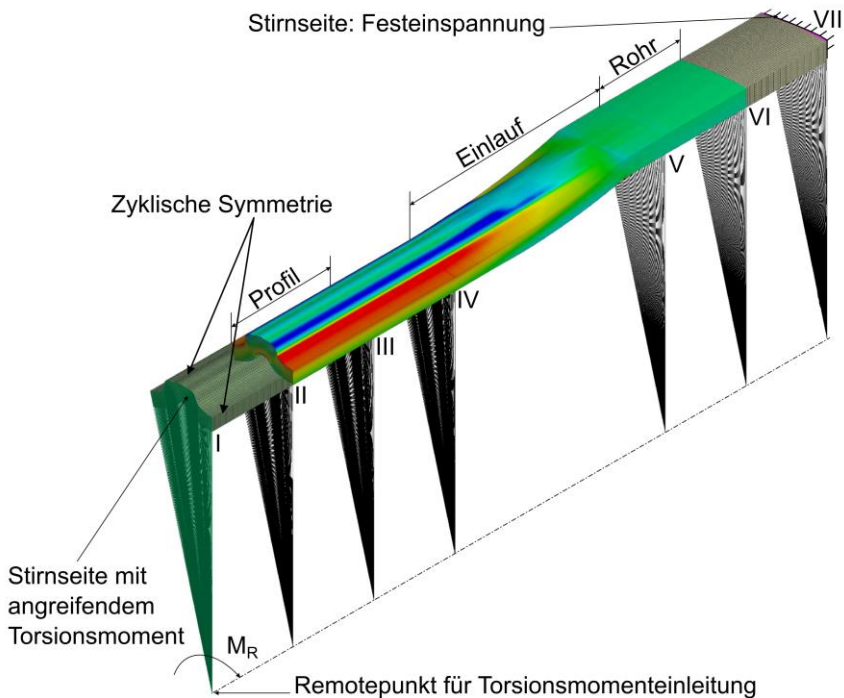


Abb. 42: FEM-Sektor-Modell des Profilrohres: Das an der Stirnseite eingeleitete Torsionsmoment führt zur Verdrillung des Profils, des Einlaufes und des Rohres.

Das Modell wird sowohl mit dem linear-elastischen Materialmodell als auch mit dem elastisch-plastischen Materialmodell aus dem Torsionsversuch des Rohres nachgerechnet:

- ideal-elastisches Materialmodell: $E = 194 \text{ GPa}$, $\nu = 0,3$
 - elastisch-plastisches Materialmodell: $E = 194 \text{ GPa}$, $\nu = 0,3$ und Anhang A3
- Der am Ende des Kapitels durchgeführte Abgleich zwischen der FEM-Berechnung und dem Experiment zeigt, dass die berechnete Verdrillung von der gemessenen Verdrillung abweicht. Es wird daher die Berechnung bei einem veränderten E-Modul von 205 GPa wiederholt:
- ideal-elastisches Materialmodell: $E = 205 \text{ GPa}$, $\nu = 0,3$
 - elastisch-plastisches Materialmodell: $E = 205 \text{ GPa}$, $\nu = 0,3$ und Anhang A3

Nachfolgende Tabelle fasst die Abmessungen und die je nach Segment getroffenen Materialmodelle zusammen. Den Start- und Endsegmenten sind aufgrund der hohen Einspannungseffekte immer lineare Materialmodelle zugordnet. Es ergeben sich für die unterschiedlichen Modelle folgende Verdrillungs-Torsionsmoment-Kennlinien. Ebenfalls sind die gemessenen Verläufe der Verdrillung sowie der daraus gebildete Mittelwert in Abb. 43 eingezeichnet.

Tab. 20: FEM-Berechnung am Übergang von Profil zu Rohr.

	Profil			Einlauf	Rohr	
Abschnitt	I - II	II - III	III - IV	IV - V	V - VI	VI - VII
Länge	10 mm	10 mm	10 mm	21 mm	10 mm	10 mm
E-Modul	Materialmodell					
194 GPa	linear	linear	linear	linear	linear	linear
194 GPa	linear	multil.	multil.	multil.	multil.	linear
205 GPa	linear	linear	linear	linear	linear	linear
205 GPa	linear	multil.	multil.	multil.	multil.	linear

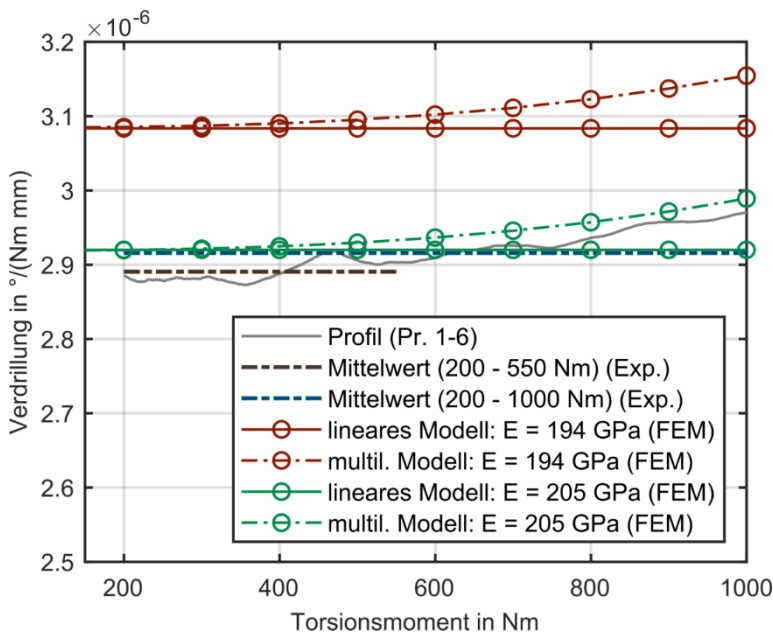


Abb. 43: Berechnete Verdrillungs-Torsionsmoment-Kennlinien des Profils mit linearem Materialmodell und multilinearem Materialmodell mit dem E-Modul aus dem Rohr-Torsionsversuch (195 GPa), sowie mit angepassten E-Modul (205 GPa).

Es zeigt sich, dass der experimentell ermittelte E-Modul von 194 GPa aus dem Rohr in der Simulation des Profilrohres zu einer zu hohen Verdrillung führt. Das gemessene Profil weist in der Realität eine etwas höhere Steifigkeit auf. Mögliche Gründe könnten in den veränderten Eigenspannungen zwischen Rohr und Profil liegen, wie Eigenspannungsmessungen in Kap. 7.4 zeigen. Der in den Rohrtorsionsversuchen ermittelte E-Modul ist nicht auf die Profilwellenproben anwendbar. Es wird daher ein neuer E-Modul definiert, um die Messergebnisse des Versuches mit den FEM-Ergebnissen in Einklang zu bringen. Mit dem angepassten neuen E-Modul von 205 GPa wird die Steifigkeit des Bauteiles angehoben, die Verdrillung sinkt. Die Abweichung zwischen der numerisch ermittelten Verdrillung und den Mittelwerten aus dem Experiment liegt bei sehr geringen 1 % (200 - 500 Nm) bzw. 0,1 % (200 - 1000 Nm).

Tab. 21: Gegenüberstellung der Verdrillung-Kennwerte des Profils.

Mittelwert (200 - 550 Nm) (Exp.)	$2,89064 \cdot 10^{-6}$	°/(Nm mm)	
Mittelwert (200 - 1000 Nm) (Exp.)	$2,91584 \cdot 10^{-6}$	°/(Nm mm)	Abwei.
E-Modul 194 GPa (FEM) (linear)	$3,08368 \cdot 10^{-6}$	°/(Nm mm)	5,76 %
E-Modul 205 GPa (FEM) (linear)	$2,91913 \cdot 10^{-6}$	°/(Nm mm)	0,11 %

Eine Abweichung der ermittelten Kennwerte um 6 % zwischen dem E-Modul des Rohres und dem E-Modul des Profils könnte einerseits auf die Veränderung der Materialeigenschaften, der unterschiedlichen Eigenspannungen oder aber auf die allgemeine Messunsicherheit zurückzuführen sein. Entscheidend für die Auslegung der Wellen sind die vorliegenden Materialeigenschaften im Bereich des Profils, da dort die kritischen Auslastungen anzutreffen sind. Darüber hinaus liegt der in diesem Versuch ermittelte E-Modul mit 205 GPa deutlich näher an den aus der Literatur bekannten Materialkennwerten für Stahl. Es werden daher für alle weiteren Untersuchungen folgende Materialkennwerte angenommen:

Tab. 22: Materialkennwerte für ein ideal-elastisches Materialmodell (Profil).

E-Modul E	205	GPa
Querkontraktionszahl ν	0,3	-
Schubmodul G	79	GPa
Streckgrenze R_P	502	MPa
Zugfestigkeit R_m	564	MPa
Bruchdehnung A_5	17,7	%

7.2 Dynamische Torsionsversuche

Welle-Nabe-Verbindungen werden in der Regel dynamisch beansprucht. Bei schwingend wirkender Beanspruchung kommt es gegenüber statischer Beanspruchung bei gleicher Last aufgrund der Materialermüdung zu früherem Bauteilversagen. Ziel der dynamischen Torsionsversuche ist die Bestimmung der dynamischen Schwachstellen sowie die Ermittlung von Langzeitfestigkeitskennwerten, um einen Abgleich der FEM- und FKM-Berechnung durchführen zu können. Jede Querschnittsänderung oder jeder Steifigkeitssprung führen bei beanspruchten Bauteilen im Übergang zu einer veränderten örtlichen Spannungskonzentration. Je nach Form können sich bei dynamischen Versuchen die Spannungsspitzen der Spannungskonzentration etwas abbauen. Dennoch kommt es in der Regel bei Übergängen zu einer zusätzlichen Schwächung des Bauteils, der sogenannten Kerbwirkungsüberlagerung. Es vier verschiedene Probengeometrien experimentell auf ihre jeweilige Langzeitfestigkeit untersucht.

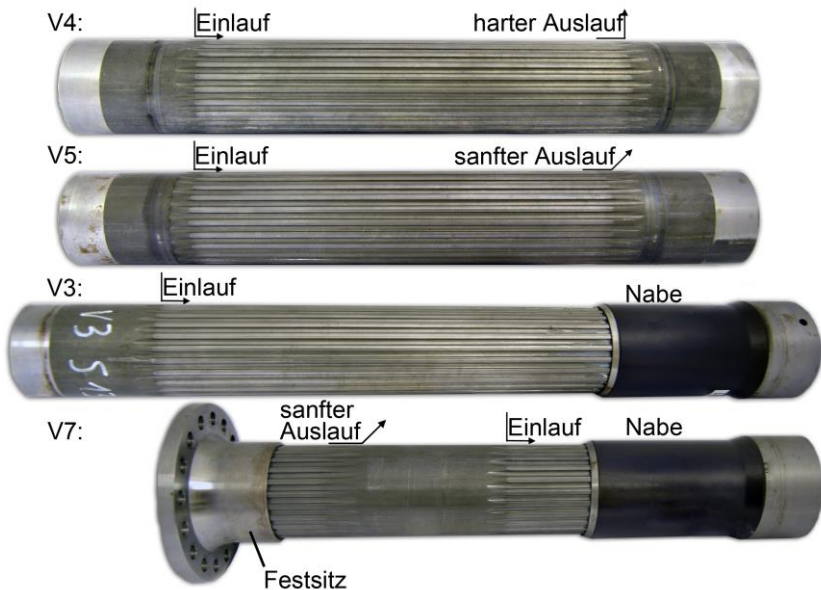


Abb. 44: Probengeometrien für die dynamischen Versuche: Untersucht werden neben dem Einlauf zwei verschiedene Auslaufgeometrien (V4/V5), der Übergang des Profils zur rilsanierten Nabe (V3) sowie zur Festsitzverbindung (V7).

Die ersten Langzeitfestigkeitsversuche wurden mit den Profilformen der Varianten 4 und 5 durchgeführt. Hier sollte nur das Profilrohr ohne den Einfluss der Nabe untersucht werden. Die Proben bestehen aus einem Einlauf, bei welchem die in das Profil formenden Rollwerkzeuge in rein radialer Richtung zugestellt wurden, und aus einem langen Profilabschnitt mit konstantem Querschnitt und einem Auslauf, bei dem das Umformwerkzeug radial nach außen gefahren wurde. Beide Varianten unterscheiden sich in der programmierten Bahnkurve der Werkzeuge. In Variante V4 wurde das umformende Werkzeug im Ein- und Auslauf unmittelbar senkrecht zur Oberfläche verfahren, vgl. Kap. 5.1. Es ergibt sich ein Übergang, der nahe der Kontur der Walzen entspricht. In Variante V5 fährt das Werkzeug im Auslauf in einem 45° Winkel aus dem Rohrabschnitt, sodass sich ein etwas längerer und somit ein sanfterer Auslauf ergibt. Es soll im Rahmen der ersten dynamischen Versuche bestimmt werden, wo sich in Bezug auf die Langzeitfestigkeit die kritische Stelle befindet.

In einem dritten Versuchsblock wird ein Profilrohr mit einer gepaarten rilsanierten Nabe getestet. Diese Variante V3 entspricht einer praxisnahen Anwendung eines Schiebesitzes an einer Gelenkwelle.

Alle Wellen und Naben der Varianten V3, V4 und V5 wurden an ihren zylindrischen Enden über Spannsätze auf Adapterflanschen geklemmt. Diese Verbindungsart ist aufgrund der benötigten Passung und der Spannelemente nicht wirtschaftlich und daher nicht praxisnah einsetzbar. Aus diesem Grund wurde mit der Variante V7 eine Festsitzverbindung konzipiert, als Prototyp umgesetzt und dynamisch tordiert, um die Kerbwirkung und auch den Reibverschleiß einer Stahl/Stahl-Paarung einer solchen Verbindung experimentell zu ermitteln.

7.2.1 Beschreibung des Torsionsschwingprüfstandes

Für die dynamischen Torsionsversuche stehen am IMW zwei baugleiche Unwucht-Torsionsschwingprüfstände zur Verfügung, vgl. Abb. 45 bzw. Tab. 56 in Anhang A1. Die adaptierten Proben, hier eine Variante V7 /7/ mit Nabe /8/, werden zwischen zwei Kupplungen /1/ montiert. Diese gleichen Ausrichtungsabweichungen aus und verhindern damit eine Einleitung von Biegemomenten. Die eine Seite der Probe ist über die Kupplung und einen Torsionsmessflansch /2/ starr am Lagerbock /3/ eingespannt. Die andere Seite ist axial drehbar gelagert. Dort befinden sich zwei Hebelarme, an deren Ende drehbare Unwuchtmassen /4/ gelagert sind. Diese sind mittels eines Zahnriemens synchronisiert und werden von einem Elektromotor durch eine biegsame Welle angetrieben. Die je nach benötigter Lasthöhe tauschbaren Unwuchtmassen sind gegeneinander um 180° versetzt, sodass eine wechselnde und querkraftfreie Torsion erzeugt werden kann. Der zur Aufbringung einer Mittellast notwendige Hebelarm /5/ mit Torsionsfeder /6 mit Abdeckung/ wird in diesem Vorhaben für rein wechselnd ausgeführte Torsionsversuche nicht benötigt und ist gegen Bewegung in der Nulllage fixiert.

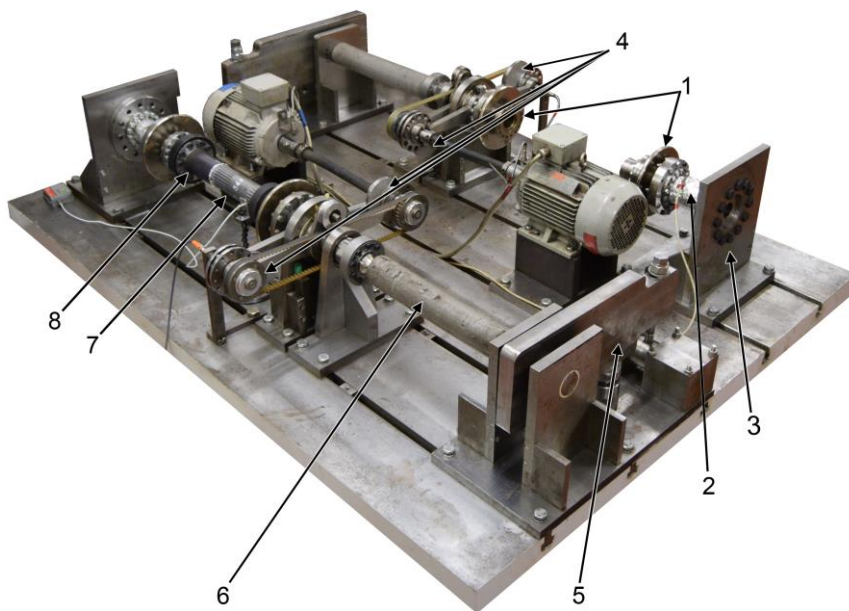


Abb. 45: Dynamischer Unwucht-Torsionsschwingprüfstand bis 1500 Nm.

7.2.2 Versuchsdurchführung nach DIN 50100

Die dynamischen Torsionsversuche werden nach DIN 50100 (92) durchgeführt. Für den Abgleich mittels FEM und FKM wird der Mittelwert der Langzeitfestigkeit benötigt. Dieser wird nach dem Treppenstufenverfahren mit der Modifikation nach Hück (93) ermittelt. Es wird für die Versuchsergebnisse eine logarithmische Normalverteilung in Lastrichtung angenommen. Eine Auswertung der Standardabweichung ist aufgrund des geringen Probenumfangs nach Müller (94) nicht sinnvoll.

Bei verwendetem Treppenstufenverfahren wird ein Prüfling bei einer konstanten Lastamplitude bis zum Ausfall/ Bruch oder bis zum Erreichen der Grenzschwingspielzahl geprüft. Die Lastamplitude wird je nach Ausgang für den nächsten Prüfling entweder um einen definierten Stufensprung reduziert oder erhöht.

Der verwendete Stahl C22 der Rohre weist mit etwa 0,2 % Kohlenstoffanteil überwiegend Alpha-Ferrit-Anteile auf, welche eine kubisch-raumzentrierte Gitterstruktur aufweisen. Nach DIN 50100 (92) liegt die zu berücksichtigende Grenzschwingspielzahl bei kubisch-raumzentrierten Werkstoffen bei $5 \cdot 10^6$ Lastwechseln. Die berechneten Langzeitfestigkeiten gelten daher für die Grenzschwingspielzahl $N_G = 5 \cdot 10^6$, welche der Abschaltschwingspielzahl der Versuche bzw. des Prüfstandes entspricht.

Es wird die Langzeitfestigkeit bei wechselnder Beanspruchung ($R = -1$) ermittelt. Diese Beanspruchungsart ist bei Gelenkwellen nur in Ausnahmefällen anzutreffen, stellt aber aus Sicht der Betriebsfestigkeit den härtesten Lastfall dar. Eine Umrechnung auf andere Lastfälle ist mittels FKM-Richtlinie möglich.

Bei den Varianten des Profilrohres mit gepaarter Nabe wurde die Verbindung mit Lithiumseifenpasten auf Syntheseölbasis (GLEITMO 585 K) gefettet. Die Überdeckungslänge $L_{W,\ddot{U}}$ zwischen Welle und Nabe soll nach der Auslegung, siehe Gl. (8.9), mindestens dem 1,6-fachen des Bezugsdurchmessers D_R entsprechen. In den Versuchen wird diese Anforderung für die Überdeckungslänge $L_{W,\ddot{U}}$ erfüllt.

$$L_{W,\ddot{U}} = 102 \text{ mm} \quad (7.18)$$

7.2.3 Langzeitfestigkeit des Profilrohres mit Nabe

Die Variante V3, eine Paarung zwischen profilierter Welle und Nabe, ist eine praxisnahe Anwendung. Aus diesem Grund wird diese exemplarisch in nachfolgendem Kapitel ausgewertet.

7.2.3.1 Auswertung des Versuches (V3)

Zu Beginn eines Treppenstufenverfahrens muss die Höhe des ersten Lastschrittes geschätzt werden. Zur Bestimmung des Startwertes wurde die Lastamplitude einer Einlaufprobe ausgehend von 809 Nm in elf Stufen mit einem Stufensprung von 3 % erhöht. Erst bei 1107 Nm konnte die Probe die vorgegebene Grenzschriftspielzahl nicht mehr erreichen. Diese Einlaufversuche werden nicht in die Auswertung der Treppenstufenversuche einbezogen und sind daher nicht aufgeführt.

Begonnen wurde der Versuch mit einer Lastamplitude von 1075 Nm, welche zu keinen Durchläufern führte. Abb. 46 und Tab. 23 zeigen die Versuche.

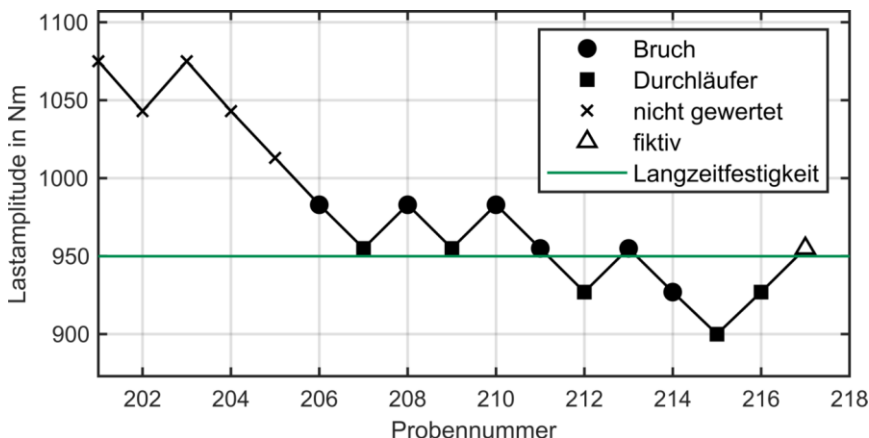


Abb. 46: Laststufen des Treppenstufenverfahrens (V3).

Diese Lastamplitude konnte durch einen Durchläufer auf der nächst kleineren Stufe insgesamt zwar zweimal erreicht werden und müsste, streng nach Norm, in der Theorie bei der Auswertung berücksichtigt werden. Es wird jedoch angenommen, dass es sich bei der Probe 202 um einen stochastischen Ausreißer

handelt. Dieser wird daher bei der Versuchsauswertung im Sinne einer konservativen und damit sicheren Auslegung nicht berücksichtigt. Die oberste, auswertbare Laststufe ist damit $L_3 = 983 \text{ Nm}$. Die niedrigste, auswertbare Laststufe ist $L_0 = 900 \text{ Nm}$. Es ergibt sich somit eine Langzeitfestigkeit für die Grenzschwingspielzahl $N_G = 5 \cdot 10^6$.

$$L_{aL,5E6} = L_0 \cdot d_{\log}^{\left(\frac{A_T}{F_T}\right)} = 900 \text{ Nm} \cdot 1,03^{\left(\frac{22}{12}\right)} = 950 \text{ Nm} \quad (7.19)$$

Tab. 23: Langzeitfestigkeit des Profilrohres mit Nabe.

			Ergebnis Lasthorizont L_i B = Bruch; D = Durchläufer; () = nicht gewertet; + = fiktiv						
Probenr. i -	Lastamp- litude M_R Nm	Schwing- spiel N_B -	$L_0=900$ Nm	$L_1=927$ Nm	$L_2=955$ Nm	$L_3=983$ Nm	$L_4=1013$ Nm	$L_5=1043$ Nm	$L_6=1075$ Nm
201	1075	4679060							(B)
202	1043	5000000						(D)	
203	1075	2154022							(B)
204	1043	901157						(B)	
205	1013	1608556					(B)		
206	983	2275093				B			
207	955	5000000			D				
208	983	2500167				B			
209	955	5000000			D				
210	983	1224646				B			
211	955	3794502			B				
212	927	5000000		D					
213	955	2100368			B				
214	927	3527102		B					
215	900	5000000	D						
216	927	5000000		D					
(+1)	fiktiver Versuch				+				

Laststufe i	0	1	2	3	4	5	6	
Häufigkeit f_i auf Laststufe	1	3	5	3	0	0	0	$F_T = \sum f_i = 12$
$i \cdot f_i$	0	3	10	9	0	0	0	$A_T = \sum i \cdot f_i = 22$
$i^2 \cdot f_i$	0	3	20	27	0	0	0	$B_T = \sum i^2 \cdot f_i = 50$

7.2.3.2 Versagensursache und Versagensort

Von den 16 getesteten Profilrohren der Variante V3 versagten zehn Proben durch Bruch- bzw. Rissbildung in der Profilkontur. Eine Auswahl dreier repräsentativer Rissbilder ist in der nachfolgenden Abbildung dargestellt.



Abb. 47: Versagensbilder der dynamisch belasteten Profilrohre (V3): Auswahl an ermüdeten Profilrohren: -45°-Bruch am Einlauf, 0° Bruch im freien Profilabschnitt sowie nahe am Einlauf.

Nach Richard und Sander (95) wachsen Ermüdungsrisse immer senkrecht zur höchsten Spannung, der Hauptnormalspannung. Bei rein durch Torsion beanspruchten Wellen mit runden Querschnitten ergibt sich die Hauptnormalspannung aus der Schubspannung, welche um einen 45° Winkel zum Wellenquerschnitt bzw. zur Längsachse der Welle versetzt ist. Sehr deutlich sind die Rissausrichtungen in 45° bzw. -45° Winkeln zum Wellenquerschnitt bzw. zur Längsachse der Welle zu erkennen. Durch wechselnd gefahrene Torsionsmomente und einer damit einhergehenden Richtungsumkehr der Schubspannung ist das Vorliegen beider Rissrichtungen plausibel.

Durch die Profilierung sind insbesondere in den Zahnfußausrundungen und im Übergang zur Flanke höhere Spannungen zu erwarten, vgl. Kap. 7.3. Die eigentliche Rissentstehung trat erwartungsgemäß im profilierten Bereich auf. Der Riss wächst von der Wellenoberfläche nach innen, vgl. Kap. 7.2.6. Aufgrund der Vielzahl der Mitnehmerlücken und der unterschiedlichsten axialen Versagensorte konnte die Rissentstehung während der Versuchsdurchführung nicht lokal mittels

Kamera erfasst werden. Eine Abschaltung erfolgte bei deutlichem Steifigkeitsabfall durch lange Risse, welche sich aus einem Anriss entwickelten. Eine stationäre Phase mit Ermüdungsrisswachstum und eine instabile, schnell wachsende Phase mit Restgewaltbruch sind bei duktilen Werkstoffen häufig zu beobachten, vgl. (95). An vielen gerissenen Proben war an einer Stelle des Risses, meist mittig, eine Sammlung an Tribooxidations-Produkten zu erkennen, vgl. Abb. 48.

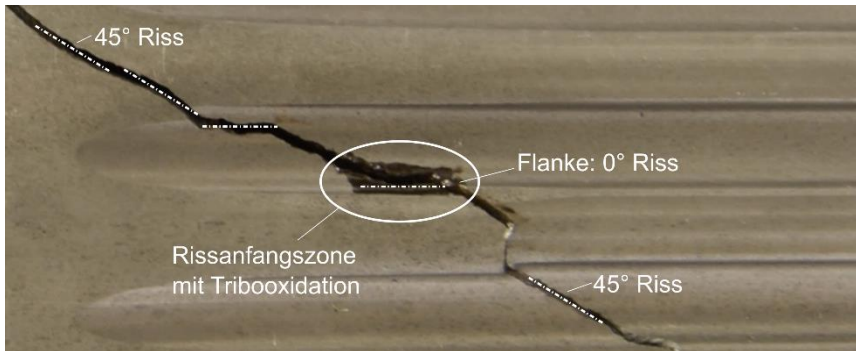


Abb. 48: Rissentstehung und Rissausrichtung.

Es wird vermutet, dass sich an dieser Stelle durch Relativbewegung der Rissflanken über einen stationären Zeitraum Tribooxidations-Produkte durch adhäsiven Verschleiß bilden konnte und diese Stelle so als Rissbeginn definierbar ist. Dieser Bereich ist oftmals zusätzlich durch einen langen Riss parallel zur Rotationsachse erkennbar, vgl. mittleres und unteres Profil in Abb. 47 oder Abb. 48. Daraus entwickeln sich bis zu 45° um die Rotationsachse geneigte Risse. Es konnte beobachtet werden, dass sich das Wachstum der 45°-Risse insbesondere am Ende der Versuche sehr stark beschleunigte. Der Ermüdungsriss entsteht in der Nähe des Überganges zwischen Flanke und Fußausrundung und breitet sich von dort in die Bauteiloberfläche aus. Da der Rissentstehungsort bezüglich der axialen Position variiert, werden die Risse nach den Versagensorten „Einlauf“, dem „Profilabschnitt mit konstantem Querschnitt“ und dem „Bereich mit Nabenübergang“ gruppiert. Vier Proben der Variante V3 weisen einen Riss am Einlauf und sechs Proben im Bereich der konstanten Profilierung zwischen Einlauf und Nabensitz auf.

Tab. 24: Kennwerte zur experimentell ermittelten Langzeitfestigkeit (V3).

Variante	Probenanzahl je Durchläufer je Brüche			Versagensort			Ausrichtung			L _{all,5EG} in Nm
				Einlauf	konstante Profilierung	Nabe	±45° o. 0° Initialriss	+45°	-45°	
3	16	6	10	4	6	0	6	2	2	950

Die Verteilung der Rissbildung war über den Umfang zufällig, sodass der Schluss gezogen werden kann, dass aufgrund der Einbausituation der Proben keine signifikanten Querkräfte oder Biegemomente in die Proben eingeleitet wurden. Sowohl die 45°- als auch -45°-Risse treten in gleicher Häufigkeit auf. Die Risse zeichnen sich oftmals durch einen langen Initialriss in axialer Richtung (0°) aus und verzweigen sich am Ende oftmals in zwei 45°-Risse. Alle Risse tauchen sowohl auf der rechten, als auch auf der linken Flanke auf. Diese Symmetrien und Verteilungen bestätigen das aufgebrachte wechselnd wirkende Torsionsmoment. Untersuchungen an genormten Zahnwellenverbindungen zeigen, dass oftmals der Steifigkeitssprung zwischen Nabe und Welle (96, 18, 38) oder der Auslauf kritische Stellen sind (23). In diesem Versuch versagte keine Probe im Übergang zwischen Nabe und Welle. Die in diesem Projekt weich gestaltete, dünne und rilsierte Nabe sowie die ebenfalls dünnwandige, weiche und damit ausgleichende Welle scheinen, entsprechend der Versuchsergebnisse, eine sehr kerbarme Paarung zu ermöglichen. Es können damit folgende Schlüsse für Variante V3 abgeleitet werden:

- Der Versagensort liegt im Übergang von Flanke zu Fußausrundung.
- In Variante V3 variiert der Versagensort in axialer Richtung.
- Die höchste Kerbwirkung liegt nahe am Einlauf oder im Profilabschnitt mit konstantem Querschnitt vor.
- Die Kerbwirkung des Einlaufes und der Profilierung mit konstantem Querschnitt ist ähnlich.
- Die Kerbwirkung der Nabe ist nicht höher als die des Einlaufes oder die der Profilierung.

7.2.4 Langzeitfestigkeit des Profilrohres ohne Nabe

Es wurden analog zum beschriebenen Verfahren der Variante V3 zwei Treppenstufenversuche an den Varianten V4 und V5 durchgeführt.

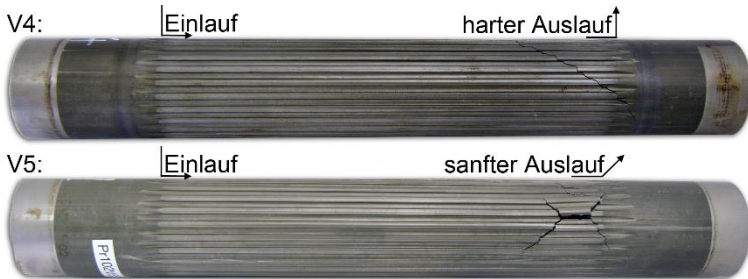


Abb. 49: Versagensbilder der dynamisch belasteten Profilrohre (V4/V5): Alle Brüche traten im „ungestörten“ Profilabschnitt oder im Auslauf auf.

Es ergaben sich für die beiden Varianten nahezu gleiche Langzeitfestigkeiten (V4: 873 Nm, V5: 880 Nm). Im Rahmen der Versuche konnte kein signifikanter Unterschied der Tragfähigkeit zwischen den beiden unterschiedlichen Ausläufen bestimmt werden. Die Auswertung des Treppenstufenverfahrens nach Hück (93) der beiden Varianten sind im Anhang unter A6 und A7 zu finden. Alle Risse traten entweder im Profilabschnitt mit konstantem Querschnitt oder in unmittelbarer Nähe zum Auslauf auf. Die Rissbilder ähneln sich in ihrer Form und Ausrichtung der ausführlich in Kap. 7.2.3.2 beschriebenen Variante V3.

Tab. 25: Kennwerte zur experimentell ermittelten Langzeitfestigkeit (V4/V5).

Variante	Probenanzahl je Durchläufer je Brüche			Versagensort			Ausrichtung			L _{AL5E6} in Nm
				Einlauf	konstante Profilierung	Auslauf	±45° o. 0° Initialriss	+45°	-45°	
4	15	7	8	0	1	7	4	2	2	873
5	15	8	7	0	2	5	4	2	1	880

Im Vergleich zu Variante V3 fällt die experimentell ermittelte Langzeitfestigkeit um etwa 8 % geringer aus. Hier könnte es bei der Umformung zwischen Einlauf und Auslauf durch die unterschiedliche Umformrichtung zu unterschiedlichen Materialumwandlungen bzw. Kaltverfestigungen gekommen sein. Wahrscheinlicher ist

allerdings ein fertigungstechnischer Mangel. Profilschans des Auslaufes zeigen kurz vor dem Einlauf im Profil eine Vertiefung in der Fußausrundung, welche zur einer Kerbüberlagerung an dieser Stelle führen könnte, siehe Kap. 7.2.7. Für viele Anwendungen ist ein Auslauf nicht notwendig, da in der Regel wie in Variante V3 bis zum Ende der Verzahnung gewalzt wird. Die Versuche zeigen außerdem, dass die Wahl eines harten oder sanften Auslaufes in den getroffenen Größen keinen signifikanten Einfluss auf die Wechselfestigkeit hat. Die Herstellung der Profilschans, die an den Enden ein Profil aufweisen, dazwischen aber in ein glattes Rohr übergehen, sollte nach jetzigem Forschungsstand so erfolgen, dass das Profil an jeder Seite von innen nach außen gefertigt wird.

7.2.5 Langzeitfestigkeit der Festsitzverbindung

Es wurden zusätzlich Wellen mit Festsitz und Nabe dynamisch getestet und ausgewertet, siehe Anhang A8. In der nachfolgenden Abbildung ist exemplarisch ein versagtes Bauteil mit Festsitz ohne abgebildete rilsanierte Nabe dargestellt.

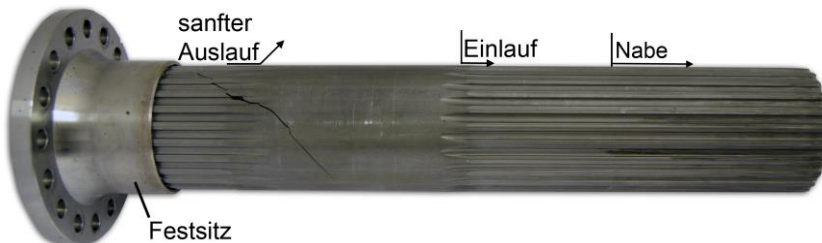


Abb. 50: Versagensbild des dynamisch belasteten Profilschans (V7): Die Probe versagte nicht im Übergang von Welle zur Nabe, sondern im Auslauf.

Durch den harten Steifigkeitssprung zwischen Stahlschans und Stahlnabe wäre ein Versagen am Übergang zwischen Welle und Festsitz zu erwarten. Keine Probe versagte am Übergang der Welle zur rilsanierten Nabe oder zur Festsitzverbindung. Die Proben versagten in ähnlicher Weise wie die zuvor getesteten Probenformen in den Übergängen von Profil zu Rohr. Die Mehrheit der fünf Brüche liegt im Auslauf der Verbindung. Eine Probe versagte im Einlauf, wie nachfolgende Tabelle zeigt.

Tab. 26: Kennwerte zur experimentell ermittelten Langzeitfestigkeit (V7).

Variante	Probenanzahl je Durchläufer je Brüche			Versagensort				Ausrichtung			L _{all,5E6} in Nm
				Festsitz	Auslauf	Einlauf	Nabe	±45° o. 0° Initialriss	+45°	-45°	
7	15	9	6	0	5	1	0	1	5	0	965

Bereits in den Varianten 4 und 5 konnte der Auslauf als Abschnitt mit der größten Kerbwirkung erkannt werden. Diese Probenform konnte mit 965 Nm sogar eine fast 10 % höhere Langzeitfestigkeit als die Variante V5 erreichen. Für den Abgleich der FEM und FKM-Modelle für die spätere Baureihe ist diese Variante nicht notwendig. Die Versuche zeigen allerdings, dass eine Festsitzverbindung mit Stahlnabe ohne hohen Reibverschleiß und hohen Festigkeitsabfall möglich ist, sodass auch eine Festsitzverbindung ohne RILSAN möglich ist.

7.2.6 Schliffbilder des Profilquerschnittes

Aus einem dynamisch getesteten und versagten Profilrohr wurde in der Höhe des Rissentstehungsortes und im nicht gerissenen Profilabschnitt Probensegmente entnommen und durch das Institut für Metallurgie der TU Clausthal Schliffbilder angefertigt.

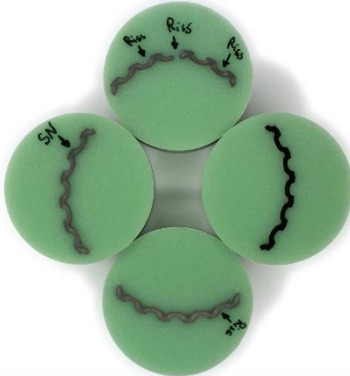


Abb. 51: Probensegmente für Schliffbilder: Querschnitt in Höhe des Anrisses.



Abb. 52: Probensegmente für Schliffbilder: Querschnitt außerhalb des Risses.

Stähle mit unter 0,8 % Kohlenstoffgehalt sind untereutectoide Stähle. Das Schliffbild in Abb. 53 zeigt ein ferritisch-perlitisches Gefüge des niedrig legierten Stahls mit etwa 0,22 % Kohlenstoffanteil. Nach Weißbach (97) besteht das perlitische und laminare Gefüge aus den Phasen Ferrit und Zementit. Die hellen Flächen sind Ferritkörner, während die in sehr geringen Anteilen vorkommenden dunklen Flächen Perlitkolonien sind. Die Umformung des Rohres in das Profil ist anhand der Anordnung der Korngrenzen sehr gut zu erkennen. Am Kopfbereich der Verzahnung, welcher am geringsten umgeformt ist, sind die Korngrenzen des Ferrits radial gestaucht und tangential gelängt. Diese Form ist vermutlich auf die gewalzte Blechform vor dem Rundbiegen und Verschweißen des Rohres zurückzuführen. Im Flankenbereich spiegelt sich die starke Umformung durch eine Stauchung der Körner wider. Der Bereich der Fußausrundung zeichnet sich wiederum durch sehr lang gezogenen Körnern aus. Diese lassen auf eine Zugbeanspruchung an dieser Stelle schließen. Die Randschicht wiederum ist von nahezu gleichmäßig ausgedehnten Korngrenzen bestimmt. Hier könnten weitere

Effekte, wie etwa unterschiedliche Abkühlungsgeschwindigkeiten bei der Blechherstellung eine Rolle spielen.

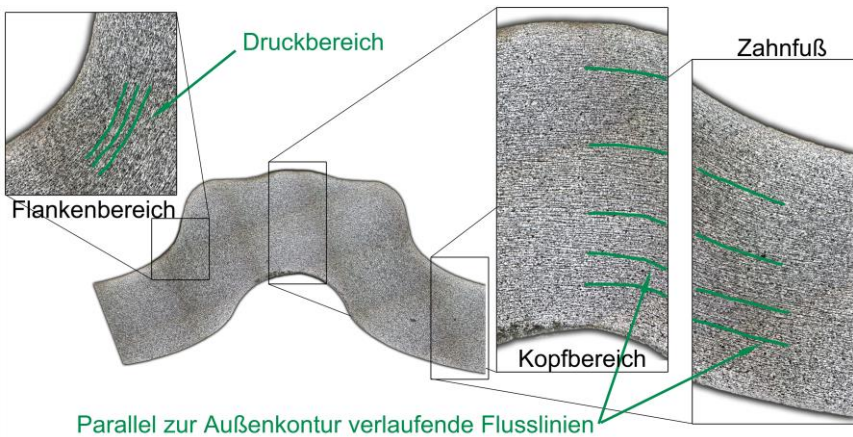


Abb. 53: Schliffbild des Profils außerhalb des Risses: Verlauf der Korngrenzen.

Die hier untersuchte Probe V5S19/104 versagte bei einem Langzeitfestigkeitsversuch bei etwa 874 Nm durch Rissbildung nahe des Auslaufes. Nachfolgend ist der Hauptriss sowie weitere Anrisse im gleichen Querschnitt dargestellt.

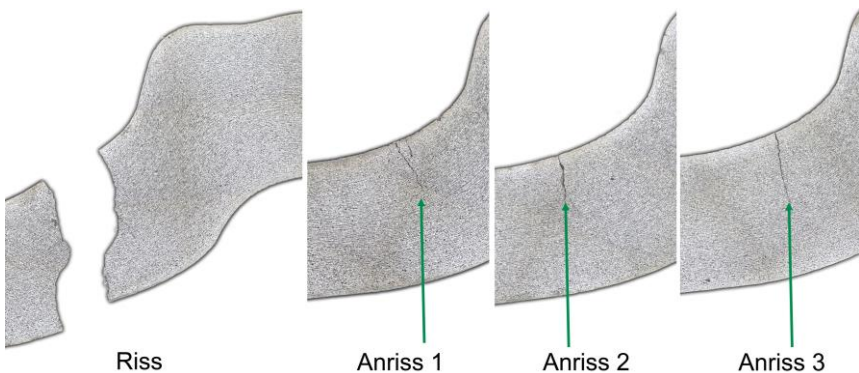


Abb. 54: Schliffbilder des Risses und der Anrisse im Querschnitt.

Alle Risse liegen kurz vor dem Übergang zur Flanke in der rechten Fußausrundung der Ellipse. Dies deckt sich sehr gut mit den numerisch ermittelten Versagensort, vgl. Kap. 7.3.2. Die Verteilung der Risse um den Umfang lässt des Weiteren den Schluss zu, dass die Beanspruchung gleichmäßig über den Umfang erfolgte, bzw. eine reine Torsionsbeanspruchung vorlag. Die Risse beginnen an

der Oberfläche des Zahnfußbereiches und wachsen nach innen in Richtung des Mittelpunktes des Rohres.

Das Ausgangsrohr ist darüber hinaus herstellungsbedingt mit einer Längsnaht geschweißt. Das Rohr könnte durch den Einfluss der Schweißnaht und dessen Wärmeeinflusszone geschwächt sein. Die im Ursprungszustand des Rohres nicht sichtbare Schweißnaht wird erst durch das Schliffbild in Abb. 55 durch ein Auseinanderwandern der sonst sehr parallel laufenden Konturlinien erkennbar. In diesem Fall liegt die Schweißnaht im zweiten Querschnitt zufällig in der kritischen, hochbelasteten Zone, in der Risse auftreten. Da dort allerdings keine Rissbildung zu erkennen ist, sondern in Bereichen ohne Schweißnaht, kann davon ausgegangen werden, dass die Schweißnaht keine signifikante Schwächung des Profils bzw. des Fußbereiches verursacht.

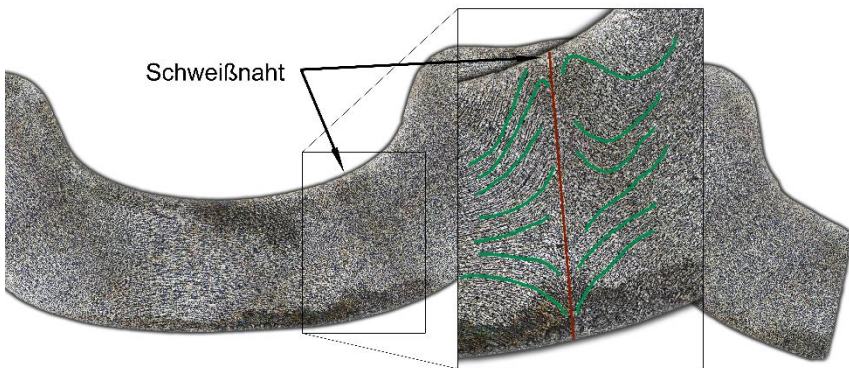


Abb. 55: Schliffbild des Profils an der Schweißnaht.

7.2.7 Geometrieuntersuchung der Versagensorte

Die Versuche ergaben, dass das Profilrohr entweder im konstanten Verzahnungsbereich oder kurz vor dem Ein- bzw. Auslauf versagte. Es wurde daher die Oberflächenkontur der Ein- und Ausläufe der Varianten V4 und V5 mittels eines Laser-Scanning-Mikroskops KEYENCE VK-X110 erfasst.

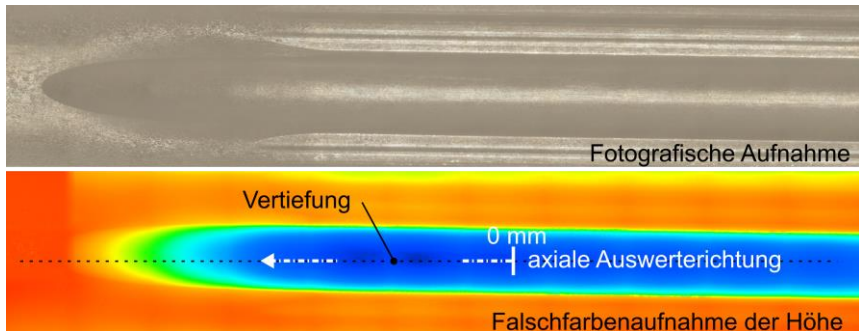


Abb. 56: Lasermikroskopie des Auslaufes: Neben der bildlichen Erfassung ist auch eine Tiefendarstellung über Falschfarben der Profile möglich. Der Verlauf der Tiefenmessung ist für den Auslauf der Profilwelle V4S24 eingezeichnet.

Erste Auswertungen ergaben, dass das Umformwerkzeug sowohl im Einlauf als auch im Auslauf etwas zu tief in radialer Richtung geformt hat. In Abb. 57 ist der Tiefenverlauf in axialer Richtung aufgetragen.

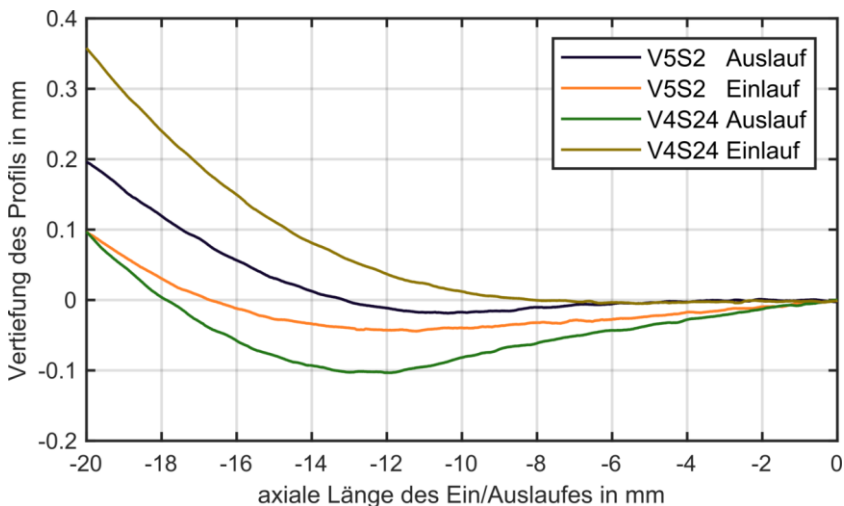


Abb. 57: Tiefenverläufe der Übergänge.

Durch diese Vertiefung erhöht sich an der höchstbelasteten Stelle der Fußausrundung die Kerbwirkung zusätzlich, sodass es zu einer nachhaltigen Schwächung an diesen Bereich kommen kann. Die Versagensorte in axialer Richtung der dynamischen Versuche bestätigen, dass diese Einkerbung eine geringe Schwächung des Profils verursachen kann. Die Ergebnisse der Treppenstufenverfahren der Varianten V4 und V5, vgl. Kap. 7.2.4, zeigen, dass der Auslauf oftmals die kritische Stelle ist. Dieses Ergebnis deckt sich mit den Tiefenmessungen und der erhöhten Kerbwirkung durch die Vertiefung im Auslauf. Andererseits ist im Profil nicht die tiefste Stelle, sondern nach Abb. 64 die seitlich davon liegenden Bereiche nahe der Flanken hoch belastet, sodass diese Vertiefung nur mittelbar das Profil schwächt. Diese Vertiefung in den prototypischen Proben kann durch eine Anpassung der radialen Walzenzustellung vermieden werden, sodass dieses Problem bei einer Serienherstellung entfällt. Für die weitere Auslegung ist der Einlauf entscheidend, dessen Vertiefung mit wenigen Hundertstel Millimeter bezogen auf die Herstellungsgenauigkeit vernachlässigt werden kann.

7.3 Festigkeitsberechnung des Einlaufes (FEM mit FKM)

Der Einlauf ist der Übergang von Rohr zur Profilierung. In vielen Anwendungsfällen wird dieser Übergang vorhanden sein. Bei konventionellen Verbindungen stellt dieser Übergang oftmals eine kritische Stelle dar. Experimentell konnte bei diesen Profilrohren keine unmittelbare Kerbüberlagerung zwischen Einlauf und Profilierung festgestellt werden. In diesem Kapitel soll mittels FEM-Simulationen überprüft werden, inwiefern eine Kerbüberlagerung rechnerisch feststellbar ist. Neben der reinen Bauteilbeanspruchung, vgl. Kap. 7.3.1, sind auch in dynamischen Versuchen vorkommende Wirkmechanismen mittels FKM-Nachweis, vgl. Kap. 7.3.2, zu berücksichtigen.

7.3.1 Ermittlung der örtlichen Bauteilbeanspruchungen

Das der Simulation zu Grunde liegende Modell nach Abb. 58 besteht aus drei Abschnitten. Das im Querschnitt konstante Profil geht in Einlauf und Rohr fließend über. Die Geometrieabmessungen von Rohr, Einlauf und Profil basieren auf der Ist-Geometrie der gefertigten und gemessenen Profilrohre. Ausgewertet wird nur der mittlere Mitnehmer um ggf. Einflüsse von Singularitäten an den Kontaktflächen auszuschließen. Aus diesem Grund wird ein Sektormodell mit drei Mitnehmern und mit verlängerten Profil- und Rohrabschnitten berechnet. Als Gesamtlast wird das Torsionsmoment von 950 Nm vorgegeben, welches bei den dynamischen Torsionsversuchen der Variante V3 als Langzeitfestigkeitswert bestimmt wurde. Die FKM-Richtlinie bewertet örtliche Spannungen, die sich aus der FEM-Berechnung nach der linearen Elastizitätstheorie ergeben. Berechnungsmöglichkeiten im nichtlinearen Bereich werden zum Zeitpunkt der Bearbeitung dieser Arbeit gerade in Software implementiert, standen aber noch nicht zur Verfügung, vgl. Kirchhoff et al. (98). Es wird daher ein ideal-elastisches Materialmodell mit denen in Tab. 22 zusammengefassten Materialkennwerten angenommen. Die ortsabhängigen Mises-Vergleichsspannungen der Bauteiloberfläche und der Bauteilinnenfläche eines Mitnehmers werden exportiert und sind in Abb. 59 dargestellt.

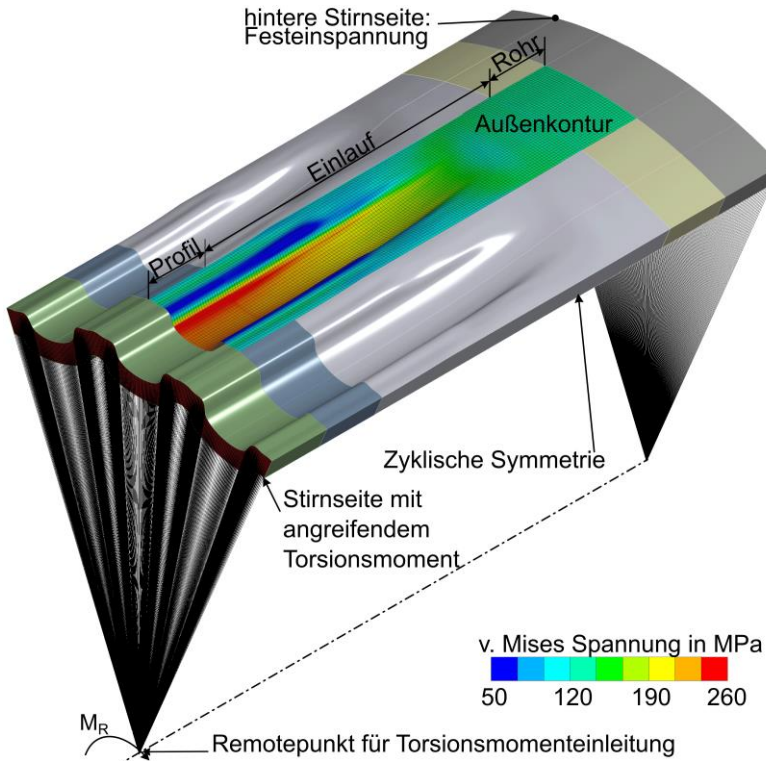


Abb. 58: FEM-Modell des Einlaufes.

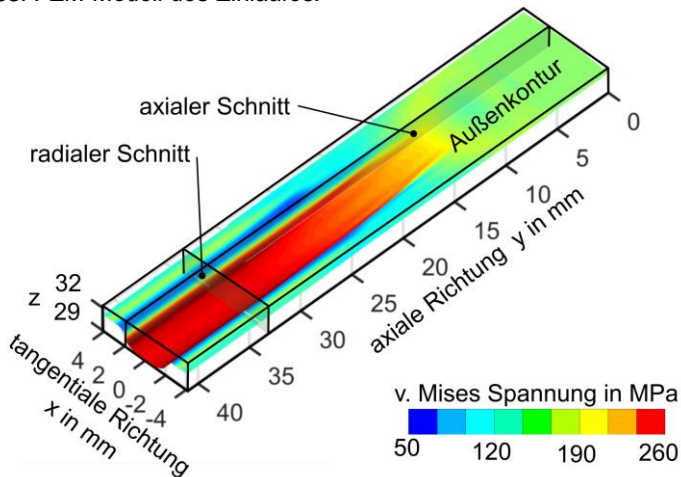


Abb. 59: Spannungsverlauf an der Außenkontur (3D).

Für die Bestimmung des Spannungsverlaufs in tangentialer Richtung wird zunächst ein radialer Schnitt im Bereich des Profils an Position $y = 33 \text{ mm}$ erzeugt. Der Verlauf der Spannung in Umfangsrichtung ist in Abb. 60 dargestellt. Der radial weit außen liegende Kopfbereich wird sehr wenig belastet. Der Fußgrund wird durch den geringen Abstand zur Drehachse deutlich stärker belastet. Die größten Spannungen stellen sich im Bereich der stärksten Ellipsenkrümmung, im Bereich zwischen Fußausrundung und Flankenbeginn, ein. Dort werden Spannungen bis 248 MPa erreicht. Dieser Punkt wird verwendet, um einen Spannungsverlauf in axialer Richtung zu bestimmen. Im Bereich des konstanten Profilabschnitts $y > 31 \text{ mm}$ sind die Spannungen gleichbleibend. Im Bereich des Einlaufes von $31 > y > 5 \text{ mm}$ nimmt die Spannung ab und erreicht im Rohrabschnitt $y < 5 \text{ mm}$ konstante Werte.

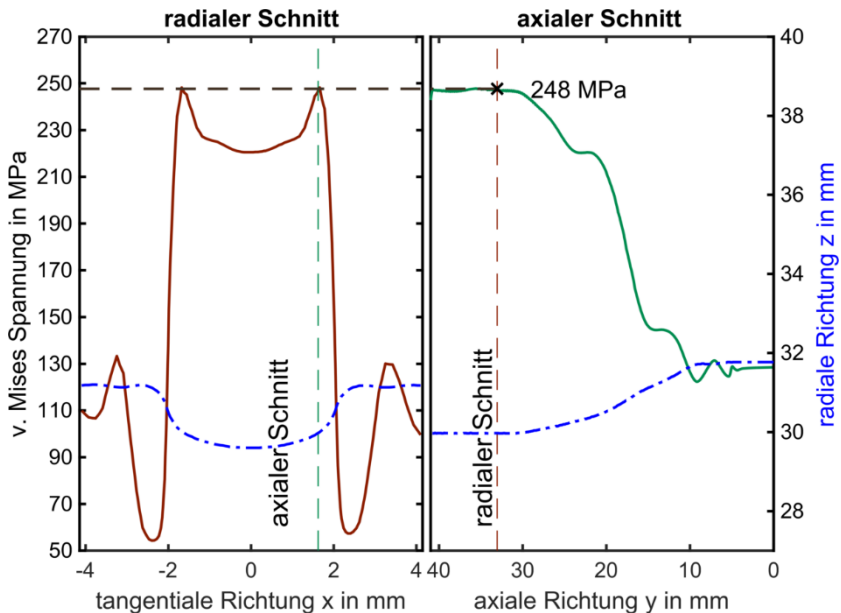


Abb. 60: Spannungsverlauf an der Außenkontur im Querschnitt. Die höchsten Spannungen liegen im Profilsegment vor. Für die weitere Auswertung ist es als Ergebnis bedeutsam, dass es zu keiner signifikanten Spannungsüberhöhung im Einlauf kommt. Dies ermöglicht in späteren Berechnungen nur die Untersuchung

des Profilssegmentes, ohne Berücksichtigung des größeren Modells mit rechnerintensivem Einlauf. Die Auswertung der Spannung wird für die Innenkontur wiederholt, siehe Abb. 61.

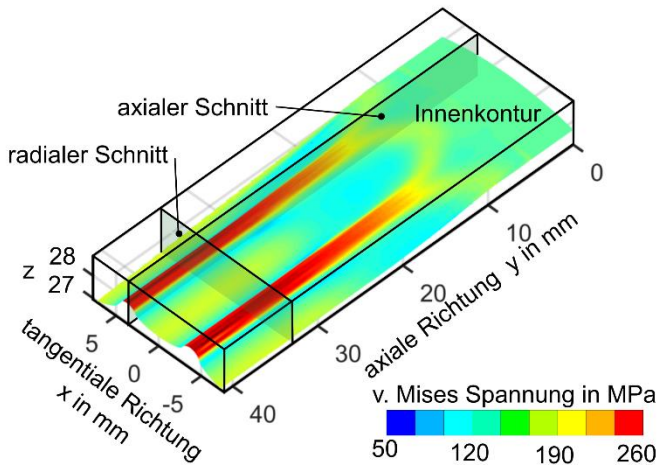


Abb. 61: Spannungsverlauf an der Innenkontur (3D).

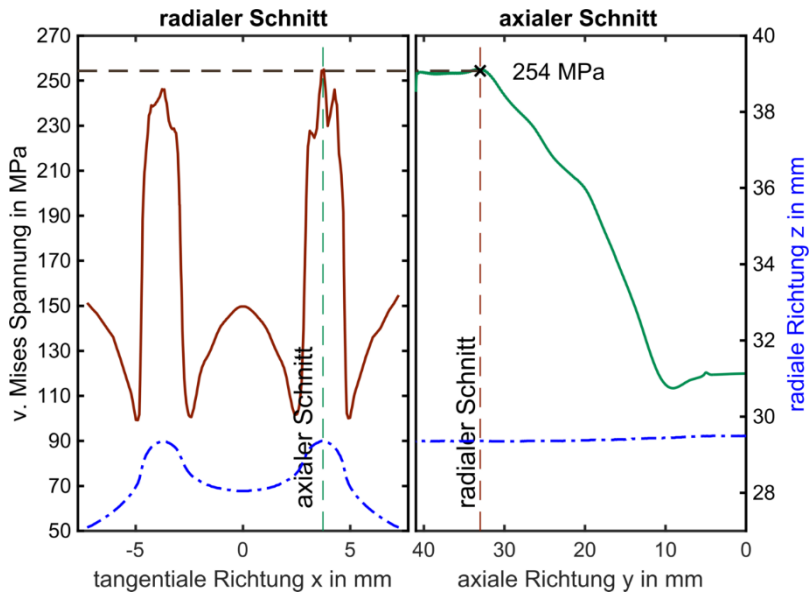


Abb. 62: Spannungsverlauf an der Innenkontur im Querschnitt.

Hier zeigt es sich, dass die am höchsten belasteten Stellen in den inneren Kopfausrundungen liegen. Wie bei der Außenkontur sind die höchsten Spannungen im Profilsegment zu finden und nehmen im Übergang zum Rohr kontinuierlich ab. Sowohl die Außenkontur als auch die Innenkontur weisen mit 248 MPa und 254 MPa nahezu gleich hohe v. Mises Vergleichsspannungen auf. Bereiche mit hohen Spannungen liefern erste Hinweise auf mögliche Versagensorte. Durch dynamische Belastungen auftretende Schäden können allerdings von weiteren Größen wie der Oberflächenrauheit, der Kerbschärfe oder der Kaltverfestigungen abhängig sein. Diese Einflüsse werden mittels FKM-Richtlinie im nächsten Kapitel berücksichtigt.

7.3.2 Festigkeitsnachweis des Referenzprofils nach FKM

Mit Hilfe der FKM-Richtlinie (25) können dynamische Auslastungen berechnet werden und so ein möglicher Versagensort bestimmt werden. Die Richtlinien gilt für Volumenbauteile im Temperaturbereich von -40 °C bis 500 °C und erlaubt die Bewertung von örtlichen Spannungen einer Finite-Elemente-Berechnung unter Anwendung der linearen Elastizitätstheorie. Der dynamische Festigkeitsnachweis im Bereich der Langzeitfestigkeit ($5 \cdot 10^6$ Lastwechsel, $R = -1$) wird mit der WORKBENCH-Erweiterung FKMinsideANSYS V.18.2.0 durchgeführt. Alle verwendeten Einstellungen und Werte sind dem Anhang A9 zu entnehmen. In den Versuchen wird eine Langzeitfestigkeit mit einer Überlebenswahrscheinlichkeit von $P_{\bar{u}} = 50 \%$ ermittelt.

$$S_{AK,50\%} = 950 \text{ Nm} \quad (7.20)$$

Die FKM gibt eine mittlere Überlebenswahrscheinlichkeit der Festigkeitskennwerte mit $P_{\bar{u}} = 97,5 \%$ an. Die FKM liefert in deren Kapitel 5.6 Informationen zur Umrechnung. Aufgrund der geringen Stichprobenzahl $n = 16$ ist die Bestimmung einer direkten Standardabweichung aus dem Versuch nicht sinnvoll. Es wird daher auf einen Schätzwert der Standardabweichung zurückgegriffen. Für den Versuch wurde eine logarithmische Standardabweichung von $s_v = 0,013$ angenommen. Es ergibt sich somit ein statistischer Umrechnungsfaktor $j_{n,s}$.

$$j_{n,S} = 10^{\left(2 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \cdot s_v} = 1,07 \quad (7.21)$$

Der gesuchte zuverlässige Bauteil-Festigkeitswert $S_{AK,97,5\%}$ für $P_{\dot{U}} = 97,5\%$ ist.

$$S_{AK,97,5\%} = \frac{S_{AK,50\%}}{j_{n,S}} = \frac{950 \text{ Nm}}{1,07} = 887,85 \text{ Nm} \quad (7.22)$$

Durch die Umrechnung wird erwartet, dass bei dieser Last im Experiment 97,5 % aller Bauteile die Langzeitfestigkeit erreichen. Ziel ist es, mittels FEM- und FKM-Berechnung numerisch diese Langzeitfestigkeit abschätzen zu können. Wenn ein simuliertes Torsionsmoment von 887,85 Nm anliegt, so soll die Auslastung $a_{BK,\sigma} = 1$ sein. Das bedeutet rechnerisch erreichen 97,5 % aller Bauteile die Langzeitfestigkeit von 887,85 Nm. Die Simulation kann folglich den Versuch genau nachbilden.

Die Bauteilbetriebsfestigkeit $\sigma_{BK,\sigma}$ gibt die ertragbare Spannung des Werkstoffes an und muss für die beiden Hauptspannungen σ_1 und σ_2 bestimmt werden.

$$\sigma_{BK,\sigma_j} = \frac{K_{AK,\sigma_j} \cdot K_{BK,\sigma_j}}{K_{WK,\sigma_j}} \cdot \sigma_{W,zd} \quad (7.23)$$

Der technologische Größenfaktor $K_{d,M}$ und der Anisotropiefaktor K_A können als 1 angenommen werden, sodass die durch den Rohrersteller BENTELER mittels Zugversuche an Rohren in vorliegenden Dimensionen ermittelten Materialkennwerte verwendet werden können. Es ergibt sich somit eine Zug-Druck-Wechselselfestigkeit $\sigma_{W,zd}$ von:

$$\sigma_{W,zd} = f_{w,\sigma} \cdot R_m = 0,45 \cdot 564 \text{ MPa} = 253,80 \text{ MPa} \quad (7.24)$$

Für den Überlastfall F2 und bei wechselnder Beanspruchung $R = -1$ gibt es keine Mittelspannung und somit ist der Mittelspannungsfaktor $K_{AK,\sigma} = 1$. Des Weiteren wurde die Langzeitfestigkeit in einem Einstufenkollektiv untersucht, sodass der Betriebsfestigkeitsfaktor $K_{BK,\sigma}$ ebenfalls 1 ergibt. In dem Konstruktionsfaktor $K_{WK,\sigma}$ werden für Stahlbauteile ohne Schutzschicht die Rauheit über den Rauheitsfaktor K_R , die Randschichtverfestigung über den Randschichtfaktor K_V , die Kerbwirkung über eine Formzahl einer Ersatzstruktur \widetilde{K}_f und eine Stützzahl n_σ berücksichtigt.

$$K_{WK, \sigma_j} = \frac{1}{n_{\sigma_j}} \left[1 + \frac{1}{\widetilde{K_{f, \sigma_j}}} \cdot \left(\frac{1}{K_R} - 1 \right) \right] \cdot \frac{1}{K_V} \quad (7.25)$$

Randschichtfaktor K_V : Der Randschichtfaktor K_V berücksichtigt den Einfluss einer Randschicht auf die Ermüdungsfestigkeit. Die mechanische Umformung könnte als eine Art des Festwalzens gesehen werden und so nach der FKM für K_V Werte zwischen 1,1 und 1,25 angenommen werden. Eine nach Schäfer in (99) anzunehmende Kaltverfestigung mit $K_V = 1,5$ ist nur für aus dem Vollmaterial umformend hergestellte Zahnwellen möglich. Eine fundierte Aussage, auch hinsichtlich der gemessenen hohen Eigenspannungen in Kap. 7.4, ist an dieser Stelle nicht möglich. Deshalb wird im Sinne einer konservativen Annahme $K_V = 1$ gesetzt.

$$K_V = 1 \quad (7.26)$$

Rauheitsfaktor K_R : Die Rauheit wurde exemplarisch an einem Profil an der Fußausrundung (Pos. 1), an der Flanke (Pos. 2) und in der inneren Kopfausrundung (Pos. 3) sowohl in Umfangsrichtung als auch in axialer Richtung gemessen, vgl. Abb. 63. Die Messergebnisse sind in Tab. 27 dargestellt.

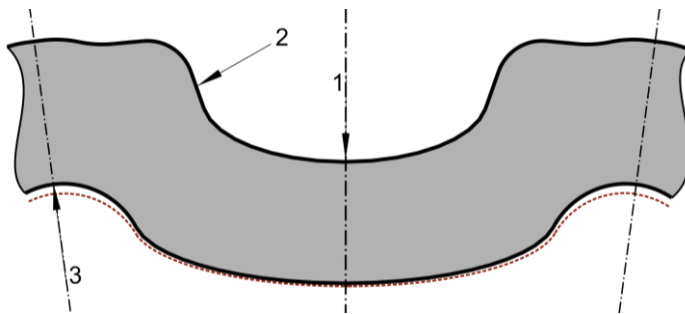


Abb. 63: Messstellen der Rauheitsmessung.

Tab. 27: Rauheitswerte am Referenzprofil.

	R_z			R_a			
Messrichtung	1	2	3	1	2	3	
axial	1,64	1,32	1,69	0,17	0,12	0,22	μm
$5 \times (\lambda_c = 0,8 \text{ mm})$							
tangential	1,87	1,90	3,05	0,47	0,33	0,65	μm
	1x ($\lambda_c = 0,8 \text{ mm}$)	1x ($\lambda_c = 0,25 \text{ mm}$)	4x ($\lambda_c = 0,25 \text{ mm}$)	1x ($\lambda_c = 0,8 \text{ mm}$)	1x ($\lambda_c = 0,25 \text{ mm}$)	4x ($\lambda_c = 0,25 \text{ mm}$)	

Die Werte wurden nach DIN EN ISO 4287 (100) bestimmt. In den sehr kurzen Messstrecken der Tangentialmessungen wurden jeweils die Anzahl und Länge der Einzelmessstrecken angegeben, da die Geometrieform nur begrenzte Messlängen zulässt. Die Rauheit R_z liegt damit nach Lau (45, S. 81) deutlich unterhalb von gefrästen Verbindungen mit ca. 12 μm bis 17 μm . Grundsätzlich lässt sich sagen, dass die Rauheit durch die von außen wirkenden Profilwalzen in der Außenkontur geringer ist. In der Innenkontur sind die Schleiffrillen des Walzdornes eingeformt, weshalb sich insbesondere an der Pos. 3 in tangentialer Richtung höhere Rauheitswerte ergeben. Aus Tab. 27 lässt sich eine mittlere Rauheit $R_z = 2 \mu\text{m}$ definieren. Dies ist auch bei gewalzten DIN 5480 Zahnwellen ein üblicher Wert, vgl. Lau (45). Für den Werkstoff Stahl ergeben sich nach der FKM die Konstanten $a_{R,\sigma} = 0,22$ und $R_{m,N,\min} = 400 \text{ MPa}$.

$$\begin{aligned} K_R &= 1 - a_{R,\sigma} \cdot \log\left(\frac{R_z}{\mu\text{m}}\right) \cdot \log\left(\frac{2 \cdot R_m}{R_{m,N,\min}}\right) \\ &= 1 - 0,22 \cdot \log\left(\frac{2 \mu\text{m}}{\mu\text{m}}\right) \cdot \log\left(\frac{2 \cdot 564 \text{ MPa}}{400 \text{ MPa}}\right) = 0,97 \end{aligned} \quad (7.27)$$

Stützzahl $n_{\sigma,x}$: Die Stützzahlermittlung erfolgt entweder nach dem Stielerschen Stützwirkungskonzept oder auf Basis einer werkstoffmechanisch begründeten Stützzahl. Beide Verfahren können in der ANSYS WORKBENCH mit dem Addon FKMinSideANSYS automatisiert angewendet werden. Für beide Verfahren wird ein von der Richtung der Hauptspannung abhängiges Spannungsgefälle G_σ bestimmt. Für das manuelle Vorgehen für die Ermittlung der Spannungsgradienten sei auf Wächter et al. (101) verwiesen. Für das Stielersche Stützwirkungskonzept wird die Stützzahl nach folgender Gleichung bestimmt.

$$n_{\sigma_j} = 1 + \sqrt{G_{\sigma_j} \cdot \text{mm} \cdot 10^{-\left(a_G + \frac{R_m}{b_G \cdot \text{MPa}}\right)}} \quad (7.28)$$

Die werkstoffmechanische Stützzahl $n_{\sigma,wm}$ setzt sich aus den Einzelfaktoren statische Stützzahl n_{st} , verformungsmechanische Stützzahl n_{vm} und bruchmechanische Stützzahl n_{bm} zusammen.

$$n_{\sigma,wm} = n_{st} \cdot n_{vm} \cdot n_{bm} \quad (7.29)$$

Die Stützfaktoren nach Stielcr $n_{\sigma 1} = 1,063$ und $n_{\sigma 2} = 1,061$, siehe Tab. 28, weichen aufgrund der unterschiedlichen Ermittlungsmethode deutlich vom

werkstoffmechanischen Stützfaktor $n_{\sigma,wm} = 1,321$, insbesondere in der Außenkontur, ab.

Schätzwert der Kerbwirkungszahl \tilde{K}_f : Da bei einem Nachweis mit örtlichen Spannungen kein Bezugsquerschnitt und damit keine Kerbwirkungszahl gebildet werden kann, wird eine Kerbwirkungszahl \tilde{K}_f geschätzt.

$$\tilde{K}_{f,\sigma_j} = \max\left(\frac{K_{t,\sigma_j}}{n_{\sigma_j}}; 1\right) \quad (7.30)$$

Die Formzahl für Ersatzstruktur K_t ist aufgrund des Spannungsgefälles G_σ richtungsabhängig und ergibt sich bei einem effektiven Durchmesser d_{eff} von 4,2 mm zu.

$$K_{t,\sigma_j} = \max\left(10^{(0,066 - 0,36 \cdot \log\left(\frac{2 \cdot G_{\sigma_j}}{0,5 \cdot d_{eff}}\right))}; 1\right) \quad (7.31)$$

Es kann nun ein Konstruktionsfaktors K_{WK,σ_j} nach (7.25) und eine Bauteilbetriebsfestigkeit σ_{BK,σ_j} nach Gl. (7.23) berechnet werden.

Sicherheiten und Auslastung: Da mit der FKM-Richtlinie ein Schadensfall nachgerechnet werden soll und sichere Lastannahmen angenommen werden, wird die Gesamtsicherheit $j_D = 1$ gesetzt.

$$j_D = j_S \cdot j_F \triangleq 1 \quad (7.32)$$

Für jede Hauptspannung lässt sich eine Einzelauslastung wie folgt berechnen.

$$a_{BK,\sigma_j} = \frac{\sigma_{a,\sigma_j}}{\sigma_{BK,\sigma_j}} \cdot j_D \quad (7.33)$$

Die Gesamtauslastung nach der Gestaltänderungshypothese ergibt sich aus den Einzelauslastungen.

$$a_{GH} = \sqrt{\frac{(a_{BK,\sigma_1} - a_{BK,\sigma_2})^2 + (a_{BK,\sigma_2} - a_{BK,\sigma_3})^2 + (a_{BK,\sigma_3} - a_{BK,\sigma_1})^2}{2}} \quad (7.34)$$

Die zur Bauteiloberfläche stehende Spannung σ_3 ist null.

Ergebnis: Für jeden Knoten lässt sich eine dynamische Auslastung bestimmen. In den nachfolgenden Abbildungen ist der Auslastungsverlauf in Querschnittsrichtung und in axialer Richtung einmal an der Außenkontur und einmal an der Innenkontur dargestellt. Die Orte der höchsten Spannung und der höchsten Auslastung stimmen nahezu überein. Bei dieser Geometrie gibt es zwei mögliche Versagensorte. Die größten Auslastungen stellen sich neben dem Bereich der stärkeren Ellipsenkrümmung zwischen Fußausrundung und Flankenbeginn, vgl. Abb. 64, auch in der inneren Kopfausrundung, vgl. Abb. 65, ein.

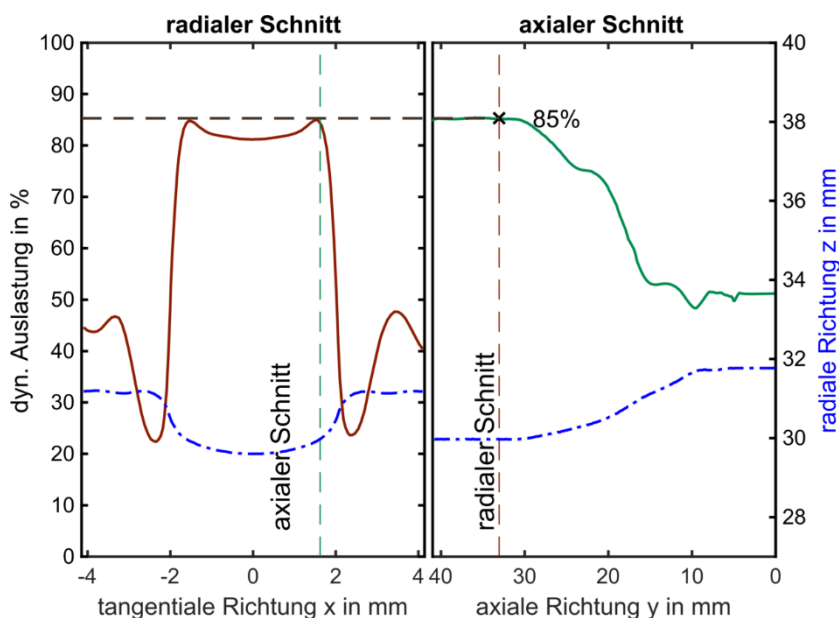


Abb. 64: Auslastungsverlauf an der Außenkontur im Querschnitt. Exemplarisch sind in Tab. 28 oder ausführlich in Tab. 62 in A9 die Auslastungen an den höchst belasteten Stellen im konstanten Profilschnitt ausgewertet.

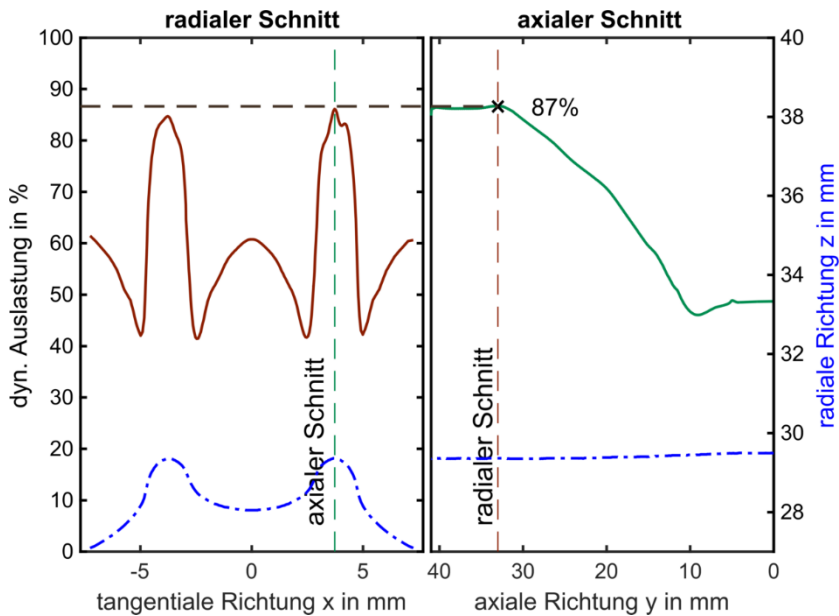


Abb. 65: Auslastungsverlauf an der Innenkontur im Querschnitt.

Tab. 28: Kennwerte des FKM-Nachweises für das Referenzprofil.

		Außenkontur		Innenkontur		
		σ_1	σ_2	σ_1	σ_2	
Stützzahl nach Stieler						
Bezogenes Spannungsgefälle	G_σ	0,740	0,736	1,150	1,148	MPa %
Stützzahl nach Stieler	n_σ	1,063	1,061	1,202	1,202	
Konstruktionsfaktor	K_{WK}	0,882	0,883	0,856	0,856	
Bauteilbetriebsfestigkeit	σ_{BK}	287,65	287,54	296,38	296,36	
Gesamtauslastung	a_{BK}	85,5		87,6		
werkstoffmechanische Stützzahl						
werkstoffmechanische Stützzahl	n_σ	1,321	1,321	1,385	1,385	MPa %
Konstruktionsfaktor	K_{WK}	0,780	0,780	0,744	0,744	
Bauteilbetriebsfestigkeit	σ_{BK}	376,50	376,50	341,04	341,04	
Gesamtauslastung	a_{BK}	75,6		76,0		

Die Stützfaktoren nach Stieler weichen insbesondere in der Außenkontur deutlich von den werkstoffmechanischen Stützfaktoren ab. Die daraus berechneten Auslastungen weichen damit von einer angestrebten Auslastung $a_{BK,ov} = 1$ ab. Dementsprechend wären rechnerisch deutlich höhere Torsionsmomente

übertragbar. Das Verfahren auf Basis der werkstoffmechanischen Stützzahl ist nach (102) eher für schärfere Kerben geeignet. Hier liegen jedoch sanfte Kerben vor, weshalb das konventionelle Konzept nach Stieler bessere Ergebnisse hinsichtlich der angestrebten Auslastung liefert. Das Konzept zur Stützzahlenbestimmung nach Stieler wird daher für weitere Auswertungen verwendet. Das Vorgehen berechnet mit 85 %-Auslastung trotzdem eine zu niedrigere Auslastung. Die FKM-Richtlinie berücksichtigt allgemeine Unsicherheiten in der Auslegung mit einem Sicherheitsfaktor $j_D > 1,2$, welcher in diesem Fall gerade so zu sicheren Bauteilen führen würde. Idealerweise sollte das Bauteil jedoch so ausgelegt werden, dass diese Reserve beibehalten wird. Damit müsste sich hier eine Auslastung von 1 ergeben. Die Abweichung von etwa 15 %-Punkten kann entweder auf die allgemeine Unsicherheit des Versuches oder der FKM-Richtlinie zurückgeführt werden oder das Bauteil ist zum Beispiel durch die Umformung und Eigenspannungen bereits vor Versuchsbeginn geschwächt. Durchgeführte Eigenspannungsmessungen sollen im nachfolgenden Kapitel diese Vermutung bestätigen.

7.4 Umformungsbedingte Eigenspannungen

Die Herstellung des Rohres und damit auch die Profilierung der Profilwelle sind Umformprozesse, welche Eigenspannungen im Bauteil verursachen. Die FKM-Richtlinie (25) gibt den Hinweis, dass „entscheidend für den Einfluss der Oberfläche auf die Verminderung der Bauteil-Dauerfestigkeit [...] vor allem Eigenspannungen und Verfestigung als Folge der Fertigung, weniger die Rauheit [sind]“ (25). Für die umformtechnisch hergestellten Proben ist folglich eine Untersuchung der Eigenspannungszustände notwendig. Zur Bestimmung der Eigenspannungen wurden Messungen am Institut für Fertigungstechnik und Werkzeugmaschinen (IFW) des Produktionstechnischen Zentrums Hannover in Auftrag geben. Die Eigenspannungen wurden sowohl in Umfangsrichtung als auch in axialer Richtung mit Hilfe eines Röntgendiffraktometers GE XRD 3003 TT bestimmt. Aufgrund messtechnischer Randbedingungen ist eine Messung an der Außenkontur und im profilierten Bereich in tangentialer Richtung nur in der Mitte der Fußausrundung möglich. Darüber hinaus sind nur Spannungen auf der Bauteiloberfläche bis in wenige μm -Tiefe messbar.

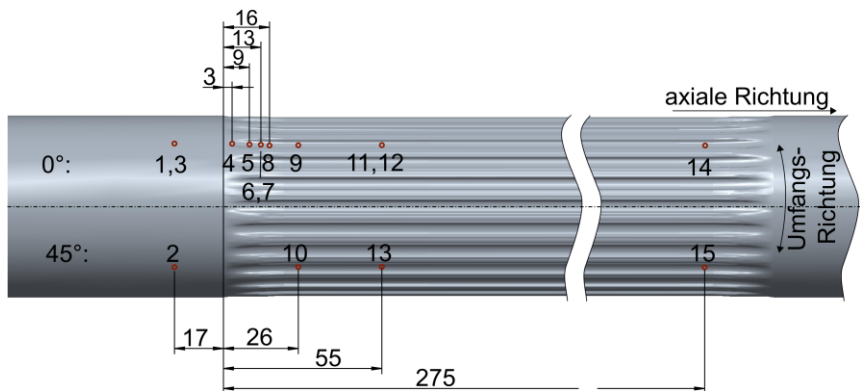


Abb. 66: Messstellen der Eigenspannungsmessungen 1 bis 15.

Die axialen Messpositionen lagen im Bereich des Rohr, des Einlaufes sowie des Profils. Es wurde dabei Messungen an vier verschiedenen Profilrohren, zwei verschiedenen Winkelpositionen (Rotation um Achse: 0° und 45°) und Proben vor und nach dem Langzeitfestigkeitsversuch durchgeführt. Alle Messergebnisse sind

tabellarisch in Tab. 65 in Anhang A10 aufgeführt. Das oben genannte Messverfahren ist zur Bestimmung der Eigenspannungen geeignet und lieferte plausiblere Messergebnisse als eine testweise durchgeführte Bohrlochmethode, vgl. Leidorf (103).

Durch die Rundheit der Probe, der Fußausrundung sowie dem Messflächenkreis von 1 mm Durchmesser können geringe Abweichungen entstehen. Aufgrund vieler verfahrbaren Achsen, getroffenen internen Messannahmen, verschiedenen Regressionsmethoden, einer theoretischen Maximalgenauigkeit von ± 10 MPa und der geringen Messpunkteanzahl sind die ermittelten Werte als Anhaltswerte zu betrachten. Abb. 66 zeigt zusammenfassend alle Messpositionen exemplarisch an einem Profilrohr.

Eigenspannungen in axialer Richtung: In Abb. 67 sind die gemessenen Eigenspannungen in axialer Richtung dargestellt.

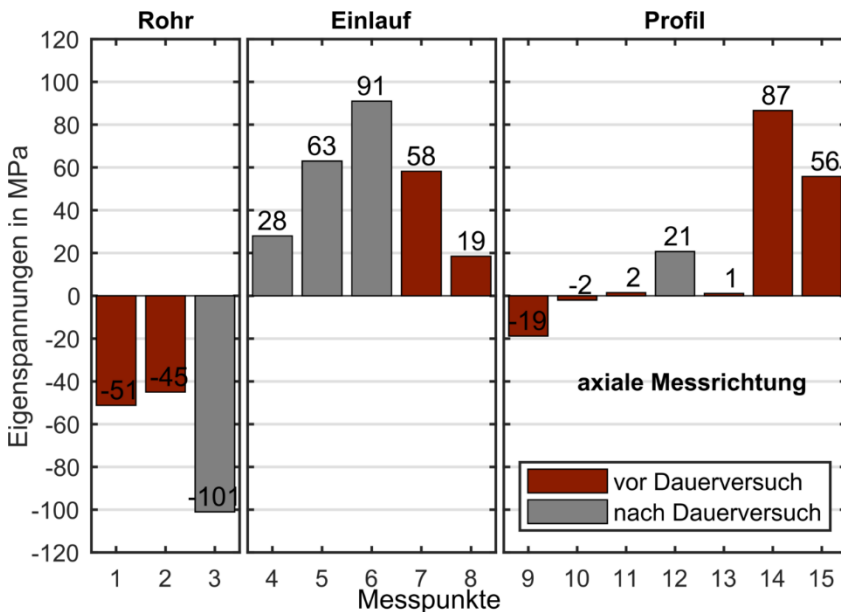


Abb. 67: Eigenspannungen in axialer Richtung in MPa.

Positive Spannungen stellen Zugeigenspannungen und negative Spannungen Druckeigenspannungen dar. Das nichtprofilierte Rohr weist auf der Oberfläche

bereits unbelastet Druckeigenspannungen in axialer Richtung auf, welche auf die Herstellung des Rohres durch das Kaltwalzen zurückzuführen sind. Im Einlauf wechselt die Druckspannung in Richtung einer Zugspannung. Dies ist mit dem axialen Einlauf des Werkzeuges erklärbar, da das Material nach vorn in Richtung Profilierung geschoben wird. Mit zunehmender Profilierung nimmt die Zugeigenspannung ab und erreicht niedrige Spannungswerte. Im Bereich des Überganges (MP9/10) konnten sogar leichte für die Beanspruchung positive Druckeigenspannung gemessen werden. Erst am Ende des Profils (MP14/15) kommt es wieder zu einem deutlichen Anstieg der Eigenspannung. Dies lässt sich ggf. auf den beginnenden Auslauf (MP14: V4 - harter Auslauf; MP15: V5 - sanfter Auslauf) zurückführen. Die Messpunkte 14/15 sind bzgl. des Abstandes zum Auslauf mit den Messpunkten 9/10 vergleichbar, an denen sich jedoch keine hohen Spannungen bilden. Diese, sich aus der Umformung ergebende, Spannungserhöhung könnte ein Indiz dafür sein, weshalb die Profilformen V4 und V5 dynamisch an diesen Stellen deutlich früher versagen. Zwar sind zwischen nichtbelasteten und belasteten Proben bei gleicher Messpunkten 2/3, 6/7 und 12/13 Unterschiede messbar. Aufgrund der geringen Datenbasis, der Messungenauigkeit und durch den Vergleich verschiedener Rohrproben kann jedoch keine belegbare Aussage zur Veränderung getroffen werden.

Eigenspannungen in Umfangsrichtung: In Umfangsrichtung weisen die Profilrohre nach Abb. 68 in den Messpunkten sehr hohe Zugeigenspannungen auf. Diese werden bereits bei der Herstellung eingebracht, ggf. durch das Umformen des Rohres aus einem ebenen Blech. Insbesondere im Einlaufbereich werden sie durch das GROB-Verfahren bedingte Walzen verstärkt. Als Resultat konnten Spannungen nahe und über der Langzeitfestigkeit des Werkstoffes gemessen werden. Ein Bauteilversagen tritt an diesen Stellen vermutlich aus dem Grund nicht auf, weil das Profil bei wechselnder Beanspruchung dort nicht stark beansprucht wird. Die Messpunkte 6/7 liefern Eigenspannung in vergleichbarer Größe, weshalb nicht von versuchsinduzierten Spannungen ausgegangen wird. Wie auch in axialer Messrichtung nehmen die Eigenspannungen im Profil ab, steigen aber zum Anfang des Auslaufes wieder an.

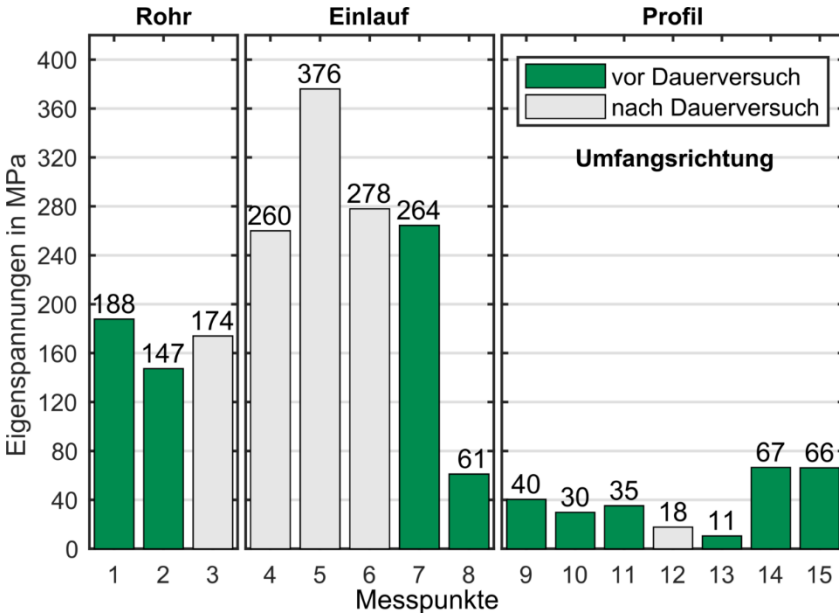


Abb. 68: Eigenspannungen in Umfangsrichtung in MPa.

Für die praxisnahe Verbindung der Variante V7 sind die Messpunkte 9 bis 13 relevant, da sich das Versagen im Bereich nahe des Auslaufes oder im Bereich des Profils einstellte. Die Eigenspannungen verursachen eine zusätzliche Mittellast, sodass ein wechselnd belastetes Profilrohr zusätzlich geschwächt wird. Wird angenommen, dass sich der Mittelwert der Messpunkte 9 - 11 und 13 an der höchstbelasteten Stelle der Fußausrundung einstellt und dieser sich nicht wie bei Messpunkt 12 über der Versuchsdauer des Versuches abbaut, so überlagern sich der Mittelspannungsanteil von 29 MPa und die aus der wechselnden Beanspruchung resultierende Bauteilspannung 225 MPa. Diese zusätzliche Belastung kann die Differenz zwischen der aus den Versuchen ermittelten Auslastung und der durch die FKM-Richtlinie bestimmten Auslastung erklären. Positiv wirkende Druckeigenspannungen, welche sich bei der umformenden Herstellung von Verzahnungen aus Vollwellen ergeben können, konnten hier in den ersten Messungen nicht bestätigt werden. Randschichtfaktoren über $K_V > 1$ führen zu kritisch ausgelegten Bauteilen bzw. zu niedrigen Auslastungswerten.

7.5 Experimentell abgesichertes Berechnungsmodell

Mit Hilfe der Dauerfestigkeitsversuche konnte eine Langzeitfestigkeit eines Profilrohres, welches von einem Rohr über einen Einlauf in Profilrohr mit rilsanierte Nabe übergeht, bestimmt werden. Weder der Nabensteifigkeitssprung noch der Einlauf schwächen das Profil signifikant, da viele Rissentstehungsorte im konstanten Bereich des Profils liegen. Für die Auslegung zukünftiger Profilwellen ist die Kenntnis der Zugfestigkeit, der Streckgrenze sowie die Verwendung eines E-Moduls von 205 GPa zur Bestimmung für ein ideal-elastisches Materialmodell ausreichend. Die Zahnfußausrundung und die innere Kopfausrundung sind Bereiche hoher Spannungen. Für einen Festigkeitsnachweis nach der FKM-Richtlinie sind Rauheitswerte für das hergestellte Profilrohr gemessen und mit $R_z = 2 \mu\text{m}$ berücksichtigt worden. Das Stiellersche Stützwirkungskonzept ergibt Stützzahlen von 1,06 für die Außenkontur und 1,20 für die Innenkontur. Die sich aus dem Festigkeitsnachweis ergebenden Orte höchster Auslastung decken sich mit den Rissausgangsstellen. Die FKM-Richtlinie trifft die experimentelle Langzeitfestigkeit bereits gut, dennoch überschätzt sie die Langzeitfestigkeit. Neben den allgemeinen Schwankungen der in die FEM- und FKM-Auslegung eingehenden Größen konnten die Eigenspannungen als möglicher Grund für die Abweichung identifiziert werden. Da die zur Verfügung stehenden Messmethoden im Moment noch begrenzt sind, muss die Festigkeitsreduzierung über Faktoren berücksichtigt werden. Hier bietet sich die Verwendung und die Festlegung eines Randschichtfaktors von $K_v = 0,855$ an. Ist eine Definition eines Randschichtfaktors unter 1 softwaretechnisch, wie zum Beispiel bei FKMinsideAN-SYS, nicht möglich, so sollte eine zusätzliche Sicherheit von mindestens 1,17 für eine betriebssichere Auslegung angewendet werden. In der Baureihenentwicklung wird der schädigende Einfluss mit einem Beiwert $j_s = 1,2$ angenommen. Mit Hilfe dieser Sicherheiten können bei Annahme der Skalierbarkeit numerisch Profilformen unterschiedlicher Größen entwickelt werden.

8 Baureihenentwicklung

Mit Hilfe experimenteller und numerischer Untersuchungen auf Basis einer Rohrgröße konnte ein valides Berechnungsmodell erstellt werden. In diesem Kapitel wird untersucht, inwieweit das Potential unterschiedlicher Rohrgrößen zur Torsionsmomentübertragung nutzbar ist und wie sich die Profilform abhängig der Rohrgrößen ändert. Hierfür wird in diesem Kapitel ein systematischer Auslegungsansatz vorgestellt.

8.1 Methodisches Vorgehen zur Profilgestaltung

Um Wellenprofile rechnerisch unter Berücksichtigung mehrerer Ein- und Ausgangsgrößen auf ihre Betriebsfestigkeit auslegen zu können, sind für das vorgestellte Verfahren ein CAD-Programm, ein FEM-Programm sowie ein Berechnungstool zur Durchführung der FKM-Berechnung notwendig. Nach Möglichkeit sollten die Programme über bidirektionale Schnittstellen verbunden sein, um automatisiert Parameterstudien durchführen zu können. Für diese Auslegung wird das CAD-Programm *CREO 3.0 M040* und das FEM-Programm *ANSYS WORKBENCH R18.2* verwendet. Die FKM-Nachweise erfolgen mit der dazugehörigen Erweiterung *FKMinsideANSYS*. Es wird ein mehrstufiges Berechnungskonzept entwickelt, welches sich durch mehrere Iterationsschleifen auszeichnet.

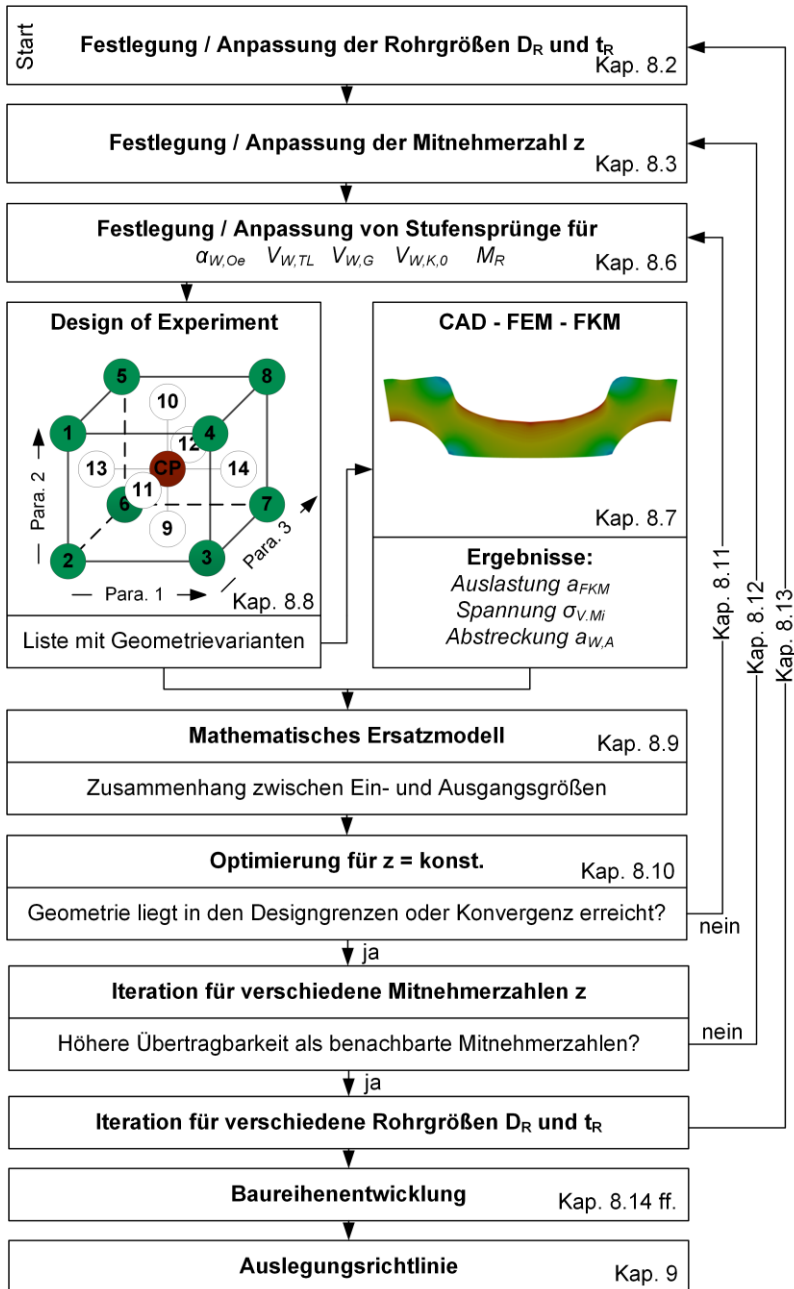


Abb. 69: Schematischer Berechnungsablauf zur Profilloptimierung.

Iterationsschleife 1: Bei festgesetzter Rohrgröße (D_R , t_R) und Mitnehmerzahl z werden relevante Eingangsgrößen ($\alpha_{W,Oe}$, $V_{W,TL}$, $V_{W,G}$, $V_{W,K,0}$ und M_R , s. Kap. 8.6) auf Basis der statistischen Versuchsplanung (im Engl. Design of Experiments, DoE) verändert. Jede Designvariante bzw. jeder Designpunkt entspricht einer neuen Geometrieform mit individueller Abstreckung $a_{W,A}$. Das entsprechende CAD-Modell wird an das FEM-Programm übergeben, vernetzt, berechnet und ein FKM-Nachweis zur Bestimmung der Auslastung a_{FKM} durchgeführt. Diese Schritte werden für alle Designvarianten aus der Vorgabe der statistischen Versuchsplanung wiederholt. Aus den Ein- und Ausgangsgrößen wird ein mathematisches Ersatzmodell erzeugt, welches deren Zusammenhang beschreibt. Damit kann ein Optimum der variablen Eingangsgrößen hinsichtlich der Übertragbarkeit mit vorgegebener Mitnehmerzahl z und Ausgangsrohrgröße (D_R , t_R = konstant) gefunden werden.

Iterationsschleife 2: Die optimierten Eingangsgrößen gelten nur individuell für eine bestimmte Mitnehmerzahl z . Eine kombinierte Untersuchung der Mitnehmerzahl z innerhalb der vorherigen Iterationsschleife ist aufgrund des großen Einflusses der Mitnehmerzahl z auf die Eingangsgrößen in dieser Untersuchung nicht sinnvoll. Die Optimierung der Eingangsgrößen muss daher separat für unterschiedliche Mitnehmerzahlen z durchgeführt werden.

Iterationsschleife 3: Damit die Profile je nach Ausgangsgröße des Rohres für unterschiedliche Torsionsmomentbereiche ausgelegt werden können, sind weitere Iterationsrechnungen mit unterschiedlichen Außendurchmessern D_R sowie Wanddicken t_R des Rohres notwendig.

Der Berechnungsablauf benötigt, trotz einer hohen Automatisierung, immer wieder manuelle Eingriffe, z. B. bei der Festlegung neuer Versuchspläne, siehe Kap. 8.8. Eine Berechnung einer Baureihe kann bei komplexen Modellen daher sehr zeitaufwändig sein. Durch die Vielzahl an notwendigen Simulationen sind einige Annahmen zu treffen, um die Berechenbarkeit sicherzustellen und den Rechenaufwand zu reduzieren.

- Ausschließliche Torsionsmomentbelastung ($R = -1$)
- Keine Berücksichtigung von Teilungsabweichungen
- Gleichmäßiges Trageverhalten über die Flanken
- Langzeitfeste Auslegung
- Berechnung eines in axialer Richtung konstanten Profilquerschnittes
- Die Ein- und Auslaufbereiche werden nicht berücksichtigt
- Der Einfluss der Nabe wird nicht berücksichtigt
- Die Umformparameter sind über die Baureihe konstant
- Lineares Materialverhalten

Die in dieser Arbeit untersuchten Profile sind auf die Übertragbarkeit von Torsionsmomenten optimiert. Optimierungen nach den Gesichtspunkten der Umformbarkeit und (Quer-)Steifigkeit erfordern weitere, vertiefte experimentelle und numerische Untersuchungen und sind nicht Teil dieser Arbeit. Das vorgestellte Verfahren kann grundsätzlich mit einem beliebig erweiterbaren Berechnungsmodell durchgeführt werden. Umfangreichere Modelle, insbesondere mit Kontakten oder nichtlinearen Materialkennlinien, führen in der Regel zu deutlich längeren Rechenzeiten pro berechnetem Designpunkt. Für diese Auslegung wurden etwa 10.000 Varianten mit je ca. 8 Minuten Rechenzeit berechnet. Mit zunehmender Erfahrung hinsichtlich der untersuchten Profilform können vorab Optima und Systemgrenzen deutlich früher geschätzt werden und somit weniger Berechnungen nötig sein.

8.2 Untersuchungsbereich für die Rohrgrößen D_R und t_R

Theoretisch ist eine numerische Auslegung aller denkbaren Rohrgrößen und Torsionsmomentbereiche möglich. Für einen Praxisbezug werden Rohrgrößen nach den folgenden Kriterien ausgewählt.

Herstellbare Rohrgrößen: Die umformbaren Rohrgrößen ergeben sich durch die Kapazität der jeweiligen Umformmaschine in Abstimmung mit der Firma GROB. Für diese Baureihenentwicklung wurde ein maximaler Ausgangrohrdurchmesser von $D_R = 150$ mm angenommen. Bei diesem Durchmesser D_R und einer maximalen Wanddicke $t_R = 4$ mm wird ein sehr steifes Profil erwartet. Für die minimale Wanddicke bei diesem Durchmesser werden 2 mm angenommen. Als kleinster Ausgangrohrdurchmesser wird der Rohrdurchmesser $D_R = 40$ mm vorgesehen. Die zulässige Wanddickenvariation für die kleinen Baugrößen liegt zwischen 1,5 mm und 2 mm.

Verfügbare Rohrgrößen: Bei der Auswahl des Ausgangsrohres ist auf die Verfügbarkeit der Rohrabmessung beim jeweiligen Rohrhersteller zu achten. Die Norm für Präzisionsstahlrohre (86) gibt keine festen Rohrgrößen vor, liefert aber durch eine Tabelle für Maße und Grenzabmaße erste Hinweise auf verfügbare Rohrgrößen. Hinzuzufügen ist, dass auch Rohre in Zollmaßen erhältlich sind. Eigene Anforderungen an die Rohre sind bei Abnahme ausreichender Rohrlängen und unter Berücksichtigung längerer Lieferzeiten möglich. Der Mehraufwand durch eine auf die individuelle Anforderung angepasste Rohrgröße ist dem Nutzen betriebswirtschaftlich gegenüberzustellen.

Gefordertes übertragbares Torsionsmoment: Die bestimmende Größe für die Wahl des Ausgangsrohres ist neben dem verfügbaren Bauraum das zu übertragene Torsionsmoment. Die Rohrgröße und eine damit verbundene Geometrieform bestimmen das übertragbare Torsionsmoment. Das Torsionsmoment hat wiederum über die abhängige Flankengröße einen Einfluss auf die Profilform, vgl. Gl. (8.21) und Gl. (8.25). Diese Abhängigkeit kann vorab nicht aufgelöst werden. Der mathematische Zusammenhang zwischen Geometriegrößen und Torsionsmoment wird erst mit der Baureihenentwicklung und mit Hilfe der Auslegungsrichtlinie in Kap. 9 sichtbar.

Festlegung der zu untersuchenden Baugrößen: Durch die Vorgabe der herstellbaren Rohraußendurchmesser und Wanddicken sind die Eckpunkte des Größenbereiches festgelegt. Es werden für den Außendurchmesser D_R und die Wanddicke t_R jeweils drei Größenabstufungen untersucht. Die Zwischenwerte der untersuchten Baugrößen ergeben sich aus der jeweiligen mittleren Lage der Eckpunkte. Sind die Wanddicken nach der Norm DIN EN 10305 (86) nicht definiert, so werden die Werte auf das nächstgelegene Maß aufgerundet. Es kann damit ein untersuchter Größenbereich nach Abb. 70 mit den zu optimierenden Rohrgrößen nach Tab. 29 abgesteckt werden. Für eine genauere Bestimmung von Zusammenhängen werden in Kap. 8.14 zusätzliche Baugrößen untersucht. Diese sowie das Referenzprofil sind zusätzlich in Abb. 70 eingetragen.

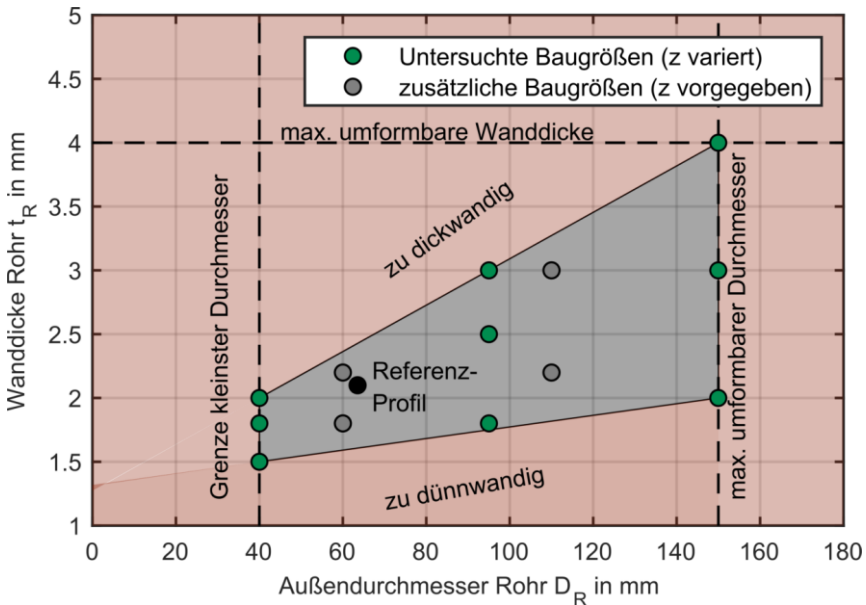


Abb. 70: Grenzen und Festlegung der zu optimierenden Baugrößen.

Tab. 29: Untersuchte Ausgangsrohrgrößen für die Baureihenentwicklung.

40 mm x 2,00 mm	95 mm x 3,00 mm	150 mm x 4,00 mm
40 mm x 1,80 mm	95 mm x 2,50 mm	150 mm x 3,00 mm
40 mm x 1,50 mm	95 mm x 1,80 mm	150 mm x 2,00 mm

Die Optimierung wird mit der mittleren Rohrgröße 95 mm x 2,50 mm begonnen.

8.3 Festlegung der Mitnehmerzahl z

Für das Startdesign wurden der Außendurchmesser $D_R = 95$ mm und die Wanddicke $t_R = 2,5$ mm gewählt. Im nächsten Schritt muss eine Mitnehmerzahl definiert werden. Durch die Betrachtung der Mitnehmerzahl in Kap. 4.2.3 wird ersichtlich, dass für die Ermittlung der passenden Mitnehmerzahlen zunächst Optimierungsrechnungen durchgeführt werden müssen. Für jede Mitnehmerzahl existiert eine individuelle optimale Geometrieform, deren jeweilige Geometriegrößen sehr stark von der Mitnehmerzahl z abhängig sind. Daher muss individuell für jede Mitnehmerzahl eine iterative Auslegung der Geometrie erfolgen. Es wird basierend auf den Empfehlungen von Schäfer (50) zur Festlegung optimaler Zähnezahlen z für Zahnwellen mit einer Mitnehmerzahl $z = 32$ für das Startdesign der Baugröße 95x2,5 begonnen. Die Mitnehmerzahl wird schrittweise mit jeder Iterationsschleife abgesenkt, s. Kap. 8.12.

8.4 Definition der Tiefe der Kopfabrundung $t_{W,R,K,1}$

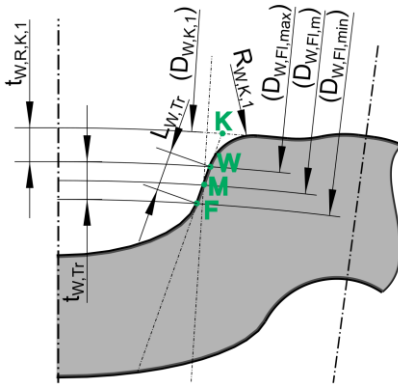


Abb. 71: Bemaßungen der Flanken.

Die als Baureihe entwickelte Profilform basiert auf der in Kap. 4 entwickelten Referenzprofilform. Zur vereinfachten Entwicklung wird eine Veränderung einer Bemaßungsdefinition vorgenommen. Der Schnittpunkt K zwischen dem Außendurchmesser ohne Zentrierung $D_{W,K,1}$ und der Tangente an der Flanke ist mit dem Übergangsradius $R_{W,K,1}$ abgerundet. Für diesen Radius des Kopfes gibt GROB aus

umformtechnischen Gründen eine Empfehlung von $R_{W,K,1} \geq 0,60$ mm an. Aus dieser Radiusangabe kann nicht einfach auf den Durchmesser $D_{W,FI,max}$ geschlossen werden, bei dem der Übergangsradius in die Flanke übergeht, siehe Punkt W. Durch die neue Definition einer Tiefe der Kopfabrundung $t_{W,R,K,1}$ lässt sich der Übergangsradius indirekt beschreiben. Zusätzlich ermöglicht dies die genauere Bestimmung weiterer Geometriegrößen. Die Tiefe $t_{W,R,K,1}$ beschreibt dabei

den radialen Abstand zwischen dem Außendurchmesser des Kopfes ohne Zentrierung $D_{W,K,1}$ und dem maximalen Flankendurchmesser $D_{W,Fl,max}$.

$$D_{W,Fl,max} = D_{W,K,1} - 2 \cdot t_{W,R,K,1} \quad (8.1)$$

Die entsprechende Tiefe der Kopfausrundung $t_{W,R,K,1}$ ergibt sich im Fall der Referenzgeometrie aus dem CAD-Modell. Der Übergangsradius $R_{W,K,1} = 0,60$ mm entspricht im Referenzprofil einer Tiefe $t_{W,R,K,1} = 0,445$ mm. Es wird vereinfachend angenommen, dass bei Berücksichtigung dieser Tiefe variantenunabhängig ein ausreichend großer Übergangsradius gewährleistet werden kann.

$$t_{W,R,K,1} = 0,445 \text{ mm} \quad (8.2)$$

Mit dieser Annahme lassen sich weitere Größen bestimmen. Die Flanke mit Länge $L_{W,Tr}$ schneidet die unterhalb der Hauptachse liegende Ellipsensehne tangential im Punkt F. Der Durchmesser, der diesen Punkt F schneidet, wird als minimaler Flankendurchmesser $D_{W,Fl,min}$ bezeichnet. Die Flankenlänge $L_{W,Tr}$ und die entsprechend in radialer Richtung projizierte Flankentiefe $t_{W,Tr}$ lässt sich in Kap. 8.6 nach Gl. (8.25) rechnerisch abschätzen. Es ergibt sich rechnerisch ein minimaler Flankendurchmesser.

$$D_{W,Fl,min} = D_{W,K,1} - 2 \cdot t_{W,R,K,1} - 2 \cdot t_{W,Tr} \quad (8.3)$$

Als Krafteinleitungspunkt M wird die Mitte der Flanke angenommen. Der mittlere Flankendurchmesser $D_{W,Fl,m}$ ergibt sich.

$$D_{W,Fl,m} = D_{W,K,1} - 2 \cdot t_{W,R,K,1} - t_{W,Tr} \quad (8.4)$$

8.5 Einfluss des Winkels der Innenkontur $\alpha_{w,z}$

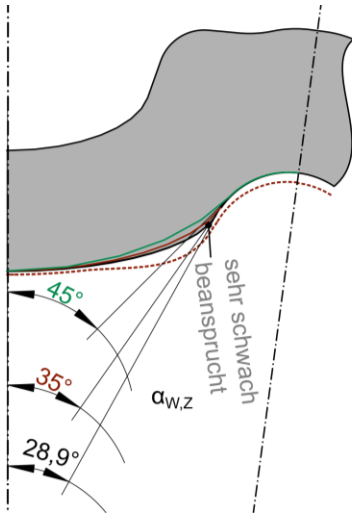


Abb. 72: Bemaßung des Winkels der Innenkontur $\alpha_{w,z}$.

Der Winkel der Innenkontur $\alpha_{w,z}$ beschreibt den Übergang zwischen der inneren Ausrundung des Kopfes und der Ellipse der Innenkontur. In Abb. 72 ist eine Winkelvariation von 25° bis 45° dargestellt. Mit spitzen Winkeln lassen sich sehr scharfkantige Übergänge zwischen Ellipse und der inneren Kopfausrundung bilden. Mit dem größten zulässigen Winkel $\alpha_{w,z} = 45^\circ$ ergibt sich ein sehr weicher Übergang und es stellt sich die flächenmäßig kleinste Querschnittsfläche ein. Mit dem Absenken des Winkels kleiner 45° lassen

sich nach FEM-Untersuchungen nur Bauteilspannungen in geringen Größenordnungen bis etwa 2 % absenken, vgl. Anhang A13. Hinsichtlich der Bauteilspannungen ist dieser Teil bzgl. anderer Bereiche kaum beansprucht, vgl. Abb. 62 (radialer Schnitt, lokale Minima). Für eine Tragfähigkeitssteigerung kann daher die freiwerdende Fläche bei $\alpha_{w,z} = 45^\circ$ bevorzugt an anderen höherbelasteten Abschnitten verwendet werden.

Eine Variation des Winkels der Innenkontur wird daher im Rahmen der Baureihenentwicklung nicht explizit untersucht, sondern auf die Größe $\alpha_{w,z} = 45^\circ$ festgelegt.

In der Praxis weist das Ausgangsrohr toleranzbedingt nicht immer die gleiche Querschnittsfläche auf. Der Dorn wird in diesem schwach beanspruchten Bereich etwas kleiner gefertigt, sodass überschüssiges Material in diesen Bereich geformt werden kann. Zusätzliches Material führt hier zu einer kleinen, positiven Verringerung der Bauteilspannungen.

8.6 Einführung der Bezugsgrößen $V_{W,TL}$, $V_{W,G}$, $V_{W,K,0}$, M_R , $\alpha_{W,Oe}$

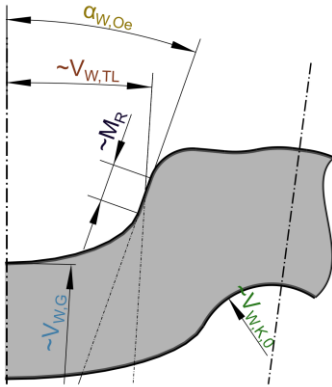


Abb. 73: Übersicht der Bezugsgrößen für die Baureihenentwicklung.

Für die Untersuchung verschiedener Profilgrößen und Mitnehmerzahlen ist die Angabe der direkten Maße nicht immer vorteilhaft. Aus diesem Grund werden in diesem Kapitel die zu optimierenden Größen weiter untersucht sowie Bezüge und Verhältnisse eingeführt, vgl. Abb. 73. Bei der Baureihenentwicklung ergeben sich über die Optimierung der Bezugsgrößen die entsprechenden direkten Maße.

Durch die bereits erfolgte direkte Festlegung aller Geometriemaße im Referenzmodell müssen die entsprechenden Verhältnisse aus diesen ermittelt werden, um sie für die Baureihenentwicklung als Vergleichsgröße herangezogen werden können. Diese Vergleichsgrößen sind in Anhang A11 zu finden.

Verhältnis der Teilung zwischen Kopf/Fuß $V_{W,TL}$: Mit dem Teilungswinkel $\alpha_{W,TL}$

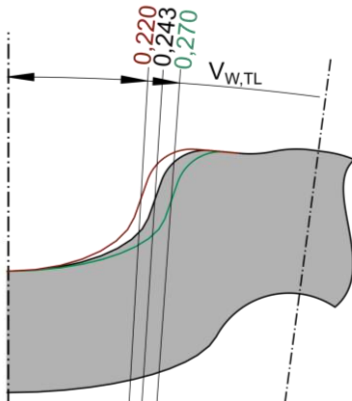


Abb. 74: Einfluss des Verhältnisses der Teilung zwischen Kopf/Fuß $V_{W,TL}$.

lässt sich die Aufteilung des durch die Mitnehmerzahl bestimmten Kreisbogens bzgl. der Anteile von Kopf- und Fußbereich ändern. Soll eine gleichmäßige, von der Änderung der Mitnehmerzahl unabhängige, Aufteilung zwischen Kopf- und Fußbereich erfolgen, so muss der Teilungswinkel Kopf/Fuß $\alpha_{W,TL}$ in Bezug zum Mitnehmerwinkel $\alpha_{W,Mi}$ bzw. der Mitnehmerzahl z gesetzt werden. Dies erfolgt durch die Definition des Verhältnis Kopf/Fuß $V_{W,TL}$.

$$\alpha_{W,TL} = V_{W,TL} \cdot \alpha_{W,Mi} = V_{W,TL} \cdot \frac{360^\circ}{z} \quad (8.5)$$

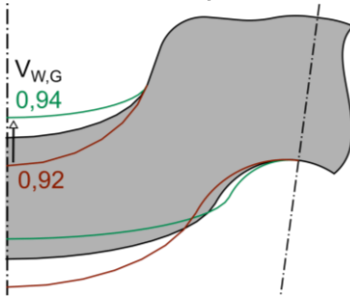
Verhältnis des Fußgrundes $V_{W,G}$:

Abb. 75: Einfluss des Verhältnisses des Fußgrundes $V_{W,G}$.

Der vertikale Scheitelpunkt der Ellipse ist durch den Durchmesser des Fußgrundes $D_{W,F,1}$ definiert. Mit diesem Durchmesser lässt sich der Mitnehmer bzgl. seiner Tiefe einstellen. Tiefe Zahnücken führen zu hohen Kerbwirkungen. Allerdings muss der Durchmesser $D_{W,F,1}$ so klein gewählt werden, dass die Ellipse ausreichend rund und kerbarm gestaltet werden kann. Hier muss ein Optimum gefunden werden. Um geometrisch

ähnliche Profilformen bei unterschiedlicher Rohrgröße zu erhalten, muss bei steigender Rohrgröße der Durchmesser des Fußgrundes steigen. Es wird daher das Verhältnis des Fußgrundes $V_{W,G}$ zum Bezugsdurchmesser D_R definiert:

$$D_{W,F,1} = V_{W,G} \cdot D_R \quad (8.6)$$

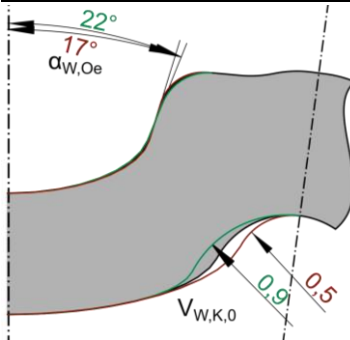
Verhältnis für den Innenradius des Kopfes $V_{W,K,0}$:

Abb. 76: Einfluss der Verhältnisse $V_{W,K,0}$ und $\alpha_{W,Oe}$.

Der Innenradius des Kopfes $R_{W,K,0}$ definiert die Größe der inneren Ausrundung des Kopfes. Bei zu kleinen Radien sind zu scharfe Kerben für den bereits hoch belasteten Bereich zu erwarten, vgl. Abb. 65. Große Radien können zu geringen Wanddicken und damit zu einer Spannungserhöhung in der Außenkontur führen. Die Innenkontur des Profils ist durch die Durchmesser des Kopfes $D_{W,K,0}$ und des Fußes $D_{W,F,0}$ bezüglich der radialen Abmessungen

vorgegeben. Es wird angenommen, dass bei größeren Differenzen der Durchmesser auch ein größerer Innenradius des Kopfes $R_{W,K,0}$ verwendet werden kann. Dieser Radius ergibt sich aus dem Produkt zwischen dem Verhältnis Innenradius des Kopfes $V_{W,K,0}$ und der halben Differenz des Durchmessers von Kopf $D_{W,K,0}$ und Fuß $D_{W,F,0}$.

$$R_{W,K,0} = V_{W,K,0} \cdot \frac{D_{W,K,0} - D_{W,F,0}}{2} \quad (8.7)$$

Bezugsgröße Öffnungswinkel $\alpha_{W,Oe}$: Der Öffnungswinkel $\alpha_{W,Oe}$, siehe Abb. 76, ist ebenfalls eine in den Grenzen der Bildbarkeit beliebig einstellbare Größe. Er wird auf keine andere Größe bezogen.

Flankenlänge $L_{W,Tr}$ in Abhängigkeit des Torsionsmoments M_R : Das Torsionsmoment wird zwischen Welle und Nabe über die sich berührenden Flanken übertragen. In der hier entwickelten Verbindung berühren sich zwei ebene Flankenflächen. Es wird vereinfachend davon ausgegangen, dass die Flanken der Nabe und der Welle sich parallel berühren. Durch den Steifigkeitssprung aufgrund der Geometrieverformung von Welle und Nabe sowie durch ein Kippen der beiden Flanken aufgrund des Radialspiels kann es zu einer erhöhten Flächenpressung am Nabeneingriff kommen. Die Höhe der maximalen ertragbaren Flächenpressung ist u. a. von der Materialpaarung, von der Geometriegestaltung der Welle und Nabe sowie der axialen Überdeckungslänge $L_{W,\ddot{U}}$ abhängig. Die axiale Überdeckungslänge $L_{W,\ddot{U}}$ bezieht sich mit dem Überdeckungsverhältnis $V_{W,B}$ auf den Bezugsdurchmesser D_R der Verbindung.

$$L_{W,\ddot{U}} = V_{W,B} \cdot D_R \quad (8.8)$$

Für die entwickelten dünnwandigen Profilwellen wurde ein sehr hohes Überdeckungsverhältnis von $V_{W,B} = 1,6$ angenommen, um damit das radiale Kippspiel für den Einsatz als Verschiebesitz in einer Gelenkwelle deutlich zu reduzieren.

$$V_{W,B} = 1,6 \quad (8.9)$$

Die in dieser Arbeit ausgelegten Verbindungen besitzen eine Rilsanbeschichtung in der Nabe, vgl. Kap. 4.7 und 5.2. RILSAN ist ein Handelsname für eine Polyamid-11-Beschichtung, wie sie oftmals bei Zahnwellen eingesetzt wird. Im FVA 505 I-Vorhaben (45) wurde der Einfluss von Stahl/Stahl- und Stahl/RILSAN-Kontakten in Abhängigkeit der Überdeckungslänge bei Zahnwellen untersucht. Resümierend kann gesagt werden, dass große Überdeckungslängen und eine Rilsanschicht die Erhöhung der Flächenpressung deutlich verringern.

Durch die weiche Rilsanschicht kommt es zusätzlich zu einer gleichmäßigen Flächenpressung über der Mitnehmerflanke. Lau (45) zeigt in umfangreichen dynamischen Bauteilversuchen, dass mit zunehmender Flächenpressung eine Steigerung der Knickspielzunahme zu erwarten ist.

Um dies zu vermeiden, wurde für die Auslegung der Profilwellen neben einer Außendurchmesserzentrierung für die Rilsanbeschichtung eine reduzierte, mittlere, zulässige Flächenpressung $p_{W,F,zul}$ von 40 MPa angenommen. Deren Höhe ist auch bei DIN-5480-Verzahnungen üblich, vgl. Lau (45, S. 78).

$$p_{W,F,zul} = 40 \text{ MPa} \quad (8.10)$$

Die Flanke soll so ausgelegt werden, dass bei einem vorgegebenen Torsionsmoment die mittlere Flächenpressung nicht überschritten wird.

$$p_{W,F} < p_{W,F,zul} \quad (8.11)$$

Die Flächenpressung $p_{W,F}$ ergibt sich aus einer senkrecht zur Flankenfläche stehenden Kraft $F_{W,F,s}$, Abb. 77, dividiert durch die sich in Kontakt befindende Flankenfläche $A_{W,F}$. Diese Fläche setzt sich aus der Flankenlänge $L_{W,Tr}$ und der Überdeckungslänge $L_{W,Ü}$ zusammen.

$$p_{W,F} = \frac{F_{W,F,s}}{A_{W,F}} = \frac{F_{W,F,s}}{L_{W,Tr} \cdot L_{W,Ü}} = \frac{F_{W,F,s}}{L_{W,Tr} \cdot v_{W,B} \cdot D_R} \quad (8.12)$$

Es wird dabei angenommen, dass sich das Torsionsmoment M_R gleichmäßig auf alle Mitnehmer z aufteilt. Das zu übertragende Torsionsmoment M_R kann in eine Umfangskraft $F_{W,F,U}$ umgerechnet werden, welche in der Mitte der Flanke im Punkt M angreift. Der Durchmesser des Krafteinleitungspunktes wird mit $D_{W,Fl,m}$ bezeichnet, vgl. Gl. (8.4).

$$F_{W,F,U} = \frac{2 \cdot M_R}{D_{W,Fl,m} \cdot z} \quad (8.13)$$

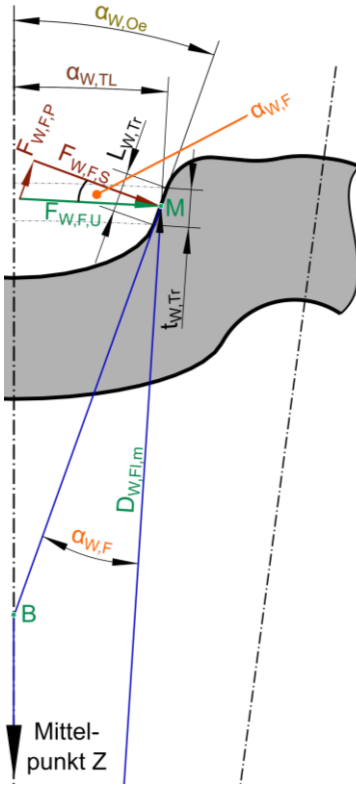


Abb. 77: Bestimmung der Flankenkraft $F_{W,F,S}$ aus $F_{W,F,U}$.

Es ist dabei zu beachten, dass die Umfangskraft $F_{W,F,U}$ und die auf der Flanke $L_{W,Tr}$ senkrecht stehende Kraft $F_{W,F,S}$ um den Krafteingriffswinkel $\alpha_{W,F}$ geneigt ist.

$$F_{W,F,S} = F_{W,F,U} \cdot \cos \alpha_{W,F} \quad (8.14)$$

Zur Bestimmung des Durchmessers des Krafteinleitungspunktes $D_{W,Fl,m}$ wird die Flankentiefe $t_{W,Tr}$ benötigt. Diese ist die in radialer Richtung projizierte Länge der Flanke $L_{W,Tr}$ und ergibt sich ebenfalls über den Winkel $\alpha_{W,F}$.

$$t_{W,Tr} \approx L_{W,Tr} \cdot \cos \alpha_{W,F} \quad (8.15)$$

Dieser Winkel ist auch im Dreieck BMZ zu finden und lässt sich aus dem Öffnungswinkel und dem Teilungswinkel mit Hilfe der Axiome der euklidischen Geometrie berechnen.

$$\alpha_{W,F} = \alpha_{W,Oe} - \alpha_{W,TL} \quad (8.16)$$

Werden die Gln. (8.12), (8.13), (8.14) und (8.15) ineinander eingesetzt, ergibt sich.

$$p_{W,F} = \frac{F_{W,F,U} \cdot \cos \alpha_{W,F}}{\frac{t_{W,Tr}}{\cos \alpha_{W,F}} \cdot V_{W,B} \cdot D_R} = \frac{2 \cdot M_R \cdot (\cos \alpha_{W,F})^2}{t_{W,Tr} \cdot V_{W,B} \cdot D_R \cdot D_{W,Fl,m} \cdot z} \quad (8.17)$$

Im Sinne spannungsoptimierter Profile sollte die Flanke möglichst klein sein, sodass der Fußgrund möglichst weit radial nach außen gelegt werden kann. Nachfolgend wird ein Berechnungsweg entwickelt, mit dessen Hilfe eine minimale Flankentiefe $t_{W,Tr}$ bestimmt werden kann, bei der die zulässige mittlere Flächenpressung von 40 MPa, vgl. Gl. (8.10), berücksichtigt wird.

Der Durchmesser des mittleren Krafteinleitungspunktes $D_{W,Fl,m}$ ist abhängig von der Flankenhöhe $t_{W,Tr}$. Anhand Abb. 71 ist zu erkennen, dass am äußeren Flan-

kenende der Radius der Kopfabrundung $R_{W,K,1}$ beginnt. Die Tiefe des Übergangsradius in radialer Richtung ist definiert durch die Länge $t_{W,R,K,1}$, vgl. Kap. 8.4. Es ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen dem Bezugsdurchmesser D_R und dem Durchmesser des Krafteingriffspunktes $D_{W,Fl,m}$, vgl. Gl. (4.11) und Gl. (8.4).

$$\begin{aligned} D_{W,Fl,m} &= D_{W,K,1} - 2 \cdot t_{W,R,K,1} - t_{W,Tr} \\ &= (D_R - 2 \cdot t_R - 2 \cdot s_{D0} + 2 \cdot f_{D0} + 2 \cdot t_{W,K} - 2 \cdot t_{W,Z}) - 2 \cdot t_{W,R,K} - t_{W,Tr} \end{aligned} \quad (8.18)$$

Es wird obige Gleichung mit Hilfe einer Konstanten x_F substituiert.

$$x_F := -2 \cdot (-t_R - s_{D0} + f_{D0} + t_{W,K} - t_{W,Z} - t_{W,R,K}) \quad (8.19)$$

$$D_{W,Fl,m} = D_R - x_F - t_{W,Tr} \quad (8.20)$$

Gl. (8.17) wird umgeformt und $p_{W,F}$ durch $p_{W,F,zul}$ ersetzt, um so nach der zulässigen Flächenpressung auslegen zu können.

$$\frac{2 \cdot M_R \cdot (\cos \alpha_{W,F})^2}{V_{W,B} \cdot D_R \cdot z \cdot p_{W,F,zul}} = t_{W,Tr} \cdot D_{W,Fl,m} \quad (8.21)$$

Es wird obige Gleichung mit Hilfe einer weiteren Konstante a_F substituiert.

$$a_F := \frac{2 \cdot M_R \cdot (\cos \alpha_{W,F})^2}{V_{W,B} \cdot D_R \cdot z \cdot p_{W,F,zul}} = t_{W,Tr} \cdot D_{W,Fl,m} \quad (8.22)$$

Der mittlere Flankendurchmesser $D_{W,Fl,m}$ ist in Gl. (8.20) angegeben und wird in (8.22) eingesetzt.

$$a_F = t_{W,Tr} \cdot (D_R - x_F - t_{W,Tr}) \quad (8.23)$$

Es ergibt sich folgendes Gleichungssystem, für welches zwei Lösungen existieren.

$$0 = t_{W,Tr}^2 + (x_F - D_R) \cdot t_{W,Tr} + a_F \quad (8.24)$$

Die technisch sinnvolle Lösung des Gleichungssystems ist.

$$t_{W,Tr} = \frac{D_R - x_F}{2} - \sqrt{\frac{(x_F - D_R)^2}{4} - a_F} \quad (8.25)$$

Mit kleiner werdender Flanke muss die Fertigungsgenauigkeit steigen, um die Ausrichtung der Wellen- und Nabenflanken gegeneinander sicherzustellen, vgl. Kap. 4.7. Aufgrund noch fehlender Fertigungserfahrungen dünnwandiger Profilwellen über verschiedene Baugrößen hinweg und der damit verbundenen Unsicherheiten sollte die Flanke aus fertigungstechnischer Sicht eine Mindestlänge aufweisen. Es wird unter Berücksichtigung fertigungsbedingter Gründen

eine Mindestlänge $L_{W,Tr} = 0,50$ mm angenommen. Es wird daher für die Baureihenentwicklung folgende Fallunterscheidung notwendig.

$$L_{W,Tr} = \max\left(\frac{t_{W,Tr}}{\cos \alpha_{W,F}}; 0,50 \text{ mm}\right) \quad (8.26)$$

Mit zunehmender Erfahrung bezüglich der Herstellbarkeit der Profilformen könnte über eine Verringerung der Flankenlänge nachgedacht werden. Das Profil könnte dadurch noch kerbarmer gestaltet werden. Potentiell geeignete Rohrgrößen mit Flankenlängen unter 0,5 mm können mittels Tab. 50 identifiziert werden.

8.7 Aufstellen der CAD-, FEM- und FKM-Modelle

Für eine methodische Entwicklung verschiedener Geometrien wurde mit Hilfe des CAD-Programmes *PTC CREO PARAMETRIC* zunächst ein vollparametrisiertes CAD-Modell aufgebaut. Die Berechnungsvorschriften der Wanddicken über die Abstreckungsfaktoren und die rechnerische Bestimmung der Flankenlänge $L_{W,Tr}$ sind in einem CAD-Modell hinterlegt. Über Beziehungen werden in Abhängigkeit der Eingangsgrößen alle benötigten Werte berechnet, den Bemaßungen zugeordnet und eine Geometrie erzeugt. Über eine bidirektionale Schnittstelle wird es dem FEM-Programm *ANSYS WORKBENCH* ermöglicht, Eingangsgrößen an CREO zu übergeben und eine neugebildete Geometrie zurückzuerhalten.

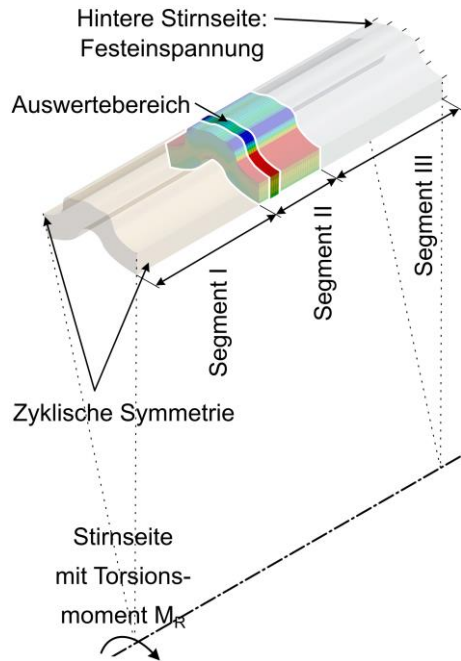


Abb. 78: FEM-Modell zur Baureihenentwicklung: Ausgewertet wird nur ein kleiner, von den Einspannungseffekten unabhängiger Bereich des zyklisch symmetrischen Modells.

Aus den experimentellen Untersuchungen nach Kap. 7.2 konnte für diesen Fall geschlussfolgert werden, dass eine Bauteiloptimierung allein durch eine tordierte Profilwelle unter Vernachlässigung des Ein- und Auslaufes und der Nabe möglich ist. Mit dieser Aussage ist eine Gestaltung eines Simulationsmodells nach Abb. 78 möglich. Die im CAD-Programm erzeugte Profilgeometrie wird in das FEM-Programm ANSYS übergeben und mit Hilfe des DESIGNMODELERS durch die ANSYS WORKBENCH in drei Segmente extrudiert. Segment I ist an der Stirnseite über einen Remotepunkt gekoppelt, über welchen das für einen Mitnehmer entsprechende Torsionsmoment eingeleitet wird. Das Modell ist über die hintere

Stirnseite des Segmentes III fest eingespannt. Der Auswertungsbereich ist ein 1 mm langer Abschnitt im Segment II. Analog zu der in Kap. 7.3.2 beschriebenen FEM-Berechnung kann die dynamische Auslastung mittels FKM-Nachweis bestimmt werden. Die Baureihenentwicklung wird mit dem Ausgangsrohr mit den Maßen 95 mm x 2,5 mm begonnen. Für die zu optimierenden Größen werden die Startwerte der Iteration 0 (It.0) nach Tab. 30 verwendet.

Tab. 30: Startwert/Center Point für das Design 95x2,5x32-It.0.

Bezugsgröße	$\alpha_{W,Oe}$ in °	$V_{W,TL}$	$V_{W,G}$	$V_{W,K,0}$	M_R in Nm
Startwert	20	0,25	0,955	1,00	2600

Sie orientieren sich in ihrer Größenordnung an den Werten des Referenzprofils, vgl. Tab. 66. Durch den größeren Umfang im Vergleich zu dem Referenzprofil, der durch den größeren Rohrdurchmesser D_R entsteht, wird eine gestiegene Mitnehmerzahl bis maximal $z = 32$ erwartet. Über den Zuwachs des polaren Widerstandsmoments durch den größeren Durchmesser D_R und die Wanddicke t_R kann gegenüber dem Referenzprofil auf ein höheres Torsionsmoment geschlossen werden. Die übrigen Werte, wie Abstreckungsfaktoren nach Tab. 12 oder Kennwerte für den FKM-Nachweis, werden aus dem Referenzprofil übernommen. Zur sicheren Auslegung der Profilgeometrien wird der Einfluss der Eigenspannungen ($K_V = 1$) softwarebedingt indirekt über einen Sicherheitsbeiwert $j_s = 1,2$, vgl. Kap. 7.5, berücksichtigt. Durch die Kopplung von CAD, FEM und FKM können durch eine Veränderung der Eingangsgrößen automatisiert verschiedene Geometrievarianten bzgl. ihrer dynamischen Auslastung unter Torsion überprüft werden.

8.8 Aufstellen eines statistischen Versuchsplans/DoE

Die statistische Versuchsplanung/Design of Experiments (DoE) ermöglicht es, aus einer begrenzten Anzahl an experimentellen Versuchen Zusammenhänge zwischen veränderten Versuchsparametern zu bestimmen (104). Eine experimentelle methodische Untersuchung verschiedener realer Geometrieformen wäre aufgrund der aufwändigen Fertigung sehr zeit- und kostenintensiv. Es konnte aber gezeigt werden, dass Langzeitfestigkeitsversuche mit Hilfe der FEM und FKM nachgebildet werden können. Eine FEM-Berechnung einer Geometrieform kann daher als ein numerischer Versuch gesehen werden. Die statistische Versuchsplanung wird dabei genutzt, um eine Festlegung der unterschiedlichen Varianten der Versuche bzw. der Geometrien zu treffen. Aus der methodischen Untersuchung der Varianten können Zusammenhänge zwischen den Eingangsgrößen abgeleitet und die Bestimmung einer optimierten Geometrie, vgl. Kap. 8.11, durchgeführt werden. Das Profil ist durch eine Vielzahl an Parametern definiert. Mit Hilfe der Voruntersuchungen konnten wesentliche Geometrie Größen, wie die Wanddicken des Profils über Abstreckungsfaktoren oder Größen der Zentrierung, vorab festgelegt werden und so die Anzahl der zu untersuchenden Parameter eingeschränkt werden. Die variablen und bisher nicht optimierten Größen wurden in Kap. 8.6 beschrieben. Sie sind mit Hilfe der Bezugsgrößen $V_{W,TL}$, $V_{W,G}$, $V_{W,K,0}$, M_R und $\alpha_{W,Oe}$ beschreibbar. Zur Bestimmung des Einflusses und der Abhängigkeiten der Bezugsgrößen untereinander werden diese schematisch variiert. Die Erstellung des Versuchsplans ergibt sich nach dem Vorgehen der statistischen Versuchsplanung.

Durch den Versuchsplan können mehrere Parameter pro Versuch nach einem Schema gleichzeitig verändert werden und die Zusammenhänge daraus berechnet werden. Dieses Vorgehen verringert die Versuchsanzahl und damit den Rechenaufwand deutlich gegenüber Versuchen, bei denen nur jeweils ein Parameter geändert wird.

Für diese Untersuchung wird ein „Central-Composite-Design“ nach Abb. 79 angewendet. Ausgehend vom Startdesign, dem „Center Point“, werden durch Variation eines Parameters „sternförmig“ neue Varianten erzeugt. Die Varianten an den Kanten des durch den „Stern“ begrenzten Würfels werden hinzugefügt,

um die Wechselwirkung bei Modifikation mehrerer Eingangsparameter untersuchen zu können.

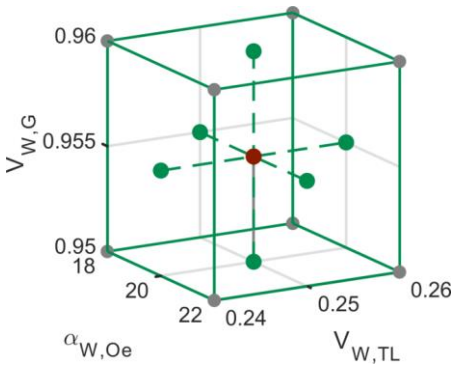


Abb. 79: Designentwurf: Face-Centered-Central-Composite-Design für drei Parameter.

Die Variation der Parameter erfolgt in Stufen. Zu jedem Parameter wird mindestens eine untere und obere Stufe gewählt, wobei in der Regel bei Versuchsplänen mit Zentralpunkt der Mittelwert ebenfalls als Stufe verwendet wird. Bei der ersten durchgeführten Variantenberechnung (Iteration 0) werden die Stufen geschätzt und danach in den folgenden Iterationen aus den Ergebnissen abgeleitet.

Tab. 31: Stufenfestlegung für das Design 95x2,5x32-Ilt.0.

Bezugsgröße	$\alpha_{W,Oe}$ in °	$V_{W,TL}$	$V_{W,G}$	$V_{W,K,0}$	M_R in Nm
Untere Stufe	18	0,24	0,950	0,90	2200
Mittlere Stufe/Startwert	20	0,25	0,955	1,00	2600
Obere Stufe	22	0,26	0,960	1,10	3000

Über die Wahl der Stufen lassen sich nach dem Central-Composite-Design schematisch die Varianten aufstellen. Um die Bildbarkeit aller Varianten bei dem Design 95x2,5x32 sicherzustellen, mussten die Startwerte geringfügig gegenüber dem Referenzprofil angepasst werden. Die Varianten und ihre Ergebnisse sind in Anhang A15 tabellarisch aufgeführt. Mit Hilfe dieser Werte lassen sich Diagramme wie Abb. 80 bestimmen, anhand derer die Haupteffekte sichtbar werden. In einem Haupteffektdiagramm werden alle Mittelwerte jeder Stufe und je Parameter dargestellt. Als Effekt wird der jeweilige Unterschied der Mittelwerte zweier benachbarter Stufen sichtbar. In Abb. 80 sind die Eingangsgrößen zu den Ausgangsgrößen in Bezug gesetzt. Je waagerechter die Linien sind, desto geringer ist der Einfluss der Eingangsgrößen auf die Ausgangsgrößen.

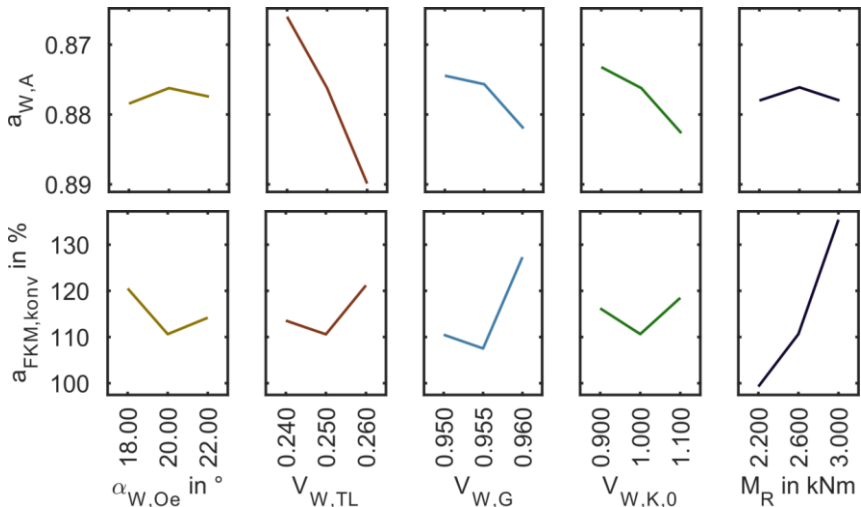


Abb. 80: Haupteffekte der Eingangsgrößen auf die Ergebnisgrößen ausgehend vom Startwert.

Auf Grundlage der Abb. 80 könnte rückgeschlossen werden, dass bereits ein Optimum zwischen den äußeren Stufen liegen könnte. Es sei hier angemerkt, dass das Minimum nicht zwangsläufig auf der mittleren Stufe liegen muss, sondern sich in den nicht untersuchten Zwischenräumen im Designraum befinden kann. Desweiteren könnte anhand der Diagramme der Fehlschluss gezogen werden, dass aufgrund der Auslastung von über 100 % eine beanspruchbare Geometrie nur bei 2200 Nm Torsionsmoment bildbar ist. Das in der Darstellung limitierte Diagramm gibt nur die Veränderung eines Parameters bei Konstanz der restlichen Parameter (Startwerte) an. Durch eine gleichzeitige Variation mehrerer Parameter sind deutlich gesteigerte Torsionsmomente möglich, vgl. Tab. 35. Daneben bestehen Wechselwirkungen zwischen den Eingangsgrößen untereinander. In Anhang A15 sind diese grafisch aufgetragen. Abb. 81 zeigt exemplarisch die Wechselwirkung des Verhältnisses Fußgrund $V_{W,G}$ in Abhängigkeit der anderen Eingangsgrößen in Bezug auf die Auslastung. Bei niedrigen und mittleren Verhältnissen des Fußgrundes ($V_{W,G} = 0,950$ bzw. $0,955$) gibt es bei Veränderung von $\alpha_{W,Oe}$, $V_{W,TL}$ und $V_{W,K,0}$ nahezu keine Veränderung der Auslastung. Dies kann so gedeutet werden, dass es bei einem niedrigen Fußgrundwert nicht relevant ist, wie diese Parameter eingestellt sind.

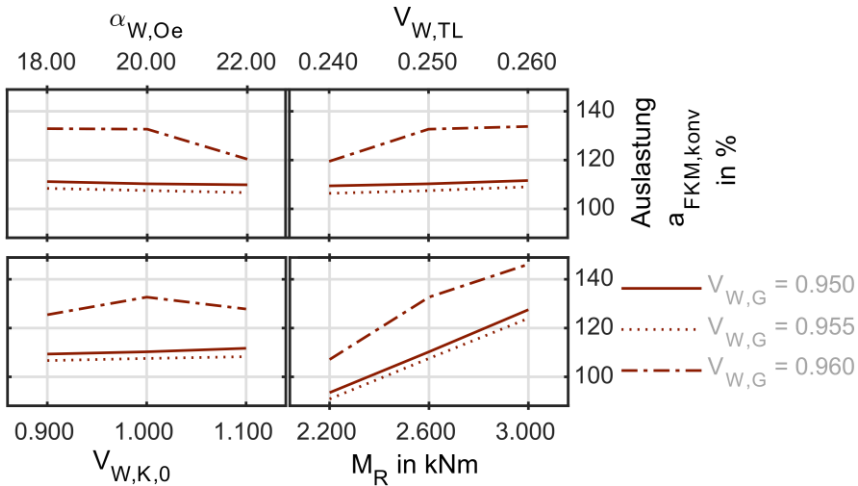


Abb. 81: Wechselwirkung zwischen $V_{W,G}$ und der Auslastung $a_{FKM,konv}$ unter Berücksichtigung der anderen Eingangsgrößen.

Erst bei $V_{W,G} = 0,960$ erhöht sich die Auslastung sehr deutlich. Daraus könnte gedeutet werden, dass bei höheren Fußgrundverhältnissen eine deutlichere Kerbwirkung und damit eine höhere Auslastung auftritt. Bei $V_{W,G} = 0,960$ zeigen sich Abhängigkeiten bzw. Wechselwirkungen mit den anderen Eingangsgrößen. Für eine niedrigere Auslastung wären größere Öffnungswinkel, ein kleines Teilungsverhältnis $V_{W,TL}$ und kein mittleres $V_{W,K,0}$ sinnvoll. Ein Grund dafür könnte sein, dass bei $V_{W,G} = 0,960$ die höchstbelastete Stelle nicht mehr in der inneren Kopfausrundung, sondern in der Mitnehmerfußausrundung in der äußeren Kontur liegt. Die Auslastung kann aufgrund ihres nahezu proportionalen Anstieges über das Torsionsmoment angepasst werden. Das primäre Ziel ist aber nicht das Torsionsmoment anzupassen, sondern die Geometrie über die Eingangsgrößen auf eine hohe Übertragbarkeit und unter Berücksichtigung der Abstreckung zu optimieren. Es ist anhand der Abb. 80 zu erkennen, dass das zu optimierende System stark von Wechselwirkungen der Eingangsgrößen abhängig ist. Es muss daher eine automatisierte Optimierungsmethode verwendet werden, welche die Haupteffekte und die Wechselwirkungen berücksichtigt. Dazu wird im nächsten Kapitel aus den berechneten Designpunkten ein mathematisches Ersatzmodell gebildet.

8.9 Mathematisches Ersatzmodell

Aus den Eingangs- und den Ergebnisgrößen der Simulation können mittels Regression Ersatzmodelle bestimmt werden, die als Näherung einen mathematischen Zusammenhang zwischen diesen Eingangs- und Ergebnisgrößen wiedergeben.

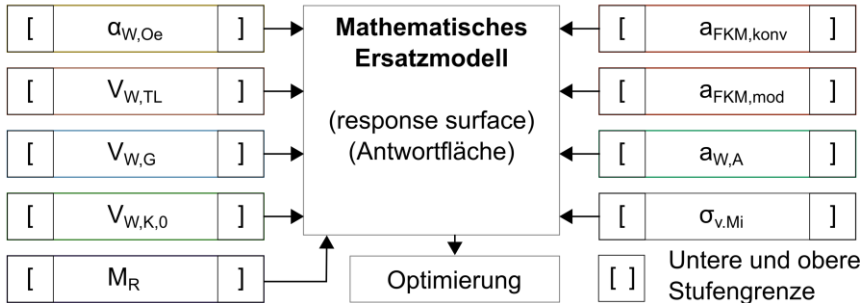


Abb. 82: Bildung des mathematische Ersatzmodells: Der gebildete Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgangsgrößen wird zur Optimierung verwendet.

Die mathematischen Ersatzmodelle, auch als Antwortflächen oder im Englischen als *response surface* bezeichnet, können linear, quadratisch oder mit höherer Ordnung aufgebaut werden. Das in diesem DoE eingesetzte Central-Composite-Design ermöglicht das Aufstellen von Modellen mit quadratischem Ansatz und berücksichtigt Zweifachwechselwirkungen. In der ANSYS WORKBENCH stehen hierfür verschiedene Ansatzfunktionen zur Verfügung, vgl. (105). Mit der Option „Generische Aggregation“ werden alle Ansatzfunktionen berechnet und der zum System am besten passende Gleichungstyp ausgewählt (106).

Es sei hier angemerkt, dass die Näherungsgleichungen mit der geringen Anzahl von 27 Stützpunkten gebildet werden. In den nicht untersuchten Zwischenräumen können Abweichungen auftreten. Durch das Berechnen zusätzlicher Verifikationspunkte kann die Abweichung zwischen dem simulierten Wert des Designpunktes und dem durch die Antwortfläche vorhergesagten Wert bestimmt werden. Es wurden dafür zusätzlich zehn Verifikationspunkte nach Tab. 32 berechnet.

Tab. 32: Zusätzliche Verifikationspunkte für 95x2,5x32-lt.0.

Eingangsgrößen					Ergebnisgrößen			
$\alpha_{W,Oe}$ in °	$V_{W,TL}$	$V_{W,G}$	$V_{W,K,0}$	M_R in Nm	$a_{FKM,konv}$ in %	$a_{FKM,mod}$ in %	$a_{W,A}$	$\sigma_{v,Mi}$ in MPa
18,00	0,259	0,9591	0,912	2231	111,55	100,38	0,873	243,90
21,87	0,258	0,9599	1,091	2254	113,45	99,98	0,868	241,89
21,93	0,259	0,9505	1,090	2909	124,46	125,50	0,869	291,52
21,60	0,241	0,9598	1,094	2902	138,30	126,20	0,886	305,20
21,82	0,243	0,9503	0,914	2950	122,59	122,88	0,902	284,29
21,90	0,260	0,9596	0,929	2903	143,42	127,85	0,871	309,08
18,44	0,259	0,9510	0,912	2953	125,22	125,98	0,879	295,75
18,40	0,260	0,9506	1,064	2218	95,93	96,63	0,868	225,11
18,09	0,242	0,9583	1,088	2226	105,67	97,45	0,887	236,00
18,10	0,242	0,9597	0,921	2903	142,41	127,75	0,889	309,24

In Abb. 83 sind die Ergebnisgrößen des DoEs und die Verifikationspunkte normiert dargestellt. Auf der Abszisse sind die mittels FEM bestimmten Ergebnisse der Designpunkte dargestellt. Auf der Ordinate sind die Ergebnisse eingezeichnet, welche sich durch die Eingabe der gleichen Eingangsgrößen durch das mathematische Ersatzmodell ergeben würden. Im Falle eines idealen Ersatzmodells liegen sowohl die Stützpunkte des Ersatzmodells als auch die Verifikationspunkte auf einer Geraden mit Steigung 1. Dies trifft für die Bestimmung der Abstreckung der Fläche und die Bestimmung der Bauteilspannung sehr gut zu. Bei der Bestimmung der konventionellen Auslastung sind insbesondere bei den Verifikationspunkten deutliche Abweichungen zwischen den FEM-Berechnungen und dem mathematischen Ersatzmodell festzustellen, siehe rote Kreuze in Abb. 83. Das Ersatzmodell kann hier die auf konventionelle Art bestimmte Auslastung zwischen den Punkten des DoEs nur ungenau bestimmen. Ein Grund für die Abweichung der Verifikationspunkte auf Grund der konventionellen Auslastungsermittlung liegt in der Bestimmung des bezogenen Spannungsgefälles mittels FKM-Nachweis. Durch die geometrische Profilmodifikation wird jeweils ein neues Netz erzeugt. Zur Bestimmung des Spannungsgefälles werden die Spannungen in der Oberfläche und im darunterliegenden Element bestimmt.

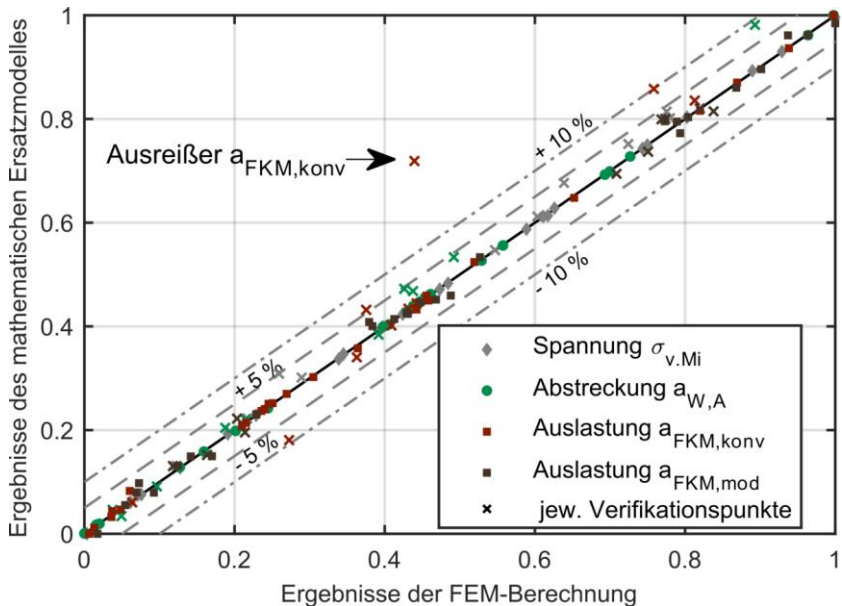


Abb. 83: Anpassungsgüte zwischen FEM-Berechnung und Ersatzmodell.

Eine geringfügige Änderung der Geometrie kann hier unter Umständen zu größeren Veränderungen der Positionen der Netzkanten führen. Insbesondere im Falle scharfer Übergänge zwischen der Fußausrundung und der Flanke (flache Ellipse) kann das Spannungsgefälle nicht nur über die Tiefe eines Elementes bestimmt werden. Dieser Effekt tritt hauptsächlich bei Geometrieformen auf, die durch ihre Kerbschärfe in der weiteren Auslegung eine nicht optimale Lösung darstellen und damit in weiteren Iterationsschritten als schlechtes Design verworfen werden. Die Unterschätzung scharfer Kerben kann für die ersten Iterationsschritte in Kauf genommen werden. Es wird daher zu Gunsten eines stabileren Modells ein Spannungsgefälle mit leicht modifizierten Einstellungen nach Tab. 33 ermittelt.

Tab. 33: Einstellung des Festigkeitsnachweises.

Einstellung in FKMinsideANSYS	konventionell	modifiziert
Elementschichten um Nachweisepunkt	1	3
Maximale Tiefe der Referenzpunkte	auto	0,5
Anzahl der Einteilung der Tiefe	1	3

Die im Anhang A16 unter Tab. 72 aufgeführten Verifikationspunkte der modifizierten FKM-Auswertung $a_{FKM,mod}$ weisen eine deutlich geringer Streuung als die konventionell ermittelte Auslastung $a_{FKM,konv}$ auf. Tab. 34 zeigt über die Determinationskoeffizienten, dass das getroffene Ersatzmodell die Stützpunkte sehr gut trifft. Durch das modifizierte Verfahren der Auslastungsbestimmung konnte sowohl der relative mittlere als auch der maximale absolute Fehler sehr deutlich verkleinert werden.

Tab. 34: Anpassungsgüte ohne Verfeinerungspunkte für 95x2,5x32-Ilt.0.

	$a_{FKM,konv}$	$a_{FKM,mod}$	$a_{W,A}$	$\sigma_{v,Mi}$
Determinationskoeffizient				
Stützpunkte	100 %	100 %	100 %	100 %
Kreuzvalidierung der Stützpunkte	97 %	99 %	100 %	100 %
Mittleres Fehlerquadrat				
Stützpunkte	0,44	0,65	0,00	0,24
Verifikationspunkte	7,56	0,83	0,04	3,42
Kreuzvalidierung der Stützpunkte	3,94	0,99	0,01	1,43
Relativer maximaler absoluter Fehler				
Stützpunkte	7,8 %	9,0 %	1,1 %	1,5 %
Verifikationspunkte	104,2 %	9,7 %	33,5 %	18,3 %
Kreuzvalidierung der Stützpunkte	79,5 %	13,5 %	8,1 %	9,2 %
Relativer mittlerer absoluter Fehler				
Stützpunkte	1,4 %	3,6 %	0,5 %	0,5 %
Verifikationspunkte	21,9 %	5,3 %	10,1 %	7,8 %
Kreuzvalidierung der Stützpunkte	10,5 %	5,4 %	1,5 %	3,2 %

Beschreibt die Antwortfläche das System zu ungenau, so können weitere Verfeinerungspunkte berechnet werden, die dann zur Bestimmung einer verbesserten Antwortfläche verwendet werden können, vgl. Anhang A16.

8.10 Optimierung des Geometrieprofils

Das gebildete mathematische Ersatzmodell wird genutzt, um verschiedene Kombinationen der Eingangsgrößen zu berechnen und ein optimales Design zu finden. Dafür stehen verschiedene Optimierungsalgorithmen zur Auswahl, welche sich bezüglich der Anzahl der Optimierungsziele, der Unterstützung von diskreten Werten oder herstellbarer Werte sowie des Berechnens von globalen oder lokalen Extremwerten unterscheiden (107). In diesem Beispiel wird die NLPQL-Methode (Nonlinear Programming by Quadratic Lagrangian) angewendet (108) (109). Diese Methode ermittelt ausgehend vom Startpunkt die passenden Eingangsgrößen für die Optimierung folgender Zielgrößen unter Berücksichtigung von Nebenbedingungen:

- Zielgröße: Maximieren des übertragbaren Torsionsmoments M_R
- Nebenbedingung: Dynamische Auslastung $a_{FKM,mod} \leq 100 \%$
- Nebenbedingung: Abstreckung $a_{W,A} \leq 0,92$, vgl. Tab. 12

Für die initiale Variantenberechnung ergibt sich ein optimierter Kandidat, dessen Größen zum Teil an die Stufengrenzen stoßen, vgl. eingefärbte Zellen in Tab. 35.

Tab. 35: Stufengrenze und Ergebniskandidat für 95x2,5x32-It.0.

	$\alpha_{W,Oe}$ in °	$V_{W,TL}$	$V_{W,G}$	$V_{W,K,0}$	M_R in Nm	$a_{FKM,mod}$ in %	$a_{W,A}$
Startwert	20	0,25	0,9550	1,0	2600	108	0,884
Untere Stufe	18	<u>0,24</u>	0,9500	<u>0,9</u>	2200		
Kandidat	22	0,24	0,9538	0,9	2470	100	0,903
Obere Stufe	<u>22</u>	0,26	0,9600	1,1	3000		

In diesem Fall liegen die optimierten Parameter an mehreren Stufengrenzen, weshalb das Vorgehen iterativ mit neuen Stufen wiederholt werden muss. Nachfolgendes Kap. 8.11.1 liefert Hinweise zur Festlegung neuer Stufen.

8.11 Iterationsschleife bei konstanter Mitnehmerzahl z

Durch die bisher durchgeführte Optimierung konnte bereits eine verbesserte Geometrie gefunden werden. Es ist aufgrund der Lage an den Grenzen zu erwarten, dass eine weiter verbesserte Geometrie außerhalb der gewählten Stufen zu finden ist. Dieses Kapitel beschäftigt sich damit, wie die Stufen und damit der Designraum gebildet werden sollten, um so ein wirkliches Optimum zu finden.

8.11.1 Anpassung der Stufen

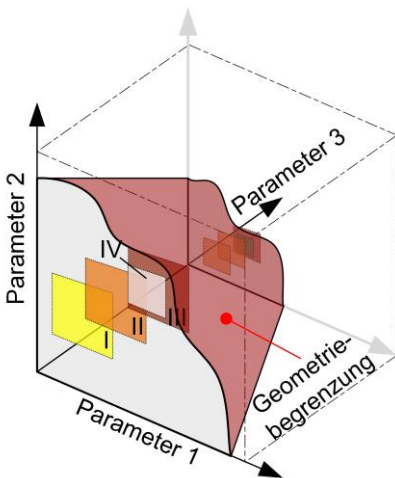


Abb. 84: Bildbarkeit des Designraumes.

Während das beschriebene Berechnungsverfahren durch die Vollintegration in die ANSYS WORKBENCH nahezu automatisiert durchgeführt werden kann, ist das Festlegen der Stufensprünge die Hauptaufgabe des Anwenders: Bei noch nicht bekannten Systemen empfehlen sich große Stufensprünge, da diese größere Effekte verursachen und einen größeren Überblick über das System erlauben. Allerdings führen zu große Stufenabstände ggf. dazu, dass Teilbereiche des Designraumes nicht ausreichend genau

abgebildet werden können. Es ist aber auch möglich, dass die Experimente nicht über alle Stufen bildbar sind, da sich die Grenzen abhängig von den übrigen Parametern ändern können. Abb. 84 zeigt das schematische Vorgehen der Stufenfestlegung am Beispiel eines auf drei Parameter reduzierten Modells, wobei der Parameter 3 zur leichteren Verständlichkeit auf zwei diskrete Werte festgesetzt ist. Die viereckigen Flächen bilden jeweils zweidimensionale Versuchsräume.

Der erste Versuch wird mit großen Stufenabständen durchgeführt (Fläche I). Es ergibt sich aus der ersten Optimierung, dass das Optimum an den Stufengrenzen des Designs liegt. Der Versuch wird mit neuen Stufen (Fläche II), ggf. in gleicher

Größe, durchgeführt. Im neuen Versuchsraum sollte dabei das ursprüngliche Optimum beinhaltet sein, damit keine Lücken zwischen den Bereichen entstehen. Auch bei diesem Versuch kann das Optimum am Rand der neuen Stufen liegen. Bei einem erneut durchgeführten Versuch (Fläche III) kann es, wie auch schon in vorherigen Iterationen, passieren, dass die Geometrie bei der Kombination der Parameter nicht gebildet werden kann. Folglich schlägt der Versuch fehl. Die Grenzen der Bildbarkeit der Geometrie sind mitunter nicht bekannt. Es sind daher die Stufengrenzen in diesem Bereich zu verkleinern (Fläche IV). Mit zunehmenden Iterationen können auch die Designabmessungen verändert werden, da die Lage des Optimums mit jeder Iteration eindeutiger wird und mit engerem Designraum die Aussagequalität zunimmt. Es ist aber auch ersichtlich, dass dieses Vorgehen unendlich oft wiederholt werden kann. Es sind daher auch Merkmale für eine ausreichend genaue Untersuchung und damit für eine Abbruchbedingung anzugeben. Des Weiteren verändern sich mit zunehmender Anzahl der untersuchten Parameter die möglichen Stufen. Ändert sich zum Beispiel Parameter 3, so ändern sich auch die möglichen Stufensprünge für die Parameter 1 und 2. An diesem einfachen Beispiel wird deutlich, dass die Wahl der Stufen bedeutenden Einfluss auf die Untersuchung hat. Die Festlegung der Stufen ist ein weiterhin iterativ geprägter und insbesondere durch die fünf Berechnungsdimensionen zum Teil zeitaufwändiger Prozess. Mit Hilfe weiterführender Betrachtungen der Eingangsgrößen können Richtlinien zur Auswahl der Stufen festgelegt und so das Berechnungsverfahren gestartet werden. Für die Iteration ist die Nutzung der Ergebnisse aus der vorherigen Iteration wichtig. Daher wird ein Vorgehen zur Festlegung der Stufen auf Basis der vorherigen Iteration entwickelt, vgl. Abb. 85.

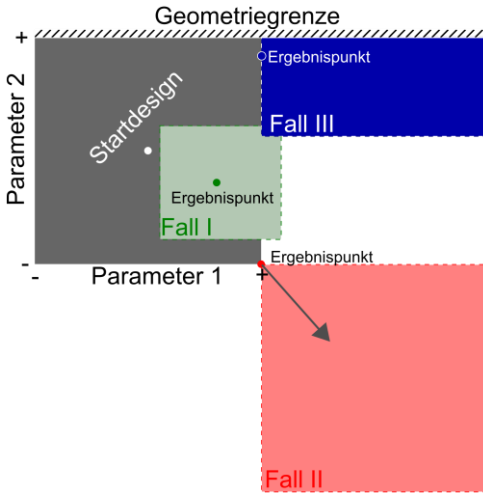


Abb. 85: Festlegung der Designgrenzen.

Im Fall II liegt das Ergebnis an den Stufenrändern. Das neue Design wird mit gleichem Stufenabstand auf den Eckpunkt verschoben.

Im Fall III liegt das Ergebnis des Parameters 1 am Rand der Stufe 1, der Rand der Stufe 2 wird aber nicht durch Parameter 2 erreicht. Hier wird der neue Designentwurf in Richtung Stufe 1 in gleicher Größe verschoben und der Stufensprung in Richtung Stufe 2 verkleinert. In diesem Beispiel kann durch eine externe Vorgabe die Stufe 2 nicht weiter erhöht werden, sodass diese Grenze den Designraum beschränkt. Dieser Fall trifft für den Parameter des Öffnungswinkels $\alpha_{w,oe}$ nach Gl. (8.38) zu, nach der ein maximaler Winkel bestimmt werden kann.

Dieses Schema kann für alle Parameter und bei jeder neuen Iteration so lange angewendet werden, bis der Ergebnispunkt innerhalb des Designraumes aller Parameter oder auf der Grenze einer vorgebenden Stufe liegt. Ergeben Geometrieprüfungen eine Nichtbildbarkeit des Designraumes oder konnten durch Erfahrungen aus anderen Iterationen die Stufensprünge vorab genauer geschätzt werden, so kann von diesem Schema abgewichen werden. Durch die immer kleiner werdenden Designs ist der untersuchte Raum immer kleiner und es kann mit jeder Iteration der optimale Designentwurf eingegrenzt werden. Eine Iteration ist abgeschlossen, wenn das Optimum innerhalb aller Stufen liegt und das Ergebnis

Die Stufenabstände des Startdesigns werden in der ersten Berechnung noch sehr groß gewählt. Aus der Berechnung ergeben sich verschiedene Lagepositionen der Ergebnispunkte. Im Fall I liegt das Ergebnis in den Grenzen des Startdesigns. In diesem Fall werden die Stufenabstände halbiert und der Ergebnispunkt bildet den neuen Startwert bzw. die Mitte des Versuchsraums.

so genau bestimmbar ist, dass eine Abgrenzung zu einem anderen Design mit benachbarter Mitnehmerzahl bzgl. des Torsionsmomentes möglich ist.

Stufengrenzen des Fußgrundes $V_{W,G}$: Für die hier untersuchte Baugröße ist bereits mit der Startoptimierung (0. Iteration) nach Kap. 8.10 und Tab. 35 ein Optimum für $V_{W,G,0.It,Kand}$ zwischen den Stufen für den Kandidat bekannt.

$$\begin{aligned} V_{W,G,0.It,min} &= 0,9500 \\ V_{W,G,0.It,Kand} &= 0,9538 \\ V_{W,G,0.It,max} &= 0,9600 \end{aligned} \quad (8.27)$$

Aus den Ergebnissen können daher nach Fall I kleinere Stufengrenzen festgelegt werden.

$$V_{W,G,1.It,max} = V_{W,G,0.It,Kand} + 1/4 \cdot (V_{W,G,0.It,max} - V_{W,G,0.It,min}) = 0,9513 \quad (8.28)$$

$$V_{W,G,1.It,min} = V_{W,G,0.It,Kand} - 1/4 \cdot (V_{W,G,0.It,max} - V_{W,G,0.It,min}) = 0,9563 \quad (8.29)$$

Stufengrenzen des Teilungsverhältnis $V_{W,TL}$: In der Startoptimierung ergibt sich ein Teilungsverhältnis $V_{W,TL}$ zwischen Kopf und Fuß, das an der Stufengrenze liegt.

$$\begin{aligned} V_{W,TL,0.It,min} &= 0,24 \\ V_{W,TL,0.It,Kand} &= 0,24 \\ V_{W,TL,0.It,max} &= 0,26 \end{aligned} \quad (8.30)$$

Wird die Erfahrung aus der Iteration 0 hinzugenommen, so verschieben sich die Grenzen so, dass der Kandidat nach Fall II an der höheren Stufengrenze liegt.

$$\begin{aligned} V_{W,TL,1.It,min} &= 0,22 \\ V_{W,TL,1.It,max} &= 0,24 \end{aligned} \quad (8.31)$$

Stufengrenzen des Öffnungswinkels $\alpha_{W,Oe}$: Hohe Öffnungswinkel führen zwar zu kerbarmen Geometrien, zu flache Flanken hingegen zu hohen Verschleiß und hohen Nabenaufweitungen. Für den Öffnungswinkel $\alpha_{W,Oe}$ muss daher eine Vorgabe für eine Stufengrenze entwickelt werden.

Es sind zahlreiche Versagensansätze entstanden, welche in Vidner (49) tabellarisch zusammengefasst werden.

Tab. 36: Zusammenfassung kombinierter Versagensansätze nach Vidner (49).

Autor	Ermüdungsparameter (S)	Tribologischer Parameter (F)	Bemerkung
Funk	$\sigma_{SchRD,zd}$	p·s	N = konst.
Oldendorf	-	p·s	Kerbwirkungszahl
Ruiz	$\sigma_{z,t}$	τ_f ·s	
Ziaei	$\sigma_{z,t}$	w_f	
Vidner	SWT bzw. FS	q_f	Frequenzeinfluss
Ding	SWT	w_f	
Houghthon	-	p·s	S = konst.
Shen	SWT bzw. FS	p·s	

p: Flächenpressung, s: Schlupf, w_f : Reibungsarbeit; SWT Smith-Watson-Topper, FS: Fatemi-Sovie, $\sigma_{SchRD,zd}$: Zugschwellfestigkeit; $\sigma_{z,t}$: tangentielle Zugspannung; τ_f : Reibschubspannung

Vidner zeigt, dass alle Ansätze auf einem Produkt eines Ermüdungsparameters und eines tribologischen Parameters basieren. Verschleiß und Anrisse entstehen primär dort, wo hohe Bauteilspannungen, Normalbelastung bzw. Flächenpressung und Schlupf zusammenkommen.

Eine rechnerische Vorhersage über den Reibverschleiß ist bis heute aufgrund fehlender Grenzwerte schwierig, da jedes System durch sehr individuelle Bedingungen definiert ist. Aufgrund des sehr stark ansteigenden Berechnungsaufwandes musste auf die numerische Untersuchung der Nabe und des Reibkontaktes bei dieser Auslegung verzichtet werden, sodass eine Bestimmung des Schlupfes und der tatsächlichen Flächenpressung nicht möglich ist.

Die Höhe der Bauteilspannung im Kontakt ist nur bedingt einstellbar, da sie sich über das zu übertragende Torsionsmoment ergibt. Im Vergleich zu den Spannungen in der Fußausrundung sind die Bauteilspannungen in der Flanke deutlich geringer und nehmen nach außen sehr stark ab. Unter der Annahme, dass keine Verschiebung in axialer Richtung erfolgt, tritt ein Schlupf nur auf, wenn sich die Flanken gegeneinander verschieben. Verursacht wird diese Bewegung

hauptsächlich von der parallel zur Flanke wirkenden Kraft $F_{W,F,P}$, welche sich aus der Umfangskraft $F_{W,F,U}$ berechnen lässt, vgl. Abb. 77.

$$F_{W,F,P} = F_{W,F,U} \cdot \sin \alpha_{W,F} \quad (8.32)$$

Durch die passende Einstellung des Winkels $\alpha_{W,F}$ kann die Querkraft $F_{W,F,P}$ verringert werden, vgl. Abb. 77. Im besten Fall wird die Umfangskraft senkrecht eingeleitet, sodass gilt:

$$F_{W,F,P} = F_{W,F,U} \cdot \sin \alpha_{W,F} \stackrel{!}{=} 0 \rightarrow \alpha_{W,F} = 0^\circ \quad (8.33)$$

Der Öffnungswinkel $\alpha_{W,Oe}$ sowie der Teilungswinkel $\alpha_{W,TL}$, der sich mit der Mitnehmerzahl ändert, bestimmen über die Gl. (8.16) den Winkel $\alpha_{W,F}$.

$$\begin{aligned} \alpha_{W,F} &= \alpha_{W,Oe} - \alpha_{W,TL} \stackrel{!}{=} 0 \\ \rightarrow \alpha_{W,Oe} &= \alpha_{W,TL} \end{aligned} \quad (8.34)$$

Es kann somit ein minimaler Öffnungswinkel $\alpha_{W,Oe,min}$ geschätzt werden.

$$\alpha_{W,Oe,min} = \alpha_{W,TL}(V_{W,TL,min}) = V_{W,TL,min} \cdot \frac{360^\circ}{z} \quad (8.35)$$

Diese Berechnungsart definiert die theoretisch unterste Grenze für den Designraum, führt allerdings zu einem zu scharfen Übergang zwischen Ellipse und Flanke. Im Rahmen der durchgeführten Baureihenentwicklung hat es sich gezeigt, dass die getroffene Definition von $\alpha_{W,Oe,min}$ nicht praxistauglich ist. Es wird daher als untere Stufe der noch zu bestimmende maximale Öffnungswinkel $\alpha_{W,Oe,max}$ abzüglich 5° verwendet.

$$\alpha_{W,Oe,min} = \alpha_{W,Oe,max} - 5^\circ \quad (8.36)$$

Der maximale Öffnungswinkel $\alpha_{W,Oe,max}$ wird wie folgt definiert: In der DIN 5480 (1) ist der Eingriffswinkel für alle Mitnehmerzahlen und Moduln konstant mit 30° definiert. Unter der Annahme einer konstanten Fuß/Kopfaufteilung ändert sich mit steigenden Mitnehmerzahlen z auch $\alpha_{W,TL}$, wie Tab. 37 zeigt. Wenn der Öffnungswinkel $\alpha_{W,Oe}$ konstant gehalten wird, so ändert sich nach Gl. (8.34) auch $\alpha_{W,F}$ und damit, in Anlehnung an Gl. (8.32), das Verhältnis der Flankenkräfte $\sin(\alpha_{W,F})$. Für eine Auslegung am Optimum ist es hingegen notwendig, dass das Kräfteverhältnis unabhängig von der Mitnehmerzahl konstant ist.

Die Mitnehmerflanken des Referenzprofils zeigten im Langzeitversuch nahezu keinen Verschleiß. Das Kräfteverhältnis $\sin(\alpha_{W,F,RP})$ für dieses Referenzprofil (RP) beträgt.

$$\alpha_{W,F,RP} \approx 16^\circ \rightarrow \sin(\alpha_{W,F,RP}) = \sin(16^\circ) \approx 0,2756 \quad (8.37)$$

Es wird daher davon ausgegangen, dass die entwickelten Profilformen der Baureihe dieses Kräfteverhältnis $\sin(\alpha_{W,F,RP})$ bei gleicher Flächenpressung ebenfalls ertragen können. Diese Annahme stellt eine Vereinfachung zur Berücksichtigung des Verschleißes dar. Für eine Validierung sind Verschleißuntersuchungen durch praxisnahe Tests notwendig, die im Rahmen dieser Arbeit nicht umgesetzt werden konnten.

Tab. 37: Herleitung des maximalen Öffnungswinkel $\alpha_{W,Oe,max}$.

Mitnehmerzahl u. Teilungswinkel $V_{W,TL,max} = 0,26$		Annahme: konst. Öffnungswinkel $\alpha_{W,Oe} = 30^\circ$		Annahme: konst. Kraftverhältnis $\sin(16^\circ) = 0,2756$	
z	$\alpha_{W,TL}$ in °	$\alpha_{W,F}$ in °	$\sin \alpha_{W,F}$	$\alpha_{W,F}$ in °	$\alpha_{W,Oe,max}$ in °
16	5,85	24,15	0,41	16,00	21,85
20	4,68	25,32	0,43	16,00	20,68
24	3,90	26,10	0,44	16,00	19,90
28	3,34	26,66	0,45	16,00	19,34
32	2,93	27,08	0,46	16,00	18,92

Der Winkel $\alpha_{W,Oe,max}$ ergibt sich nach folgender Gleichung.

$$\alpha_{W,Oe,max} = V_{W,TL,max} \cdot \frac{360^\circ}{z} + 16^\circ \quad (8.38)$$

Die in Tab. 38 aufgeführten Werte ergeben sich aus Gl. (8.38) und sind auf ganzzahlige Winkelangaben für eine praxisnahe Auslegung abgerundet. Es gilt danach für die neue Iteration nach Gl. (8.36) und (8.38).

$$\begin{aligned} \alpha_{W,Oe,1.It,min} &= 13^\circ \\ \alpha_{W,Oe,1.It,max} &= 18^\circ \end{aligned} \quad (8.39)$$

Tab. 38: Zulässiger Öffnungswinkel $\alpha_{W,Oe,max}$ in ° abhängig von z und $V_{W,TL,max}$.

$V_{W,TL,max}$ x → z↓	0,240	0,245	0,250	0,255	0,260	0,265	0,270	0,275	0,280	0,285	0,290	0,295	0,300	0,305	0,310	0,315	0,320
10	24	24	25	25	25	25	25	25	26	26	26	26	26	26	27	27	27
12	23	23	23	23	23	23	24	24	24	24	24	24	25	25	25	25	25
14	22	22	22	22	22	22	22	23	23	23	23	23	23	23	23	24	24
16	21	21	21	21	21	21	22	22	22	22	22	22	22	22	22	23	23
18	20	20	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	22	22	22	22	22
20	20	20	20	20	20	20	20	20	21	21	21	21	21	21	21	21	21
22	19	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	21	21	21
24	19	19	19	19	19	19	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
26	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	20	20	20	20	20	20	20
28	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	20	20
30	18	18	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19
32	18	18	18	18	18	18	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19

Stufengrenzen des Innenradius des Kopfes $V_{W,K,0}$: Das Verhältnis des Innenradius des Kopfes $V_{W,K,0}$ wird nach Fall II durch folgende Stufen definiert.

$$\begin{aligned} V_{W,K,0,1.It,max} &= 0,900 \\ V_{W,K,0,1.It,min} &= 0,700 \end{aligned} \quad (8.40)$$

Stufengrenzen des Torsionsmomentes M_R : Das Torsionsmoment M_R wird in Schritten mit einer Schrittweite von 10 Nm nach Fall I verändert.

$$\begin{aligned} M_{R,1.It,min} &= 2270 \text{ Nm} \\ M_{R,1.It,max} &= 2670 \text{ Nm} \end{aligned} \quad (8.41)$$

Überprüfen der Bildbarkeit: Alle Versuchspunkte werden vorab mittels PTC CREO und der Funktion „Familiertabelle“ auf eine Bildbarkeit der Geometrie überprüft, um sicherzustellen, dass der gesamte Designraum gebildet werden kann, vgl. Anhang A14.

8.11.2 Ergebnis bei konstanter Mitnehmerzahl z

Mit jeder neuen Iteration wird entweder der Designraum in Richtung Stufen mit zu erwartendem höheren Torsionsmoment verschoben und/oder der Designraum eingegrenzt. Es werden so lange Anpassungen des Designraums vorgenommen, bis der Ergebnispunkt innerhalb aller Stufen liegt. In der 6. Iterationsschleife wird diese Bedingung für die Rohrgröße 95x2,5x32 (Fall I, siehe Abb. 85) erfüllt. Nachfolgende Tab. 39 gibt die Ergebnispunkte der jeweiligen Iterationsschritte wieder:

Tab. 39: Ergebnisse der Iterationsschritte für 95x2,5x32.

Iteration	$\alpha_{W,Oe}$ in °	$V_{W,TL}$	$V_{W,G}$	$V_{W,K,0}$	M_R in Nm	$a_{FKM,mod}$	$a_{W,A}$
0	22	0,2400	0,9538	0,9000	2470	100 %	0,90
1	16	0,2277	0,9538	0,8314	2457	100 %	0,92
2	16	0,2276	0,9538	0,8309	2454	100 %	0,92
3	16	0,2275	0,9544	0,8178	2462	100 %	0,92
4	17	0,2270	0,9551	0,8060	2474	100 %	0,92
5	18	0,2264	0,9553	0,8122	2479	100 %	0,92
6	18	0,2267	0,9549	0,8249	2478	100 %	0,92

Mit Iteration 6, aber auch schon mit der Ausgangsiteration konnten das übertragbare Torsionsmoment und die dazu optimierten Größen bestimmt werden. Obwohl der Zugewinn an Torsionsmoment nach Abb. 86 nur 0,3 % beträgt, ist für die Bestimmung des Abbruchkriteriums (Fall I) und für eine Abgrenzung einer optimalen Mitnehmerzahl z nach Kap. 8.12 diese Iterationsanzahl notwendig.

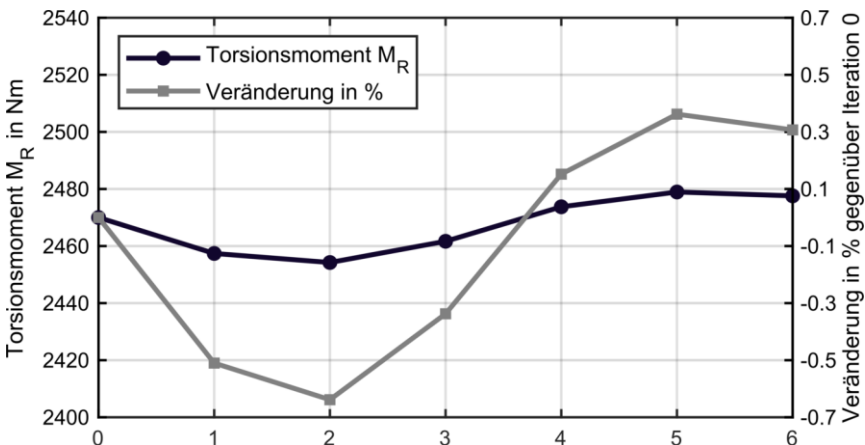


Abb. 86: Torsionsmoment M_R über den Iterationsschritten.

8.12 Iterationsschleifen für verschiedene Mitnehmerzahlen z

Das im vorherigen Kap. 8.11 beschriebene Verfahren bestimmt die Geometrie, die bei einer festgesetzten Mitnehmerzahl z das höchste Torsionsmoment übertragen kann. Diese Iterationsschleife wird für verschiedene Mitnehmerzahlen wiederholt. In Abb. 87 sind die Ergebnisse der jeweiligen Iterationsschleifen abhängig von der Mitnehmerzahl z eingezeichnet. Ein optimaler Bereich der Übertragbarkeit kann bei der Rohrgröße 95x2,5 bei einer Mitnehmerzahl von $z = 16$ bis 22 festgestellt werden. Das rechnerische Maximum liegt bei $z = 18$ Mitnehmern.

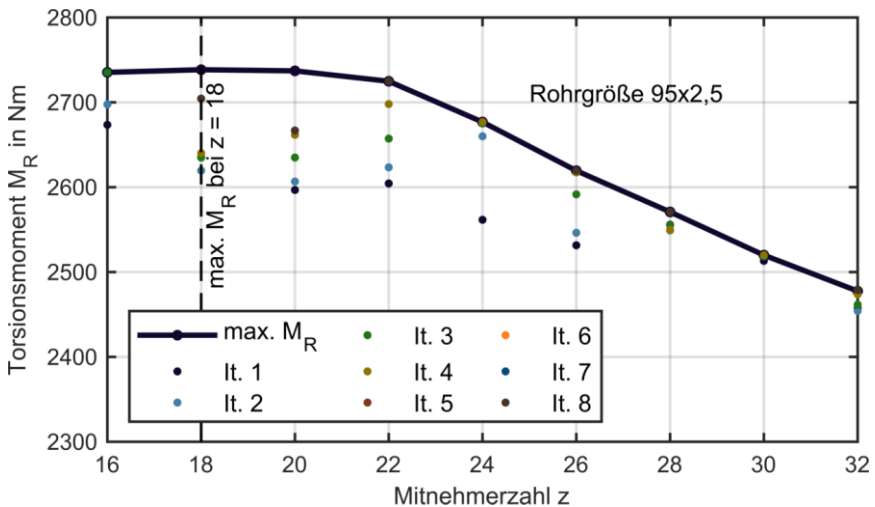


Abb. 87: Übertragbares Torsionsmoment über der Mitnehmerzahl.

Die berechneten Torsionsmomente ergeben sich aus den Optimierungen auf Basis des Ersatzmodells. In der nachfolgenden Tab. 40 wird das optimale Design mit Mitnehmerzahl $z = 18$ mit den optimierten Eingangsgrößen mittels FEM nachgerechnet. Die berechneten Auslastungen, Abstreckungen und die verschiedenen FKM-Nachweisarten stimmen sehr gut überein. In der Praxis werden die Größen in der Regel nach Ermessen des Anwenders gerundet. FEM-Berechnungen mit gerundeten Werten, siehe letzte Spalte der Tab. 40, treffen die Auslastung ebenfalls sehr gut. Da es sich bei der Zielvorgabe der Abstreckung mit $a_{w,A} = 0,92$ um einen Richtwert handelt, ist die auftretende geringfügige Abweichungen der Abstreckung akzeptabel.

Tab. 40: Ergebnisse der Iterationsschritte für 95x2,5x18.

	Modell	FEM	praxisnahe Werte
z		18	18
$\alpha_{W,Oe}$ in °		21	21
$V_{W,TL}$		0,27581	0,2636 ($\alpha_{W,TL} = 5,5^\circ$)
$V_{W,G}$		0,9473	0,9474 ($D_{W,F,1} = 90$ mm)
$V_{W,K,0}$		1,2662	1,27 ($R_{W,K,0} = 2,3$ mm)
M_R in Nm		2738	2740
$a_{FKM,mod}$	100 %	100,03 %	99,946 % \approx 100 %
$a_{W,A}$	0,92	0,92015	0,936

In der nachfolgenden Abbildung sind die Eingangsgrößen, mit Ausnahme des Öffnungswinkels $\alpha_{W,Oe}$, auf das optimale Design 95x2,5 mit der Mitnehmerzahl $z = 18$ bezogen. Der Öffnungswinkel ist durch einen Maximalwert begrenzt, der in vielen Geometrien nahe der definierten Verschleißgrenze liegt. Der Abfall des Öffnungswinkels mit der Mitnehmerzahl ergibt sich aus der Grenzdefinition nach Gl. (8.38).

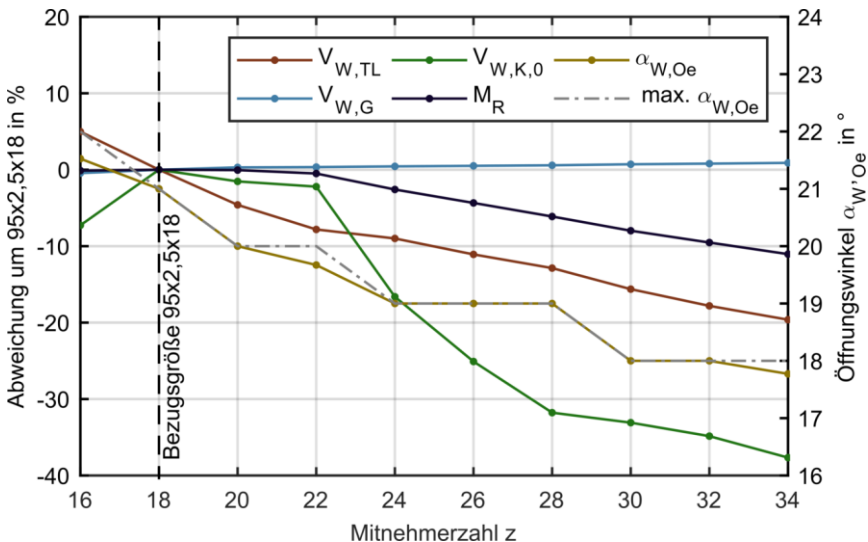


Abb. 88: Veränderung der Eingangsgrößen über der Mitnehmerzahl.

Das Verhältnis des Fußgrundes $V_{W,G}$ ist nahezu konstant, während das Teilungsverhältnis $V_{W,TL}$ mit zunehmender Mitnehmerzahl abfällt. Das Torsionsmoment M_R und das Verhältnis für den Innenradius des Kopfes $V_{W,K,0}$ erreichen mit der Mitnehmerzahl $z = 18$ ihre größten Werte.

8.13 Iterationsschleifen für verschiedene Rohrgrößen

Das im vorherigen Kap. 8.12 beschriebene Verfahren bestimmt diejenige Geometrie, die unter Berücksichtigung verschiedener Mitnehmerzahlen z bei gleichem Ausgangsrohr das höchste Torsionsmoment M_R überträgt. Die Berechnungen werden für die Wanddicken $t_R = 1,8$ mm und $t_R = 3$ mm wiederholt. Damit stehen für die Baureihe $D_R = 95$ mm drei optimierte Geometrieformen für drei Wanddicken zur Verfügung. Das beschriebene Verfahren wird ebenfalls für die Rohrdurchmesser $D_R = 40$ mm und $D_R = 150$ mm mit den nach Abb. 70 angegebenen Wanddicken durchgeführt. Die mit Hilfe der beschriebenen Iterationen bestimmten Maximaltorsionsmomente sind abhängig von der Mitnehmerzahl nachfolgend in Abb. 89 aufgeführt.

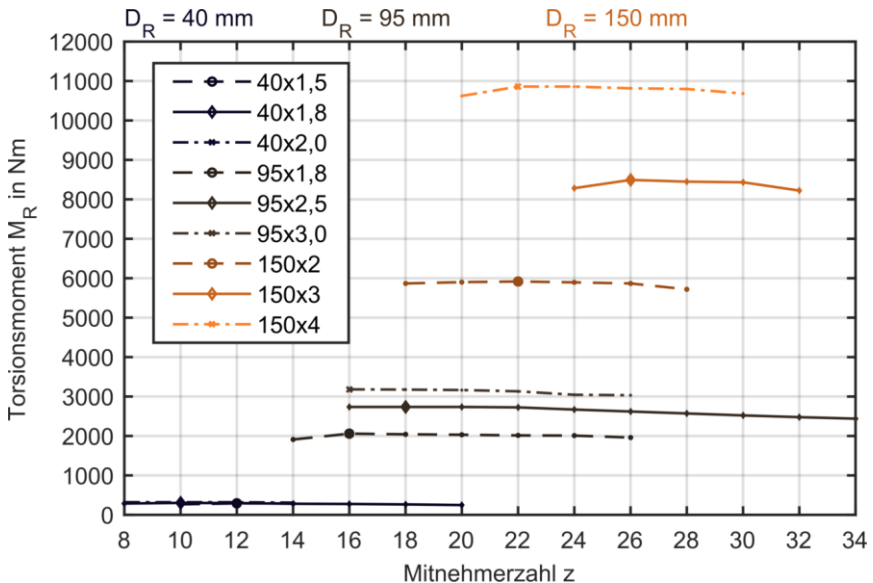


Abb. 89: Übertragbares Torsionsmoment je Baugröße und Mitnehmerzahl.

Mit den kleinen Rohrdurchmessern können dynamische Torsionsmomente um 300 Nm übertragen werden. Mit zunehmendem Rohrdurchmesser steigen die Torsionsmomente an, wobei der Wanddickeneinfluss ebenfalls deutlich zunimmt. Somit sind im Durchmesserbereich 150 mm Torsionsmomente zwischen 6000 Nm bis 11000 Nm zu erwarten. Während Außendurchmesser und Wanddicke die Übertragbarkeit signifikant beeinflussen, liegen die Optima mit

unterschiedlicher Mitnehmerzahl nahezu auf gleicher Höhe. Der Einfluss der Mitnehmerzahl auf die Übertragbarkeit wird im nächsten Kapitel untersucht.

8.14 Einfluss der Mitnehmerzahl $z_{BR} = f(D_R)$

Die durchgeführten Iterationen zeigen, dass zwischen verschiedenen Mitnehmerzahlen die höchsten Übertragbarkeiten mitunter nur wenige Prozentpunkte auseinanderliegen. In Abb. 90 werden die jeweiligen Torsionsmomente auf den Maximalwert je Bezugsdurchmesser bezogen. Für das Rohr $D_R = 40$ mm liegen die optimalen Mitnehmerzahlen für dünne Rohre bei 12 bzw. bei dickwandigeren Rohren bei 10 Mitnehmern. Für die mittleren Durchmesser ergeben sich optimale Mitnehmerzahlen z von 16 bis 18, für die großen Durchmesser D_R Mitnehmerzahlen von 22 bis 26.

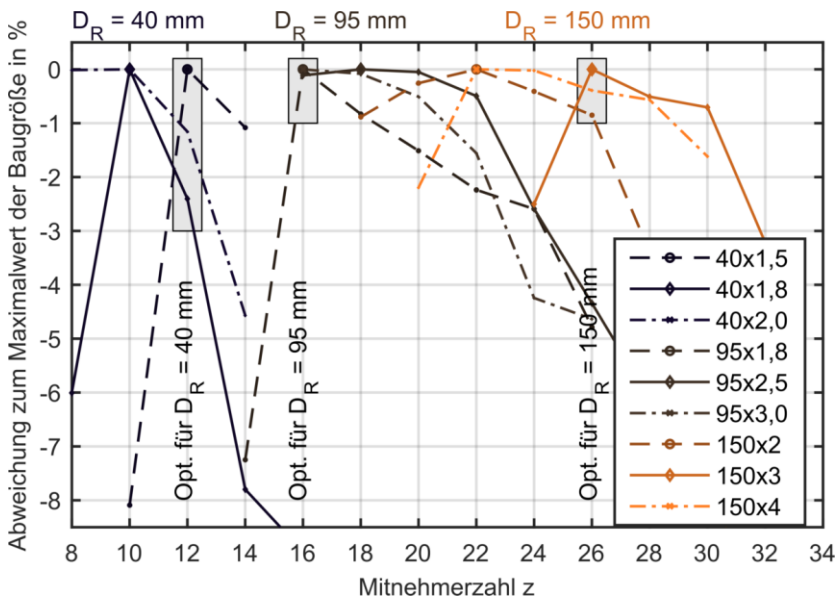


Abb. 90: Auf den Maximalwert bezogenes Torsionsmoment M_R je Baugröße über der Mitnehmerzahl z .

Aus den untersuchten Punkten kann eine Ansatzfunktion nach folgendem Schema gebildet werden.

$$\begin{bmatrix} M_{R,BR} \\ \alpha_{W,Oe,BR} \\ V_{W,TL,BR} \\ V_{W,G,BR} \\ V_{W,K,0,BR} \end{bmatrix} = f \begin{bmatrix} D_R \\ t_R \\ z \end{bmatrix} \quad (8.42)$$

Durch eine Analyse der Iterationen zeigt es sich, dass die bestimmenden Geometriegrößen mitunter sehr stark von der Mitnehmerzahl, aber nicht so sehr vom Torsionsmoment beeinflusst werden. Die nach obigem Schema aufgestellte Ansatzfunktion trifft ggf. die Stützpunkte sehr genau. Durch seine drei Eingangsgrößen ist sie für eine praxisnahe Anwendung jedoch nicht geeignet, da eine Ableitung von einheitlichen und anschaulichen Zusammenhängen damit nicht möglich ist. In Abb. 90 ist jedoch zu erkennen, dass das Torsionsmoment, insbesondere bei großen Rohrdurchmessern, auch bei ähnlichen Mitnehmerzahlen in bestimmten Bereichen gleich groß ist. Eine Variation der Mitnehmerzahl um das Optimum ist daher ohne größeren Verlust der Übertragbarkeit möglich. Es wird daher als Vereinfachung eine über die Wanddicke einheitliche Mitnehmerzahl gebildet, indem diejenige Mitnehmerzahl ausgewählt wird, bei der die Summe der Abweichungen, vgl. graue Kästen in Abb. 90, am geringsten ist. Dies ist bei 40 mm die Mitnehmerzahl 12, bei 95 mm die Mitnehmerzahl 16 und bei 150 mm die Mitnehmerzahl 26. Es wird damit eine Ansatzfunktion gebildet, dessen Mitnehmerzahl nur von dem Außendurchmesser abhängig ist.

$$z_{BR} = f(D_R)$$

$$\begin{bmatrix} M_{R,BR} \\ \alpha_{W,Oe,BR} \\ V_{W,TL,BR} \\ V_{W,G,BR} \\ V_{W,K,0,BR} \end{bmatrix} = f \begin{bmatrix} D_R \\ t_R \end{bmatrix} \quad (8.43)$$

Durch diese Vereinfachung werden die erreichbaren Torsionsmomente geringfügig kleiner ausfallen. Einerseits profitiert die Baureihe von einem Zugewinn an Stabilität zwischen den berechneten Stützpunkten, andererseits werden Geometrien mit gleicher Mitnehmerzahl und bei gleichem Außendurchmesser miteinander vergleichbar.

Die in Tab. 41 aufgeführten Geometrien mit gleicher Mitnehmerzahl werden als Stützstellen zur Bestimmung einer Regressionsfläche verwendet.

Tab. 41: Optimierte Geometrie Größen mit angepasster Mitnehmerzahl z.

D _R	40			95			150		
t _R	1,5	1,8	2	1,8	2,5	3	2	3	4
z	12	12	12	16	16	16	26	26	26
α _{W,0e}	23,13	24,00	23,00	22,44	21,53	22,00	19,73	18,51	18,48
V _{W,TL}	0,2711	0,2677	0,2528	0,3185	0,2895	0,2651	0,3045	0,2713	0,2484
V _{W,G}	0,8882	0,8836	0,8847	0,9500	0,9432	0,9390	0,9697	0,9675	0,9638
V _{W,K,0}	0,4886	0,5059	0,5586	1,4170	1,1741	1,5716	1,2638	1,6572	1,7429
M _R	291	298	318	2060	2735	3179	5867	8494	10817
D _R und t _R in mm, α _{W,0e} in °. M _R in Nm									

Aus den Stützpunkten lässt sich für die Mitnehmerzahl z_{BR} im untersuchten Bereich folgende Näherungsgleichung über ein Polynom 2. Grades bestimmen. Für alle Näherungsgleichungen sind der Durchmesser D_R und die Wanddicke t_R in der Dimension „mm“ einzusetzen. Die Angabe der Einheiten in den Näherungsgleichungen entfällt zu Gunsten einer übersichtlicheren Darstellung.

$$z_{BR}(D_R)_{2,G} = 12,8595 - 0,0612 \cdot D_R + 0,0009917 \cdot D_R^2 \quad \text{mit } R^2 = 1 \quad (8.44)$$

Der Zusammenhang zwischen dem Außendurchmesser des Rohres D_R und der Mitnehmerzahl z_{BR} kann ebenfalls über eine lineare Ansatzfunktion angenähert werden.

$$z_{BR}(D_R)_{1,G} = 5,9441 + 0,1269 \cdot D_R \quad \text{mit } R^2 = 0,9292 \quad (8.45)$$

Während die Gleichung 2. Grades die Stützpunkte sehr genau trifft, ist der lineare Ansatz eine vereinfachende Näherung, siehe Abb. 91.

Für eine genauere Beschreibung der Zusammenhänge werden vier zusätzliche Stützpunkte mittels FEM berechnet. Die neu untersuchten Rohrgrößen liegen jeweils ungefähr in der Mitte der neun ursprünglich untersuchten Stützpunkte, siehe Abb. 70. Bei diesen zusätzlichen Stützpunkten wird die Mitnehmerzahl nach Abb. 91 nach dem linearen Ansatz geschätzt, um die Iterationsschleifen mit verschiedenen Mitnehmerzahlen einzusparen. Es werden Rohre in zwei Außendurchmesserabstufungen untersucht, welche jeweils die gleiche Mitnehmerzahl aufweisen.

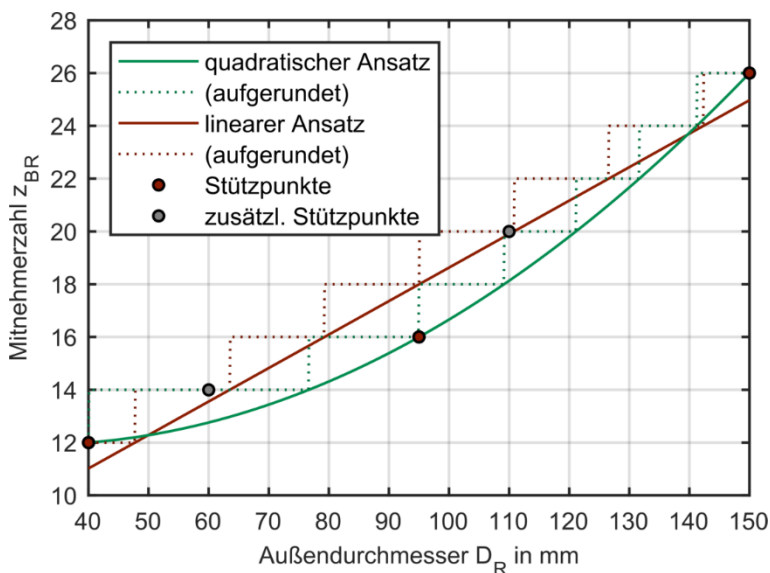


Abb. 91: Zuwachs der Mitnehmerzahl z_{BR} mit Außendurchmesser D_R .

Aus den Iterationsberechnungen ergeben sich für die Geometriegrößen folgende optimierten Werte.

Tab. 42: Zusätzlich berechnete Stützpunkte für die Baureihenentwicklung.

D_R in mm	60		110	
t_R in mm	1,8	2,2	2,2	3
z	14	14	20	20
$\alpha_{W,Oe}$ in °	23	23	21	20
$V_{W,TL}$	0,2814	0,2755	0,2910	0,2593
$V_{W,G}$	0,9220	0,9161	0,9584	0,9529
$V_{W,K,0}$	0,9938	0,6725	1,1739	1,2151
M_R in Nm	762	880	3348	4386

Die optimierten Verzahnungsgeometrien sind jeweils mit einem Mitnehmersegment in Abb. 92 dargestellt.

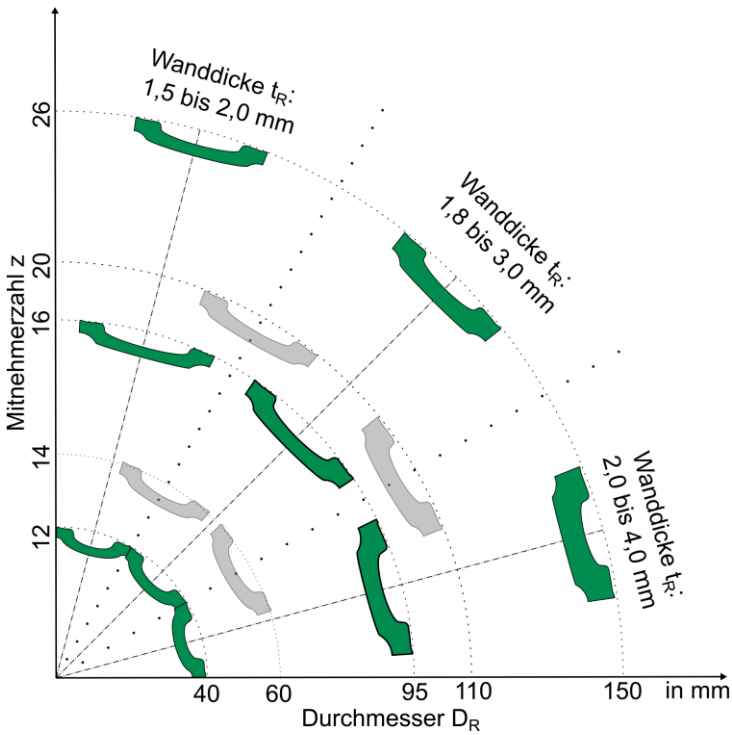


Abb. 92: Graphische Darstellung der optimierten Profilmithnehmer in Abhängigkeit des Außendurchmessers D_R und der Wanddicke t_R .

8.15 Übertragbare Torsionsmomente $M_{R,BR} = f(D_R, t_R)$

Aus den dreizehn Stützpunkten und durch Hinzufügen des zusätzlichen Nullpunktes ($D_R = 0 \text{ mm} \mid t_R = 0 \text{ mm} \mid M_R = 0 \text{ Nm}$) lässt sich ein Zusammenhang zwischen dem Außendurchmesser des Rohres D_R , der Wanddicke t_R und dem übertragbaren Torsionsmoment $M_{R,BR}$ bestimmen.

$$M_{R,BR}(D_R, t_R) = -5,090 \cdot D_R + 0,2783 \cdot D_R^2 - 18,63 \cdot D_R \cdot t_R + 453,2448 \cdot t_R^2 + 9,993 \cdot D_R \cdot t_R^2 - 230,01 \cdot t_R^3 \quad \text{mit } R^2 = 0,9999 \quad (8.46)$$

Es ergibt sich für das übertragbare Torsionsmoment folgender Verlauf.

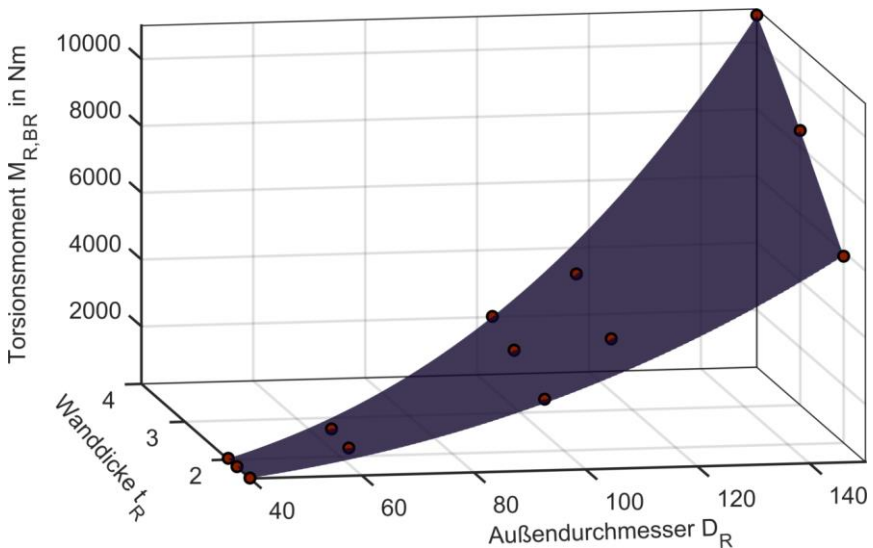


Abb. 93: Übertragbares Torsionsmoment $M_{R,BR}$ über der Rohrgröße.

8.16 Veränderung der Geometrie Größen über der Rohrgröße

Es ist bereits bekannt, bei welcher Rohrgröße welche Mitnehmerzahl ausgewählt werden sollte und welches Torsionsmoment erwartungsgemäß übertragen werden kann. In diesem Kapitel werden Hinweise zur Festlegung der weiteren Geometrie Größen gegeben. Die Geometrie Größen zeigen zum Teil erhebliche Streuungen. Gründe hierfür sind numerische Ungenauigkeiten, unterschiedliche Qualitäten bei den Iterationen und eine nicht geometrisch-ähnliche Geometrieentwicklung über die Rohrgrößen, welche z. B. aus einer Mindestvorgabe der Flankenlänge resultiert. Die mittels Regression angegebenen Werte sind daher als Richtwerte für eine Profilentwicklung zu sehen. Die dargestellten Flächen sind dabei Regressionsflächen mit einer, bezüglich ihrer Koeffizienten, reduzierten Ansatzfunktion. Diese Koeffizienten sowie alle Koeffizienten der Ansatzfunktion 3. Ordnung sind im Anhang A18 zu finden.

Verhältnis Fußgrund $V_{W,G,BR} = f(D_R, t_R)$: Das Verhältnis $V_{W,G}$ beschreibt die Tiefe des Fußgrundes in Abhängigkeit des Rohraußendurchmessers D_R .

$$D_{W,F,1} = V_{W,G} \cdot D_R \quad (8.47)$$

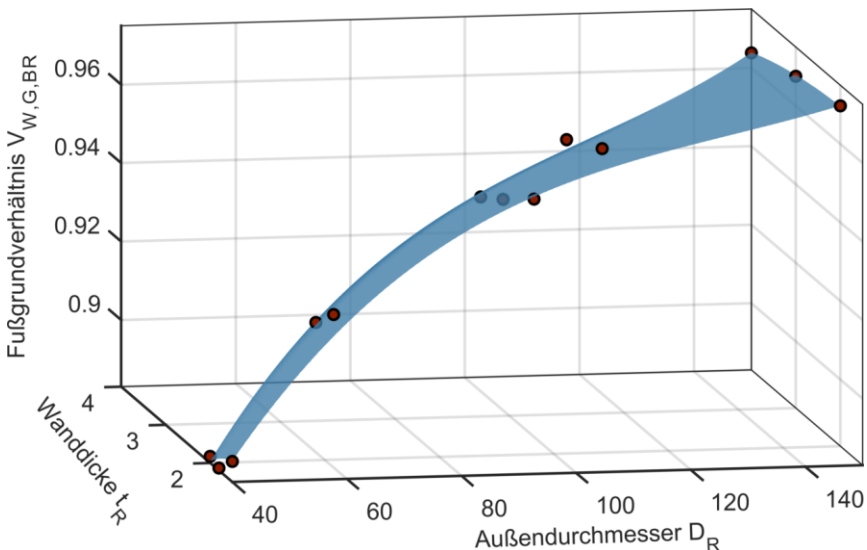


Abb. 94: Einfluss der Rohrabmessungen auf das Fußgrundverhältnis $V_{W,G,BR}$.

Das Verhältnis liegt für kleine Durchmesser bei 0,88 und geht bis 0,96 bei großen Durchmessern. Der Grund liegt darin, dass die Flankentiefe $t_{W,Tr}$, siehe Gl. (8.25), im Vergleich zum Durchmesserzuwachs viel langsamer ansteigt. Somit muss die Mitnehmerlücke bezogen auf den Durchmesser viel weniger tief ausgeführt werden. Aus den Stützpunkten Tab. 41 und Tab. 42 lässt sich folgender vereinfachter Zusammenhang für das Verhältnis $V_{W,G,BR}$ bestimmen.

$$V_{W,G,BR}(D_R, t_R) = 0,8404 + 0,0021 \cdot D_R - 0,0176 \cdot t_R - 6,565 \cdot 10^{-6} \cdot D_R^2 + 0,0020 \cdot t_R^2 \text{ mit } R^2 = 0,9874 \quad (8.48)$$

Verhältnis Teilung $V_{W,TL,BR} = f(D_R, t_R)$: Das Teilungsverhältnis $V_{W,TL,BR}$ bestimmt die Größe des Kopfes zur Mitnehmerlücke in Umfangsrichtung.

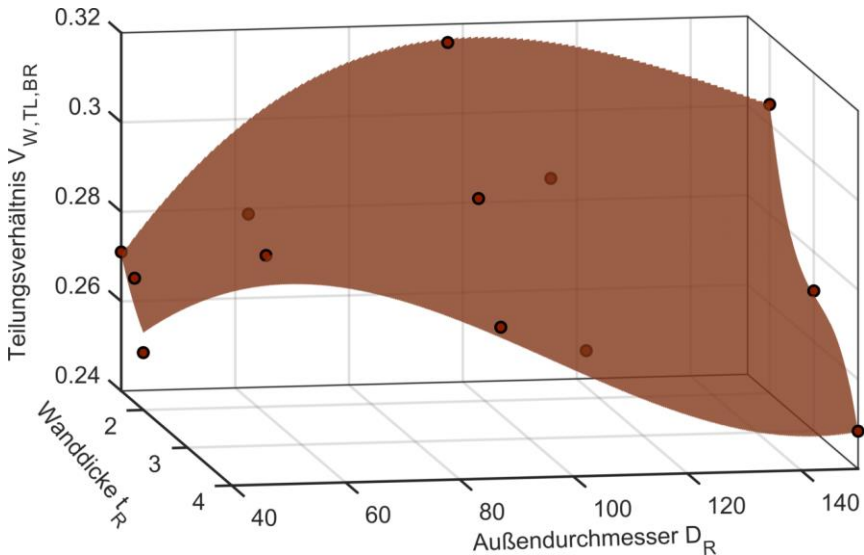


Abb. 95: Einfluss der Rohrabbmessungen auf das Teilungsverhältnis $V_{W,TL,BR}$.

Große Durchmesser und kleine Wanddicken führen tendenziell zu größeren Teilungsverhältnissen und zu größeren Mitnehmerlücken. Aus den Stützpunkten lässt sich folgender Zusammenhang für das Verhältnis $V_{W,TL,BR}$ bestimmen.

$$V_{W,TL,BR}(D_R, t_R) = 0,2471 + 0,0018 \cdot D_R - 0,0154 \cdot t_R - 7,0519 \cdot 10^{-6} \cdot D_R^2 - 0,0050 \cdot t_R^2 \text{ mit } R^2 = 0,8858 \quad (8.49)$$

Verhältnis Innenradius des Kopfes $V_{W,K,0,BR} = f(D_R, t_R)$: Das Verhältnis Innenradius des Kopfes $V_{W,K,0,BR}$ gibt an, wie groß der Ausrundungsradius in Bezug zur Differenz des maximalen Durchmessers (Kopfbereich) und des minimalen Durchmessers (Fußbereich) der Innenkontur ist.

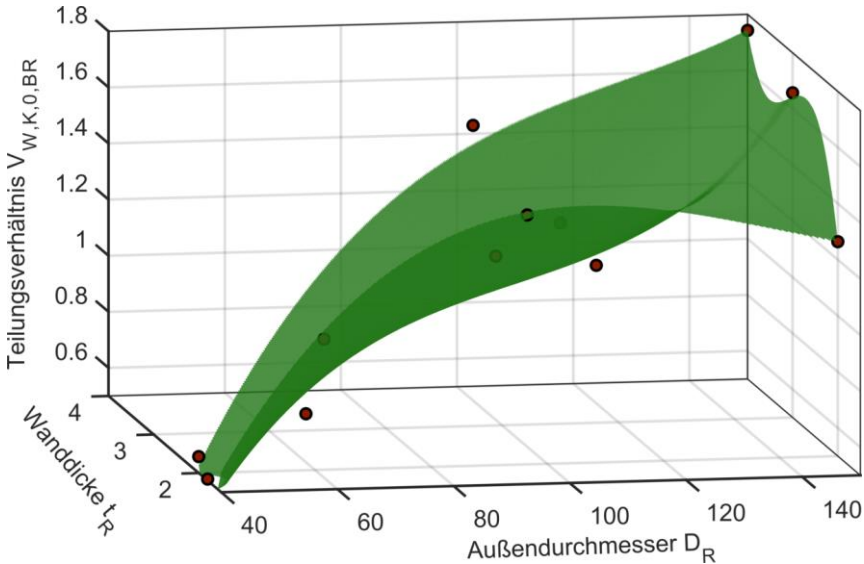


Abb. 96: Einfluss der Rohrabmessungen auf das Innenradiusverhältnis $V_{W,K,0,BR}$.

Aus den Stützpunkten lässt sich der Zusammenhang für $V_{W,TL,BR}$ bestimmen:

$$V_{W,K,0,BR}(D_R, t_R) = 0,1595 + 0,0246 \cdot D_R - 0,4405 \cdot t_R - 0,00011069 \cdot D_R^2 + 0,0020 \cdot D_R \cdot t_R + 0,0630 \cdot t_R^2 \text{ mit } R^2 = 0,8682 \quad (8.50)$$

Öffnungswinkel $\alpha_{W,Oe,BR} = f(V_{W,TL,BR}, Z_{BR})$: Jede optimierte Größe hat einen Einfluss auf die Geometrieform und damit die Übertragbarkeit. Mit Hilfe der Sensitivitätsdiagramme kann dargestellt werden, wie sehr die jeweiligen Eingangsgrößen die Ausgangsgrößen beeinflussen. In Abb. 97 ist ein solches Diagramm für die Baugröße 95x2,5x16 am Optimum dargestellt. Je höher dabei die Balken sind, desto größer ist der Einfluss der Eingangsgröße auf die Ausgangsgröße. Eine Vergrößerung der Eingangsgrößen $V_{W,TL}$, $V_{W,G}$ und $V_{W,K,0}$ führt zu einer Absenkung der Abstreckung. Das Torsionsmoment hat einen

geringen und der Öffnungswinkel keinen Einfluss auf die Abstreckung. Eine Vergrößerung der Eingangsgrößen bis auf den Öffnungswinkel führt allerdings zu einer Erhöhung der Auslastung. Über das Verhältnis $V_{W,TL}$ und $V_{W,G}$ kann die Abstreckung sehr stark beeinflusst werden, während das Torsionsmoment M_R und $V_{W,G}$ hauptsächlich für eine hohe Auslastung sorgt. Eine Veränderung der Eingangsgrößen zur Absenkung der Auslastung führt zwangsläufig zu einer Erhöhung der Abstreckung, welche allerdings aufgrund fester Restriktionen ($a_{W,A} \leq 0,92$) nicht möglich ist.

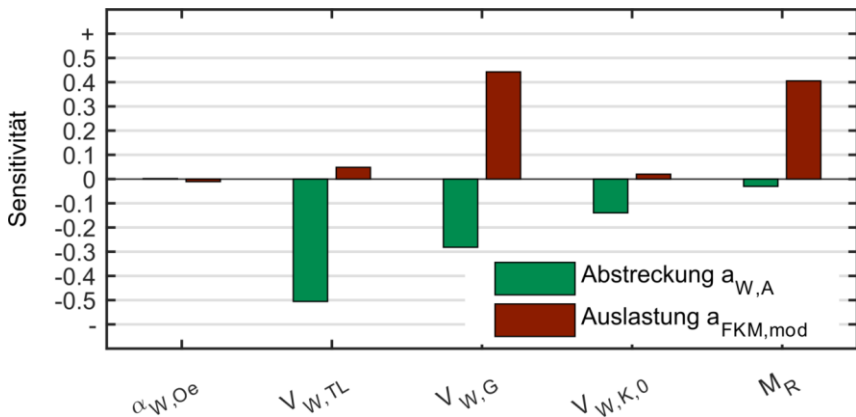


Abb. 97: Sensitivitätsdiagramm für die Profilgröße 95x2,5x18 am Optimum.

Ein steigender Öffnungswinkel, das heißt ein flacher werdender Übergang zwischen Flanke und Ellipse, führt nach diesem Diagramm zu keiner gesteigerten Auslastung oder deutlich fallenden Abstreckung. Der Öffnungswinkel strebt daher in den Iterationen gegen den Maximalwert, der in Gl. (8.38) zur Minimierung des Verschleißes definiert wurde. Der Einfluss des Öffnungswinkels ist sowohl auf die Abstreckung als auch auf die Auslastung zum Teil so gering, dass die Iterationsschritte vorab konvergieren. Die optimalen Öffnungswinkel liegen in Ausnahmefällen zwar sehr nah ($< 1^\circ$), aber nicht direkt auf den Grenzen, vgl. Abb. 88. Die festgelegte Grenze kann daher im Rahmen dieser Arbeit als Optimum betrachtet und berechnet werden.

$$\alpha_{W,Oe, BR} = V_{W,TL, BR} \cdot \frac{360^\circ}{z_{Br}} + 16^\circ \quad (8.51)$$

Erkenntnisse aus den Verläufen der veränderlichen Eingangsgrößen:

- $M_{R,BR}$: Der Außendurchmesser D_R bestimmt hauptsächlich das übertragbare Torsionsmoment. Steigende Wanddicken t_R führen bei größeren Durchmessern D_R zu größeren übertragbaren Torsionsmomenten. Bei kleineren Durchmessern D_R ist der Einfluss der Wanddicke t_R geringer.
- z_{BR} : Die maximalen übertragbaren Torsionsmomente liegen bei benachbarten Mitnehmerzahlen bei gleichen Ausgangsrohrgrößen wertemäßig sehr nahe zusammen. Es konnten gemeinsame Mitnehmerzahlen z_{BR} in Abhängigkeit des Außendurchmessers D_R , aber unabhängig von der Wanddicke t_R definiert werden.
- $V_{W,G,BR}$: Die Tiefe des Mitnehmers nimmt nicht proportional zum Durchmesser D_R zu, weshalb das Verhältnis zwischen Fußgrunddurchmesser und Bezugsdurchmesser D_R steigt. Der Grund dafür ist, dass über die Baureihe die Übergangstiefe $t_{W,R,K,1}$ konstant und die Flankentiefe $t_{W,Tr}$ im Vergleich zum Durchmesserzuwachs nahezu konstant bleiben. Die Ellipsenausrundung ist bezogen auf den Durchmesserzuwachs ebenfalls nicht tief ausgeprägt.
- $V_{W,TL,BR}$: Große Durchmesser D_R und kleine Wanddicken t_R führen tendenziell zu größeren Teilungsverhältnissen und damit zu größeren Mitnehmerlücken.
- $V_{W,K,0,BR}$: Das Verhältnis des Innenradius des Kopfes steigt mit zunehmendem Bezugsdurchmesser D_R und Wanddicke t_R an, sodass auch der Kopfausrundungsradius von ca. 0,6 mm bis etwa 3,5 mm ansteigt.
- $\alpha_{W,Oe,BR}$: Der Öffnungswinkel hat einen untergeordneten Einfluss auf die Abstreckung und das übertragbare Torsionsmoment, beeinflusst aber den Flankenverschleiß. Es wird daher aus den Erfahrungen der Langzeitversuche des Referenzprofils ein zulässiger Maximalwert berechnet, bei dem ein ähnlich geringer Verschleiß zu erwarten ist. Der Öffnungswinkel lässt sich aus dem Teilungsverhältnis $V_{W,TL,BR}$ und der Mitnehmerzahl z_{BR} berechnen.

8.17 Ableitung beschreibender Geometriegrößen

In Kap. 8.16 wurden auf Basis der dreizehn berechneten Designvarianten Regressionsmodelle erstellt, um in Abhängigkeit der Rohrgröße D_R und der Wanddicke t_R das übertragbare Torsionsmoment $M_{R,BR}$ und die Mitnehmerzahl z_{BR} zu bestimmen. Das übertragbare Torsionsmoment kann sehr genau geschätzt werden. Für die Mitnehmerzahl kann ebenfalls ein Zusammenhang aufgestellt werden. Mit diesen Informationen können bereits in einer Vorauslegung eine passende Rohrgröße und eine passende Mitnehmerzahl festgelegt werden. Für die Optimierung der Geometriegrößen bei abweichenden Anforderungen sollten eigene Variantenberechnungen analog zu Kap. 8.11 erfolgen. Ist dies nicht möglich, so kann der Anwender auf vorgegebene Richtwerte zurückgreifen, die in diesem Kapitel bestimmt werden. Ermittelt werden die Kennwerte für die nach Abb. 70 umformbaren Rohre in den Größenabstufungen nach DIN EN 10305-2 (86). Bestimmt werden die Zwischenwerte über die Polynome mit vollständigem Koeffizienten-Satz, siehe Anhang A18. Die Abb. 98 zeigt ein Berechnungsschema für die Geometrieparameter. Für eine praxisnahe Verwendung müssen die Werte gerundet werden. Der Öffnungswinkel und das Torsionsmoment werden hin zur sicheren Auslegung bzgl. Verschleiß und Beanspruchbarkeit ganzzahlig abgerundet, während die anderen Größen aufgerundet werden. Die Mitnehmerzahlen werden auf geradzahlige Werte aufgerundet.

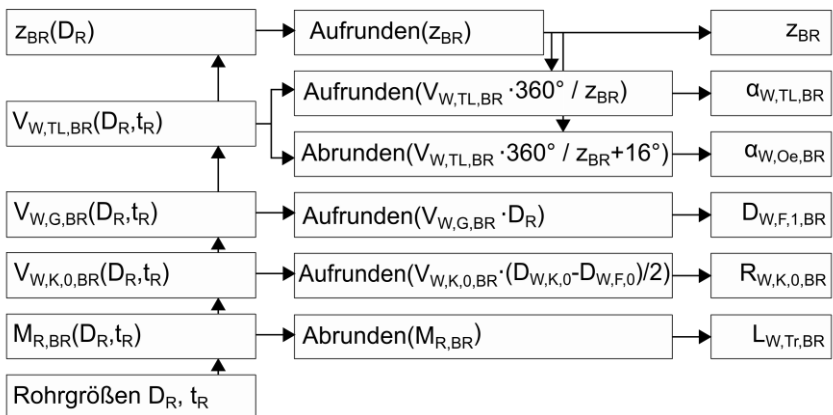


Abb. 98: Berechnungsablauf zur Bestimmung der Geometriegrößen.

Für den Teilungswinkel sind ganzzahlige Angaben zu ungenau, weshalb dieser auf $0,1^\circ$ genau angegeben wird. Die Längenangaben sind auf $1/100$ mm gerundet. Die Rundungen erfolgen so, dass möglichst wenig Material verwendet wird und die Abstreckung so möglichst unter $0,92$ bleibt. Erwartungsgemäß werden die berechneten Lösungen bedingt durch Rundungsfehler, Iterationsschritte und Vereinfachungen vom Idealfall (Abstreckung $a_{W,A} = 0,92$, Auslastung $a_{FKM,mod} = 100\%$) abweichen. Es werden die Geometrien mit gerundeten Eingangsgrößen mittels FEM nachberechnet. In Abb. 99 ist die prozentuale Abweichung vom Idealfall angegeben. Diese liegt sowohl für die anvisierte Abstreckung von $0,92$ als auch für die Auslastung von 100% bei größeren Außendurchmessern und größeren Wanddicken nahezu unter 1% . Bei den kleinsten Wanddicken ($1,5$ mm und $1,8$ mm) kommt es hingegen insbesondere bei der dynamischen Auslastung zu Abweichungen bis zu 19% . Der Grund dafür ist der empfindliche Einfluss der gerundeten Größen insbesondere bei kleinen Bezugsgrößen.

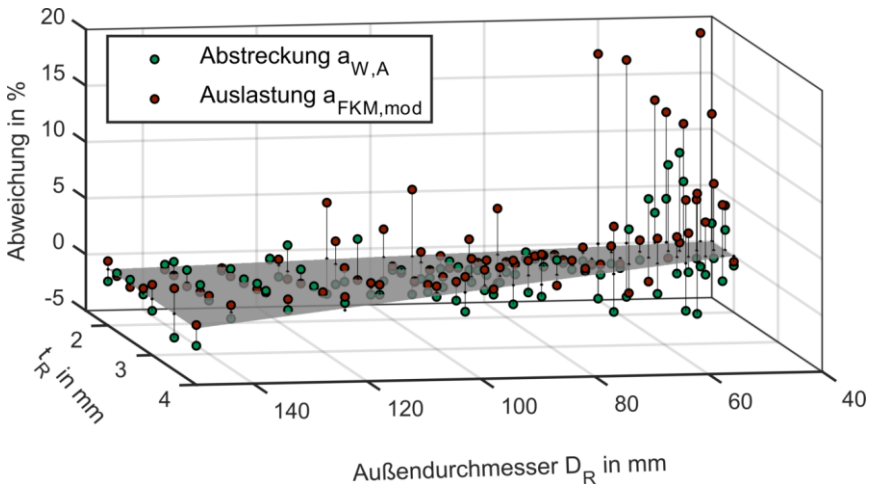


Abb. 99: Abweichung bei rechnerischer Vorgabe des Torsionsmomentes $M_{R,BR}$.

Ein Materialüberschuss liegt bei Geometrien vor, deren Abstreckung unterhalb von 0% liegt. Der Materialüberschuss kann durch einen angepassten Winkel $\alpha_{W,Z}$, siehe Kap. 8.5, kompensiert werden. Hinzufügen ist, dass es sich bei dem Wert

0,92 um einen Erfahrungswert bei der Auslegung handelt. Somit sind auch Profile mit höheren Abstreckungswerten fertigbar. Hohe positive Auslastungsabweichungen führen hingegen zu positiven und damit unsicheren Auslegungen der Profile. Eine Vorgabe eines über alle Größen gleich großen Sicherheitsfaktors würde das Potential der meisten Größen deutlich verschlechtern. In Hinblick auf Abb. 97 kann die Annahme getroffen werden, dass die Auslastung durch eine Reduzierung des Torsionsmomentes ohne Veränderung der Geometrie absenkbar ist. Es wird daher bei jedem Punkt aus Abb. 99 das Torsionsmoment $M_{R,BR}$ durch die Auslastung $a_{FKM,mod}$ geteilt.

$$M_{R,BR,mod} = \frac{M_{R,BR}}{a_{FKM,mod}} \quad (8.52)$$

Die Geometrien werden mit gleichen Größen aber mit angepasstem Torsionsmoment mit FEM neu berechnet. Durch manuelle geringfügige Anpassung des inneren Fußausrundungsradius an wenigen Designpunkten kann die Abstreckung signifikant verringert werden, sodass sich das Diagramm Abb. 100 für die Abweichung ergibt und somit eine finale Auslegungsrichtlinie entwickelt werden kann.

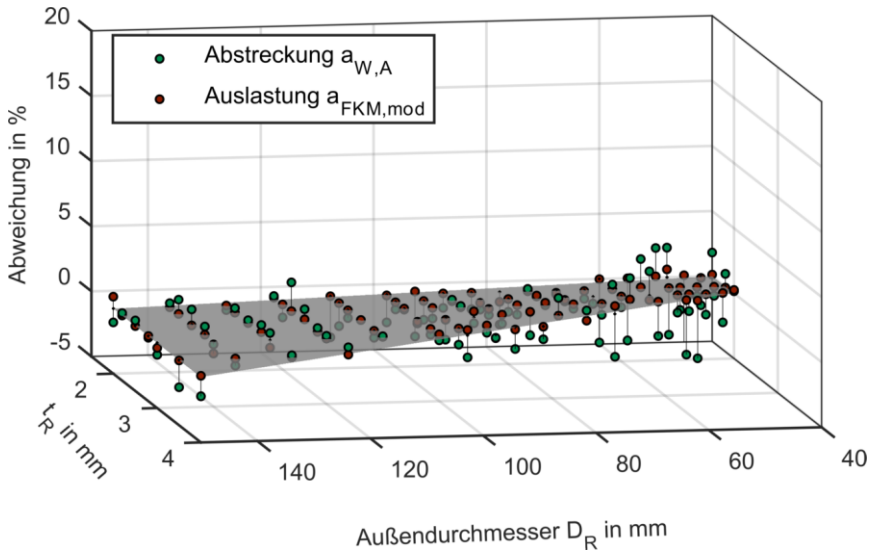


Abb. 100: Abweichung bei auslastungsangepasster Vorgabe des Torsionsmomentes $M_{R,BR}$.

9 Auslegungsrichtlinie für dünnwandige Profilwellen

Die in diesem Kapitel vorgestellte Auslegungsrichtlinie ermöglicht dem Anwender, dünnwandige Profilwellen auszulegen. Die in dieser Arbeit entwickelten Prototypen wurden mit dem GROB-Verfahren hergestellt und die Torsionsmomentübertragbarkeit (wechselnd, langezeitfest) wurde experimentell nachgewiesen. Über ein FEM-Modell wurde eine Baureihe entwickelt, die als Basis für diese Auslegungsrichtlinie gilt. Die Profilwellen sind zwar in der vorliegenden Form numerisch abgesichert, dennoch sollten von den hier vorgestellten Profilformen abweichende Profile mit zusätzlichen FEM-Berechnungen und experimentellen Versuchen abgesichert werden.

Für ein besseres Verständnis werden die für die Auslegung benötigten Gleichungen und Abbildungen erneut aufgeführt. Zur Auslegung dünnwandiger Profilwellen wird folgendermaßen vorgegangen:

- Überprüfung der Voraussetzungen nach Kap. 9.1
- Festigkeitsnachweis nach Kap. 9.2
- Bildung der Geometrieform nach Kap. 9.3

9.1 Anwendungsbereich

Die Auslegungsrichtlinie ist auf folgende Randbedingungen begrenzt:

- Ausschließliche Torsionsmomentbelastung
- Keine Berücksichtigung von Teilungsabweichungen
- Gleichmäßige Flächenpressung über die Flanken (Rilsanschicht)
- Langzeitfeste Auslegung ($5 \cdot 10^6$ Lastwechsel)
- Berücksichtigung eines axial konstanten Wellenquerschnittes
- Umformparameter über die Baureihe konstant
- Stahlwerkstoffe ohne Berücksichtigung von Plastizität
- Geometrieform ist vorgeben

Sind weiterführende Anforderungen an die Profilform notwendig, so kann diese Arbeit zur Abschätzung möglicher Geometrie Größen dienen.

9.2 Festigkeitsnachweis mit Form- und Kerbwirkungszahlen

Dem Anwender ist in der Regel ein gefordertes Torsionsmoment M_R bekannt, welches betriebssicher übertragen werden soll. Mit dem in diesem Vorhaben verwendeten Material C22 können abhängig von den Rohrabmessungen D_R und t_R Torsionsmomente nach Tab. 43 übertragen werden. Für Stahlmaterialien mit höheren Zugfestigkeiten als $R_m = 564 \text{ MPa}$ sind unter Voraussetzung eines ideal-elastischen Materialmodels proportional höhere Torsionsmomente zu erwarten.

Tab. 43: Torsionsmoment $M_{R,BR,mod}$ für die Baureihe, D_R und t_R in mm.

$D_R \downarrow t_R \rightarrow$	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,8	3,0	3,5	4,0
40	290	300	314	-	-	-	-	-	-
42	320	338	354	-	-	-	-	-	-
45	370	396	418	-	-	-	-	-	-
48	424	460	488	520	-	-	-	-	-
50	462	504	538	574	-	-	-	-	-
55	564	626	672	718	-	-	-	-	-
60	678	760	820	880	-	-	-	-	-
65	-	908	982	1058	1168	-	-	-	-
70	-	1068	1158	1250	1386	-	-	-	-
75	-	1240	1350	1458	1620	-	-	-	-
80	-	1426	1554	1682	1872	2050	-	-	-
85	-	1626	1772	1922	2142	2350	-	-	-
90	-	1836	2006	2176	2428	2668	2818	-	-
95	-	2060	2252	2446	2732	3006	3178	-	-
100	-	2296	2514	2732	3054	3364	3560	-	-
110	-	2806	3076	3346	3748	4136	4386	-	-
120	-	3366	3694	4022	4510	4986	5292	6000	-
130	-	-	4364	4756	5340	5910	6278	7144	-
140	-	-	5088	5550	6236	6910	7346	8380	-
150	-	-	5866	6402	7198	7982	8494	9712	10816
Angaben ohne zusätzliche Sicherheiten, $P_{\bar{u}} = 97,5 \%$, $R = -1$, $5 \cdot 10^6$ Lastw.									

Tab. 43 kann zur Vorauslegung genutzt werden, um unter Berücksichtigung eigener Sicherheiten passende Rohrdimensionen festzulegen, um mit diesen einen Festigkeitsnachweis durchzuführen. Die Auslegung der Profilwellen ist an das Vorgehen des statischen Festigkeitsnachweises und des Ermüdungsfestigkeitsnachweises mit Nennspannungen nach der FKM-Richtlinie (25) angelehnt:

Schritt 1: Materialkennwerte

Liegen die Werte des Zugversuches aus der Zugprüfung eines Rohrzeugnisses vor, so können diese als Halbzeug-Normwerte ($R_{m,N}$, $R_{p,N}$) angesehen werden. Werte und Berechnungen für die technologischen Größenfaktoren $K_{d,m}$ und den Anisotropiefaktor K_A sind in der FKM-Richtlinie zu finden und können als 1 angenommen werden, sodass die mittels Zugversuchen an Rohren in vorliegenden Dimensionen ermittelten Materialkennwerte verwendet werden können.

$$\begin{aligned} R_m &= K_{d,m} \cdot K_A \cdot R_{m,N} \rightarrow R_m = R_{m,N} \\ R_p &= K_{d,m} \cdot K_A \cdot R_{p,N} \rightarrow R_p = R_{p,N} \end{aligned} \quad (9.1)$$

Für den statischen Nachweis kann eine Schubfestigkeit $T_{SK,t}$ über den Schubfestigkeitsfaktor f_t für Stahl berechnet werden.

$$T_{SK,t} = f_t \cdot R_p \text{ mit } f_t = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (9.2)$$

Für den Ermüdungsfestigkeitsnachweis ergibt sich somit eine Werkstoffwechselfestigkeit für Schub $\tau_{W,s}$.

$$\tau_{W,s} = f_{W,T} \cdot f_{W,\sigma} \cdot R_m \text{ mit } f_{W,\sigma} = 0,45 \text{ und } f_{W,T} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (9.3)$$

Der Zugdruckwechselfestigkeitsfaktor $f_{W,\sigma}$ kann mit 0,45 und der dynamische Schubwechselfestigkeitsfaktor $f_{W,T}$ für Stahl mit 0,577 angenommen werden.

Schritt 2: Statischer Nachweis

Sind die Rohrabmessungen D_R und t_R nach einer Vorauslegung bekannt, so kann das polare Widerstandsmoment $W_{p,R}$ des Rohres bestimmt werden:

$$W_{p,R} = \frac{\pi}{16} \cdot \left(\frac{D_R^4 - (D_R - 2 \cdot t_R)^4}{D_R} \right) \quad (9.4)$$

Daraus ergibt sich bei vorgegebenem Torsionsmoment M_R über folgende Gleichung eine Schubspannung τ_R im ungestörten, nicht profilierten Ausgangsrohr:

$$\tau_R = M_R / W_{p,R} \quad (9.5)$$

Mit Hilfe der Formzahlen $K_{t,T} = f(D_R, t_R)$ nach Tab. 44 kann auf die erhöhte Schubspannung τ_P im profiliertem Rohr zurückgerechnet werden.

$$\tau_P = \tau_R \cdot K_{t,T} \quad (9.6)$$

Tab. 44: Formzahlen $K_{t,r}$ für die Baureihe, D_R und t_R in mm.

$D_R \backslash t_R \rightarrow$	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,8	3,0	3,5	4,0
40	1,78	1,93	1,88	-	-	-	-	-	-
42	1,91	1,91	1,93	-	-	-	-	-	-
45	2,00	1,83	1,86	-	-	-	-	-	-
48	1,88	1,81	1,81	1,91	-	-	-	-	-
50	1,85	1,85	1,79	1,87	-	-	-	-	-
55	1,92	1,72	1,75	1,80	-	-	-	-	-
60	1,91	1,70	1,75	1,73	-	-	-	-	-
65	-	1,71	1,73	1,75	1,85	-	-	-	-
70	-	1,68	1,72	1,75	1,75	-	-	-	-
75	-	1,66	1,71	1,74	1,73	-	-	-	-
80	-	1,74	1,69	1,71	1,74	1,72	-	-	-
85	-	1,68	1,68	1,70	1,72	1,73	-	-	-
90	-	1,64	1,63	1,68	1,72	1,72	1,71	-	-
95	-	1,75	1,68	1,67	1,65	1,70	1,68	-	-
100	-	1,69	1,65	1,65	1,68	1,69	1,67	-	-
110	-	1,72	1,69	1,68	1,62	1,65	1,69	-	-
120	-	1,62	1,63	1,58	1,61	1,65	1,65	1,58	-
130	-	-	1,62	1,62	1,60	1,60	1,61	1,58	-
140	-	-	1,61	1,61	1,60	1,60	1,62	1,62	-
150	-	-	1,65	1,64	1,64	1,66	1,67	1,71	1,70

Für einen statischen Nachweis sollte sich eine Auslastung gegen Torsion $a_{SK,t}$ kleiner als 1 unter Berücksichtigung eines Gesamtsicherheitsfaktors j_{ges} ergeben. Die Sicherheit ist dabei in Abhängigkeit der Anwendung selbst festzulegen. In der Regel liegt dabei die statische Auslastung $a_{SK,t}$ deutlich unter der dynamischen Auslastung.

$$a_{SK,t} = \left| \frac{T_P \cdot j_{ges}}{T_{SK,t}} \right| \leq 1 \quad (9.7)$$

Schritt 3: Konstruktionsfaktor für den Ermüdungsfestigkeitsnachweis

Mit dem Konstruktionsfaktor $K_{WK,t}$ werden die Kerbwirkung $K_{f,t}$, der Oberflächeneinfluss über den Rauheitsfaktor K_R , die Randschicht K_V und ggf. eine Schutzschicht K_S berücksichtigt.

$$K_{WK,t} = \left(K_{f,t} + \frac{1}{K_R} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_V \cdot K_S} \quad (9.8)$$

Die Rilsanschicht befindet sich in der Nabe. Da keine Schutzschicht bei der Welle vorliegt, kann $K_S = 1$ angenommen werden. Eine Festlegung der Kaltverfestigung der Randschicht ist für die Profilform aufgrund möglicher Eigenspannungen noch nicht gesichert möglich. Die möglicherweise schädlichen Eigenspannungen wurden in den Variantenberechnungen mit einer zusätzlichen Sicherheit von 1,2 berücksichtigt. In der jetzigen Ausführung, ohne weiteren Abbau der Eigenspannungen z. B. durch eine Wärmebehandlung, ist von einem dem Sicherheitsfaktor reziprok entsprechenden Kaltverfestigungsfaktor von $K_V = 0,8333$ oder kleiner auszugehen. Die Formzahlen gelten daher nur bei einer Berücksichtigung von $K_V = 0,8333$. In der Baureihenentwicklung wurde mit einer Oberflächenrauheit von $R_z = 2 \mu\text{m}$ und einer Zugfestigkeit von $R_m = 564 \text{ MPa}$ gerechnet. Die in Tab. 45 angegebenen Kerbwirkungszahlen sind auf einen Rauheitsfaktor $K_R = 1$ umgerechnet, sodass abweichende Materialkennwerte oder Rauheiten berücksichtigt werden können.

$$K_R = 1 - f_{W,T} \cdot a_{R,\sigma} \cdot \log\left(\frac{R_z}{\mu\text{m}}\right) \cdot \log\left(\frac{2 \cdot R_m}{R_{m,N,\min}}\right)$$

mit $R_{m,N,\min} = 400 \text{ MPa}$ (9.9)

mit $f_{W,T} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

mit $a_{R,\sigma} = 0,22$ für Stahl

Die Kerbwirkungszahlen ergeben sich aus folgender Tabelle:

Tab. 45: Kerbwirkungszahlen $K_{t,t}$ für die Baureihe bei $K_V \leq 0,8333$, D_R , t_R in mm.

$D_R \backslash t_R \rightarrow$	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,8	3,0	3,5	4,0
40	1,56	1,66	1,63	-	-	-	-	-	-
42	1,67	1,66	1,71	-	-	-	-	-	-
45	1,73	1,62	1,65	-	-	-	-	-	-
48	1,61	1,59	1,61	1,69	-	-	-	-	-
50	1,59	1,61	1,58	1,66	-	-	-	-	-
55	1,64	1,48	1,52	1,58	-	-	-	-	-
60	1,63	1,47	1,49	1,48	-	-	-	-	-
65	-	1,46	1,48	1,50	1,56	-	-	-	-
70	-	1,44	1,47	1,49	1,51	-	-	-	-
75	-	1,43	1,46	1,48	1,48	-	-	-	-
80	-	1,50	1,44	1,46	1,48	1,52	-	-	-
85	-	1,44	1,44	1,45	1,47	1,49	-	-	-
90	-	1,41	1,42	1,44	1,46	1,47	1,48	-	-
95	-	1,48	1,43	1,43	1,46	1,46	1,48	-	-
100	-	1,44	1,41	1,42	1,43	1,45	1,46	-	-
110	-	1,47	1,44	1,43	1,42	1,44	1,44	-	-
120	-	1,39	1,41	1,40	1,41	1,43	1,43	1,47	-
130	-	-	1,40	1,40	1,41	1,42	1,44	1,46	-
140	-	-	1,39	1,40	1,40	1,41	1,44	1,44	-
150	-	-	1,39	1,40	1,40	1,42	1,42	1,45	1,45

Die nahezu konstante Stützwirkung $n_{BR} = K_{t,t}/K_{t,t}$ liegt im Mittel bei 1,217, wobei der Minimalwert von 1,215 bei kleinen Durchmessern und der Maximalwert von 1,219 bei großen Durchmessern zu finden sind.

Schritt 4: Bauteilfestigkeit

Mit Hilfe von Tab. 45 und der Gl. (9.9) kann ein Konstruktionskennwert nach Gl. (9.8) berechnet werden. Daraus lässt sich ein ertragbarer Nennwert für Bauteilwechselfestigkeit bei Torsion bestimmen.

$$T_{WK,t} = \frac{T_{W,s}}{K_{WK,t}} \quad (9.10)$$

Soll ein Mittelspannungseinfluss z. B. bei schwellender Beanspruchung ($R > -1$) berücksichtigt werden, so kann dies über den Faktor $K_{AK,t}$ erfolgen. Lastkollektive oder Zeitfestigkeitsnachweise können über den Betriebsfestigkeitsfaktor $K_{BK,t}$ berücksichtigt werden. Die Bestimmung erfolgt nach den Vorgaben der FKM-Richtlinie (25):

$$T_{BK,t} = T_{WK,t} \cdot K_{AK,t} \cdot K_{BK,t} \quad (9.11)$$

Geringere Lastwechselzahlen, höhere Zugfestigkeiten und Belastungsarten mit $R > -1$ ermöglichen eine Steigerung des übertragbaren Torsionsmomentes. Da die Geometrieformen allerdings gleich bleiben, wächst die Flankenlänge nicht mit. Dies führt zu einer höheren mittleren Flächenpressung, welche unter Umständen einen Flankenverschleiß begünstigt. Die mittlere Flächenpressung kann mit Hilfe der Gl. (8.17) geschätzt werden. Sind die Flächenpressungen oder ein experimentell ermittelter Verschleiß zu hoch, so kann die Flanke verlängert werden. Dadurch entstehen jedoch tiefere Fußgrunddurchmesser oder flachere Ellipsen. Durch die höhere Kerbwirkung sind geringere Tragfähigkeiten zu erwarten. Für die Geometriegrößen nach Tab. 50 mit Mindestlänge $L_{W,Tr} = 0,5 \text{ mm}$ sind noch nutzbare Reserven bezüglich der Flächenpressung vorhanden.

Schritt 5: Sicherheit und Nachweis

Aus dem Last-Sicherheitsfaktor j_S und dem Materialsicherheitsfaktor j_F wird ein Gesamtsicherheitsfaktor j_D gebildet.

$$j_D = j_S \cdot j_F \quad (9.12)$$

Die FKM-Richtlinie (25) gibt je nach Anwendungsfall, Schadensfolge und Möglichkeit der Fehlererkennung verschiedene Sicherheitswerte vor. Die in dieser Arbeit bestimmten Kerbwirkungszahlen sind ohne Sicherheiten angegeben. Die Ergebnisse bauen auf experimentellen und numerischen Versuchen auf, welche streuende Werte aufweisen. Die Mindestsicherheit von $j_D = 1,2$ sollte daher auf keinen Fall unterschritten werden. Die Wahl dieser Sicherheit liegt hierbei immer im Ermessen des Anwenders, der eine Auslegung mit eigenen Simulationen und Versuchen absichern sollte. Ist die Gesamtsicherheit bestimmt, so kann eine zyklische Auslastung bestimmt werden.

$$a_{BK,t} = \left| \frac{T_a \cdot j_D}{T_{BK,t}} \right| \leq 1 \quad (9.13)$$

T_a ist die im Bauteil zu erwartende Schubspannungsamplitude. Im Fall der wechselnden, langzeitfesten Beanspruchung gilt $T_a = T_R$. Ist der Nachweis für die Rohrgröße erfüllt, kann die Geometrieform gebildet werden.

Tab. 46: Mitnehmerzahlen z für die Baureihe, D_R und t_R in mm.

$D_R \downarrow t_R \rightarrow$	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,8	3,0	3,5	4,0
40	12	12	12	-	-	-	-	-	-
42	14	14	14	-	-	-	-	-	-
45	14	14	14	-	-	-	-	-	-
48	14	14	14	14	-	-	-	-	-
50	14	14	14	14	-	-	-	-	-
55	14	14	14	14	-	-	-	-	-
60	14	14	14	14	-	-	-	-	-
65	-	14	14	14	14	-	-	-	-
70	-	14	14	14	14	-	-	-	-
75	-	14	14	14	14	-	-	-	-
80	-	16	16	16	16	16	-	-	-
85	-	16	16	16	16	16	-	-	-
90	-	16	16	16	16	16	16	-	-
95	-	18	18	18	18	18	18	-	-
100	-	18	18	18	18	18	18	-	-
110	-	20	20	20	20	20	20	-	-
120	-	20	20	20	20	20	20	20	-
130	-	-	22	22	22	22	22	22	-
140	-	-	24	24	24	24	24	24	-
150	-	-	26	26	26	26	26	26	26

Zur Bildung der Geometrie werden die in Tab. 47 angegebenen Größen benötigt, welche auf den Erfahrungen aus der Herstellung nach dem GROB-Verfahren resultieren.

Tab. 47: Zusammenfassung der Konstanten für die Baureihe.

Bezeichnung	Angepasstes Maß		
Spiel des Walzdorns	s_{D_0}	0,100	mm
Rückfederung am Dorn	f_{D_0}	0,050	mm
Abstreckung Wanddicke Kopf	$a_{W,K}$	0,889	-
Abstreckung Wanddicke Fuß	$a_{W,F}$	0,745	-
Höhe der Zentrierung	$t_{W,Z}$	0,150	mm
Übergangsradius der Zentrierung	$R_{W,Z}$	1,500	mm
Sehnenlänge der Zentrierung	$L_{W,Z}$	0,200	mm
Winkel Innenkontur	$\alpha_{W,Z}$	45,00	°
Übergangstiefe	$t_{W,R,K,1}$	0,445	mm

Der maximale Durchmesser des Dornes D_{D_0} ergibt sich.

$$D_{D_0} = D_R - 2 \cdot t_R - 2 \cdot s_{D_0} \quad (9.15)$$

Der Innendurchmesser des Kopfes $D_{W,K,0}$ ergibt sich.

$$D_{W,K,0} = D_{D_0} + 2 \cdot f_{D_0} \quad (9.16)$$

Aus den Abstreckungsfaktoren $a_{W,K}$ und $a_{W,F}$ lassen sich die Wanddicken am Kopf $t_{W,K}$ und am Fuß $t_{W,F}$ bestimmen.

$$t_{W,K} = a_{W,K} \cdot t_R \quad (9.17)$$

$$t_{W,F} = a_{W,F} \cdot t_R \quad (9.18)$$

Der Außendurchmesser des Kopfes mit Zentrierung $D_{W,K,Z}$ ergibt sich.

$$D_{W,K,Z} = D_{W,K,0} + 2 \cdot t_{W,K} \quad (9.19)$$

Der Außendurchmesser des Kopfes ohne Zentrierung $D_{W,K,1}$ ergibt sich.

$$D_{W,K,1} = D_{W,K,0} + 2 \cdot t_{W,K} - 2 \cdot t_{W,Z} \quad (9.20)$$

Der maximale Flankendurchmesser $D_{W,Fl,max}$ ergibt sich.

$$D_{W,Fl,max} = D_{W,K,1} - 2 \cdot t_{W,R,K,1} \quad (9.21)$$

Für die Berechnung von $t_{W,Tr}$ wird der Winkel $\alpha_{W,F}$ benötigt, welcher sich aus den Winkeln $\alpha_{W,Oe}$ aus Tab. 48 und $\alpha_{W,TL}$ aus Tab. 49 zusammensetzt.

$$\alpha_{W,F} = \alpha_{W,Oe} - \alpha_{W,TL} \quad (9.22)$$

Tab. 48: Öffnungswinkel $\alpha_{W,Oe}$ für die Baureihe in °, D_R und t_R in mm.

$D_R \downarrow t_R \rightarrow$	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,8	3,0	3,5	4,0
40	24	23	23	-	-	-	-	-	-
42	23	22	22	-	-	-	-	-	-
45	23	22	22	-	-	-	-	-	-
48	23	23	22	22	-	-	-	-	-
50	23	23	22	22	-	-	-	-	-
55	23	23	23	22	-	-	-	-	-
60	23	23	23	23	-	-	-	-	-
65	-	23	23	23	22	-	-	-	-
70	-	23	23	23	23	-	-	-	-
75	-	23	23	23	23	-	-	-	-
80	-	22	22	22	22	21	-	-	-
85	-	22	22	22	22	22	-	-	-
90	-	23	22	22	22	22	21	-	-
95	-	22	22	21	21	21	21	-	-
100	-	22	22	21	21	21	21	-	-
110	-	21	21	21	21	20	20	-	-
120	-	21	21	21	21	20	20	20	-
130	-	-	21	20	20	20	20	20	-
140	-	-	20	20	20	20	20	19	-
150	-	-	20	20	19	19	19	19	19

$D_{\text{R1}} \downarrow r \rightarrow$	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,8	3,0	3,5	4,0
40	8,2	7,9	7,8	-	-	-	-	-	-
42	7,1	6,9	6,7	-	-	-	-	-	-
45	7,3	7,0	6,8	-	-	-	-	-	-
48	7,4	7,1	6,9	6,8	-	-	-	-	-
50	7,5	7,2	7,0	6,9	-	-	-	-	-
55	7,7	7,3	7,2	7,0	-	-	-	-	-
60	7,9	7,5	7,3	7,1	-	-	-	-	-
65	-	7,6	7,4	7,2	7,0	-	-	-	-
70	-	7,7	7,5	7,3	7,1	-	-	-	-
75	-	7,8	7,6	7,4	7,1	-	-	-	-
80	-	7,0	6,7	6,5	6,3	6,0	-	-	-
85	-	7,0	6,8	6,6	6,3	6,1	-	-	-
90	-	7,1	6,8	6,6	6,4	6,1	5,9	-	-
95	-	6,4	6,1	5,9	5,7	5,5	5,3	-	-
100	-	6,4	6,1	5,9	5,7	5,5	5,3	-	-
110	-	5,8	5,6	5,4	5,1	5,0	4,8	-	-
120	-	5,9	5,6	5,4	5,1	5,0	4,9	4,5	-
130	-	-	5,1	4,9	4,7	4,5	4,4	4,2	-
140	-	-	4,6	4,4	4,2	4,1	4,1	3,9	-
150	-	-	4,3	4,1	3,9	3,8	3,8	3,7	3,5

[illegible]

Tab. 51: Durchmesser des Fußgrundes $D_{W,F,1}$ für die Baureihe, Einheiten in mm.

$D_R \downarrow t_R \rightarrow$	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,8	3,0	3,5	4,0
40	35,54	35,44	35,34	-	-	-	-	-	-
42	37,48	37,39	37,28	-	-	-	-	-	-
45	40,40	40,31	40,21	-	-	-	-	-	-
48	43,35	43,26	43,15	43,01	-	-	-	-	-
50	45,32	45,23	45,13	44,98	-	-	-	-	-
55	50,28	50,19	50,09	49,94	-	-	-	-	-
60	55,26	55,18	55,08	54,93	-	-	-	-	-
65	-	60,20	60,10	59,95	59,65	-	-	-	-
70	-	65,22	65,13	64,99	64,69	-	-	-	-
75	-	70,26	70,17	70,03	69,74	-	-	-	-
80	-	75,29	75,21	75,08	74,79	74,40	-	-	-
85	-	80,32	80,25	80,12	79,85	79,47	-	-	-
90	-	85,35	85,28	85,16	84,90	84,54	84,24	-	-
95	-	90,37	90,31	90,20	89,95	89,60	89,31	-	-
100	-	95,38	95,32	95,22	94,99	94,66	94,39	-	-
110	-	105,37	105,33	105,24	105,05	104,76	104,51	-	-
120	-	115,34	115,31	115,24	115,08	114,84	114,63	113,95	-
130	-	-	125,29	125,24	125,11	124,92	124,75	124,20	-
140	-	-	135,32	135,28	135,18	135,04	134,92	134,51	-
150	-	-	145,46	145,43	145,36	145,27	145,19	144,94	144,59

Tab. 52: Radius der inneren Kopfausrundung $R_{W,K,0}$ für die Baureihe in mm.

$D_R \downarrow t_R \rightarrow$	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,8	3,0	3,5	4,0
40	0,87	0,74	0,94	-	-	-	-	-	-
42	1,19	0,84	1,01	-	-	-	-	-	-
45	1,63	1,00	1,10	-	-	-	-	-	-
48	1,77	1,30	1,20	1,60	-	-	-	-	-
50	1,80	1,65	1,26	1,62	-	-	-	-	-
55	2,08	1,90	1,80	1,66	-	-	-	-	-
60	2,36	1,69	1,55	1,85	-	-	-	-	-
65	-	1,87	1,67	1,74	2,44	-	-	-	-
70	-	2,03	1,78	1,77	2,31	-	-	-	-
75	-	2,16	1,89	1,82	2,20	-	-	-	-
80	-	2,28	1,98	1,86	2,11	3,07	-	-	-
85	-	2,38	2,07	1,91	2,04	2,80	-	-	-
90	-	2,46	2,15	1,96	2,01	2,58	3,39	-	-
95	-	2,52	2,22	2,02	1,99	2,42	3,07	-	-
100	-	2,57	2,29	2,08	1,99	2,29	2,80	-	-
110	-	2,62	2,40	2,22	2,10	2,16	2,46	-	-
120	-	2,58	2,48	2,40	2,30	2,18	2,31	3,54	-
130	-	-	2,50	2,49	2,39	2,31	2,33	2,95	-
140	-	-	2,41	2,55	2,58	2,51	2,46	2,64	-
150	-	-	2,16	2,49	2,70	2,68	2,62	2,49	2,86

Die Flankenlänge $L_{W,Tr}$ lässt sich mit dem Winkel $\alpha_{W,F}$ umrechnen zu einer Flankentiefe $t_{W,Tr}$.

$$t_{W,Tr} \approx L_{W,Tr} \cdot \cos \alpha_{W,F} \quad (9.23)$$

Der minimale Flankendurchmesser $D_{W,Fl,min}$ ergibt sich.

$$D_{W,Fl,min} = D_{W,K,1} - 2 \cdot (t_{W,R,K,1} + t_{W,Tr}) \quad (9.24)$$

Der mittlere Flankendurchmesser $D_{W,Fl,m}$ ergibt sich.

$$D_{W,Fl,m} = D_{W,K,1} - 2 \cdot t_{W,R,K,1} - t_{W,Tr} \quad (9.25)$$

Da der Durchmesser des Fußgrundes $D_{W,F,1}$ nach

Tab. 51 gewählt wird und die Wanddicke am Fuß $t_{W,F}$ sich nach Gl. (9.18) berechnen lässt, ergibt sich der Innendurchmesser des Fußes $D_{W,F,0}$.

$$D_{W,F,0} = D_{W,F,1} - 2 \cdot t_{W,F} \quad (9.26)$$

Mit Hilfe dieser Angaben kann eine dünnwandige Profilgeometrie erzeugt werden.

10 Eigenschaften dünnwandiger Profilwellen

Die Einsparung von Material bzw. Gewicht gegenüber herkömmlichen Zahnwellen nach DIN 5480 (1) sowie der Nachweis der Herstellbarkeit und eine betriebssichere Auslegung neuartiger dünnwandiger Profilwellen sind Ziele dieser Arbeit. In diesem Kapitel werden die Potentiale dünnwandiger Profilwellen im Vergleich zu herkömmlichen, eingesetzten Zahnwellen aus Vollwellen vorgestellt. Als Vergleichsgröße wird eine Standard-Gelenkwelle Baureihe 178 der Firma HOHN herangezogen, welche für eine Langzeitfestigkeit bei einem wechselnden Torsionsmoment von 1000 Nm ($R = -1$) aktuell verbaut wird, vgl. Abb. 103. Eine Festigkeitsberechnung der Zahnwelle nach DIN 5466 in Anhang A19 bestätigt die Herstellerangaben der Übertragungsfähigkeit. Die Vollwelle des Schiebesitzes ist mit einer Standard-Evolventen-Verzahnung nach DIN 5480 (1) ausgeführt. Der Bezugsdurchmesser beträgt 38 mm bei einem Modul von 2 mm.

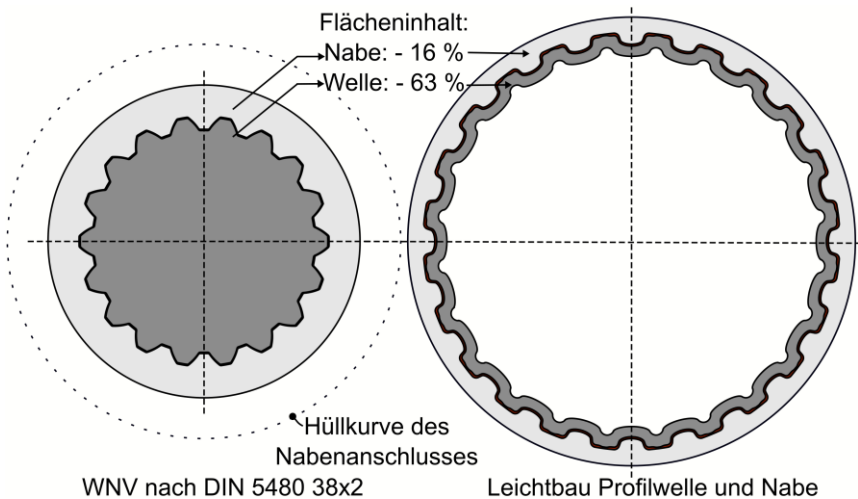


Abb. 102: Geometrievergleich der konventionellen Zahnwellenverbindung mit der entwickelten Leichtbaugelenkwelle.

Verglichen werden im ersten Schritt nur die Querschnittsflächen bei gleichem Werkstoff und Überdeckungsängen. Die dünnwandige Profilwelle benötigt einen etwas größeren radialen Bauraum (68 mm Nabenaußendurchmesser) als die konventionelle Verbindung (60 mm Nabenaußendurchmesser). In der Regel ist die radiale Baugröße von Gelenkwellen durch die radial größere Hüllkurve der

Gelenkgabeln bestimmt. Oftmals ist der Bauraum zwischen den Gabeln frei, so dass durch die dünnwandigen Profilwellen nur der verfügbare Bauraum besser ausgenutzt wird. Anhand Tab. 53 ist zu erkennen, dass in der neuen dünnwandigen Ausführung der Verbindung sowohl die Querschnittsflächen der Nabe als auch der Welle deutlich reduziert werden konnte.

Tab. 53: Gegenüberstellung der Verbindungen bzgl. der Querschnittsflächen.

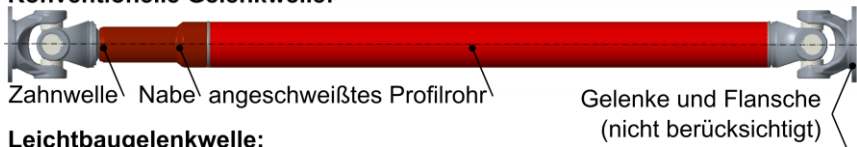
	Konv. Bauweise	Leichtbau- weise	in	Unter- schied
Welle:				
Außendurchmesser (max.)	37,6	62,9	mm	
Innendurchmesser (min.)	-	56,1	mm	
Querschnittsfläche (CAD)	1002	370	mm ²	- 63 %
Nabe:				
Außendurchmesser (max.)	47,4	68,0	mm	
Innendurchmesser (min.)	34	59,4	mm	
Querschnittsfläche (CAD)	740	625	mm ²	- 16 %
In Überdeckung:				
Querschnittsfläche	1742	995	mm ²	- 45 %

Die Querschnittsfläche der Welle konnte um 63 % reduziert werden. Die nicht optimierte Nabe benötigt 16 % weniger Querschnittsfläche. Überdecken sich Welle und Nabe, so ergibt sich eine Flächeneinsparung von 45 %. Selbst bei einer ausgebohrten Hohlwelle ($d_i = 1/3 \cdot d_B$) nach DIN 5480 ist mit einer Einsparung der Querschnittsfläche von über 50 % zu rechnen. Durch dünnwandige Profilwellen können somit sehr deutliche Einsparungseffekte erzielt werden.

Durch die feste Definition einer auf den Bezugsdurchmesser bezogene Überdeckungslänge ($L_{W,\dot{U}} = 1,6 \cdot d_B$) ergibt sich für die dünnwandige Profilwelle eine deutlich längere Überdeckungslänge und damit eine längere Nabe. Obwohl die Überdeckungslänge, bei der sich Welle und Nabe überschneiden, um 1,67-fach länger ist, liegt das Verbindungsgewicht bei Annahme gleicher Materialdichten um fast 8 % unter dem der kürzen, konventionellen Verbindung. Der prozentuale Gewichtsvorteil verstärkt sich, wenn die Welle- und Nabenkonturen außerhalb der Verbindung weitergeführt werden können, z. B. durch länger umgeformte Profilwellen oder durch einen Auslauf in das Verbindungsrohr.

Für einen Vergleich wird eine Antriebswelle mit zusammengeschobener Längenausgleich mit einem Gelenkabstand von einem Meter ohne Berücksichtigung der Anschlussflansche wie Gelenkgabeln und Abdichtungen berücksichtigt. Konventionelle Konzepte sehen eine an ein Rohr angeschweißte Nabenhülse vor. Bei der Leichtbaugelenkwelle kann im Sinne des Fertigungsleichtbaus das Rohr direkt profiliert werden. Somit können Nabenhülse und Rohr durch ein Bauteil substituiert werden und eine aufgrund des Wärmeverzug für die Wuchtgüte kritische Schweißnaht und damit eine Auswuchtung entfallen, siehe Abb. 103.

Konventionelle Gelenkwelle:



Leichtbaugelenkwelle:

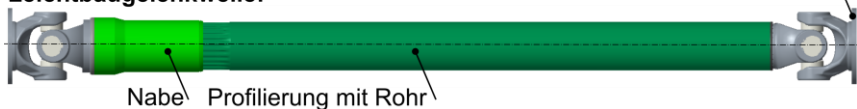


Abb. 103: Konventionelle und leichtbauende Gelenkwelle.

Aus den in Tab. 54 aufgeführten Massen der Einzelbauteile ergibt sich im Bereich zwischen den Gabeln eine Gewichtsreduzierung von 37 %.

Tab. 54: Massenvergleich zwischen konv. und leichtbauender Gelenkwelle

Bauweise	Konventionell	Leichtbau	in	Unterschied
Nabe	1,23	0,84	kg	
Welle	1,31	2,71	kg	
Rohr	3,10		kg	
Summe	5,64	3,55	kg	-37 %

Unter der Ausnutzung des radialen Bauraumes, der in der Regel durch die Gelenkgabeln bestimmt wird, können dünnwandige Profilwellen zu einer erheblichen Gewichts- und Materialeinsparung führen. Mit dem größeren Außendurchmesser bei geringerem Gewicht ergeben sich weitere Vorteile. Bedingt durch den größeren Durchmesser können bei konstanter Last die Flächenpressungen und somit der Verschleiß reduziert werden. Der größere Außendurchmesser führt zu einer besseren Zentrierbarkeit zwischen Welle und Nabe. Eine

Verringerung der Knickspiele und eine Steigerung der Wuchtgüte sind zu erwarten. Diese müssen aber noch experimentell bestätigt werden. Durch den größeren Durchmesser ist weiterhin eine Erhöhung der biegekritischen Drehzahl zu erwarten. Dadurch können längere Gelenkwellen ohne zusätzliche Stützlagerung gebaut werden. Geringerer Materialeinsatz erfordert darüber hinaus weniger Energie bei der Herstellung. Durch geringere Massen beschleunigen Maschinen schneller, sodass auch der Betrieb insgesamt energieeffizienter wird.

11 Ausblick für weitere Forschungsansätze

Mit der hier vorgestellten Auslegungsmethode wurde eine Grundlage zur Auslegung für, auf die jeweiligen Anforderungen angepassten, Verzahnungsformen entwickelt. Mit neuen und weiterentwickelten Fertigungsverfahren, etwa mit individuell festlegbaren Umformgeometrien der Walzen, kann von bestehenden Verzahnungsnormen und dem bisher meist eingesetzten Evolventenprofil abgewichen werden. Aus dieser Arbeit können auch ohne Variantenberechnungen wesentliche Gestaltungshinweise zur Tragfähigkeitssteigerung von Profilwellen entnommen werden. Optimale Auslastungen auch in Hinblick auf sehr individuelle Anforderungen sind aufgrund komplexer Zusammenhänge zwischen Profilgestaltung, Umformung und Materialeigenschaften sowohl bei konventionellen Zahnwellen als auch bei dünnwandigen Profilwellen nicht mehr auf Basis einfacher Rechnungen zu erreichen.

Das vorgestellte Verfahren kann grundsätzlich zur Auslegung von Verzahnungsformen in Unabhängigkeit der Dünnwandigkeit angewendet werden. Die Festlegung optimaler Exzentrizität in Trochoidenverbindungen, die Geometrieoptimierung von Rändern sowie die Auslegung von Lamellenträgern für Getriebe oder Bremstöpfe sind nur einige mögliche Anwendungsbeispiele.

Die in dieser Arbeit vorgeschlagene Baureihe ist auf Basis von Erfahrungswerten der Firmen GROB und HOHN, Forschungsergebnissen sowie experimentellen und numerischen Untersuchungen an Prototypen entwickelt worden. Die Baureihenentwicklung stützt sich auf die Annahme, dass diese Werte für alle Baugrößen konstant sind. Für die Abschätzung des Einflusses unterschiedlicher Rohrgrößen auf die Umformbarkeit und um den Aufwand von Versuchen zu minimieren, kann auch der Einsatz von Umformsimulationen, vgl. Li et al (110), sinnvoll sein. Das Institut für Werkzeugmaschinen und Produktionsprozesse unter der Professur Virtuelle Fertigungstechnik der Technische Universität Chemnitz kann durch Umformsimulation eine eigene prototypische Fertigung von dünnwandigen Lamellenträgern beschreiben, vgl. Laue et al. (111). In einem gemeinsamen Forschungsvorhaben soll die Auslegung, die Umformung und die Herstellbarkeit weiterentwickelt werden. Erste Eigenspannungsmessungen und Schliffbilder zei-

gen, dass nur bedingt von einem homogenen und spannungsfreien Material ausgegangen werden kann. Die Einflüsse von Eigenspannungen und deren Abbau unter zyklischer Beanspruchung sowie die durch den Umformprozess bedingte Kaltverfestigung könnten in weiterführenden experimentellen und numerischen Untersuchungen für ein besseres Verständnis des Gesamtsystems genauer bestimmt werden. Durch die Rilsanbeschichtung in der Nabe konnte nach Lau (45) eine geringe und gleichmäßige Flächenpressung angenommen werden. Die experimentellen Untersuchungen zeigen, dass für den umgesetzten Verschiebesitz eine Baureihenentwicklung ohne Berücksichtigung der Nabe möglich ist. Bei Welle-Nabe-Verbindungen mit Stahl/Stahl-Kontakt sind ggf. höhere Verschleißraten und größere Steifigkeitssprünge zwischen Welle und Nabe zu erwarten. Diese Materialkombination erfordert ggf. ein um die Nabe erweitertes und mit Reibkontakten versehenes FEM-Modell. Mit Hilfe dieser Auslegung können die ersten Geometrieabmessungen geschätzt werden, sodass eine Optimierung der rechnerintensiven Modelle mit weniger Iterationsschleifen möglich ist.

In dem Kap. 10 gezeigten Vergleich wird das Potential für Leichtbaugelenkwellen mit dünnwandigen Profilwellen deutlich. Weitere Gewichtsvorteile und Tragfähigkeitssteigerungen durch geringere Steifigkeitssprünge sind durch dünnwandige Profilnaben zu erwarten. Diese waren im Rahmen des Forschungsvorhabens nicht Teil der geplanten Untersuchungen und könnten in einem neuen Projekt umgesetzt werden. Hier sind ggf. noch geringfügige Anpassungen der jeweiligen Geometrien notwendig. Die bisher getesteten Verbindungen wurden ausschließlich auf wechselnde Torsion belastet. Im Rahmen praxisnaher Versuche können weitere Belastungsarten wie Biegung oder kombinierte Lasten untersucht werden. Aufgrund der Außendurchmesserzentrierung sind nur geringe Empfindlichkeiten auf Biegebeanspruchungen zu erwarten.

Mit dieser Arbeit konnte eine Auslegungsrichtlinie entwickelt und der experimentelle Nachweis der Langzeitfestigkeit der dünnwandigen Profilwellen erbracht werden. Inwieweit sich die dünnwandige Verbindungsart und die individuelle Auslegung von Mitnehmerverbindung in der Praxis etablieren wird, hängt maßgeblich von der wirtschaftlichen Betrachtung der Fertigungskosten und der Akzeptanz sowie der Erfahrungen im Praxiseinsatz der Kunden ab.

12 Zusammenfassung

Ein Vergleich einer aus einem Rohr umformend hergestellten Profilwelle mit einer aktuell eingesetzten Zahnwellen-Verbindung zeigt, dass durch dünnwandige Profilwellen eine Querschnittsflächenreduktion von bis zu 63 % und damit erhebliche Gewichtsvorteile erreicht werden können. Der Nachteil von konventionell eingesetzten Zahnwellen liegt darin, dass die Wellen aus dem vollen Halbzeug gefertigt werden und deren Kerne kaum ausgelastet sind. Ein Ausbohren des Kerns ist unwirtschaftlich und führt bei zu großen Bohrungsdurchmessern aufgrund ungeeigneter Verzahnungskonturen hauptsächlich in den Zahnfußausrundungen zu deutlich überhöhten Bauteilspannungen.

Um einen geringeren Materialeinsatz, eine gleichmäßigere Auslastung und damit verbundene hohe Übertragungsfähigkeiten bei einer wirtschaftlichen Herstellbarkeit zu erreichen, soll an Stelle der schweren Vollwelle ein dünnwandiges Rohr zu einer Profilwelle umgeformt werden. Für die Auslegung der Verzahnung sind bestehende Verzahnungsformen und -normen nicht geeignet, weshalb eine auf die Umformung angepasste Profilform zur Neugestaltung eines Längenausgleiches in einer Gelenkwelle entwickelt wird.

Aus bestehenden, umfangreichen Forschungsergebnissen konnten wesentliche Gestaltungsmerkmale zur Auslegung der Welle-Nabe-Verbindung abgeleitet werden. Mitnehmerverbindungen versagen bei dynamischer Torsionsbelastung in der Regel entweder durch Verschleiß oder durch den Steifigkeitssprung am Übergang zwischen Welle und Nabe und einer damit verbundenen Spannungsüberhöhung. Die Ermüdungsfestigkeit und damit die Lebensdauer können dadurch gesteigert werden, dass die Zahnfußausrundung sehr groß gewählt wird. Aufgrund des geringeren Steifigkeitssprunges erwiesen sich dünnwandige Naben hinsichtlich der Ermüdungsfestigkeit als vorteilhaft. Der Verschleiß zwischen Welle und Nabe kann durch eine Rilsanbeschichtung und lange Überdeckungs-längen sehr stark reduziert werden.

Es wurden verschiedene Verfahren zur umformenden Herstellung der Profilwellen untersucht. Durch Längswalzens nach dem Verfahren von GROB konnte ein passendes Herstellungsverfahren ausgewählt werden. Ein Rohr aus dem Stahl C22 wird dabei auf einen profilierten Dorn geschoben. Von außen wird das

Verzahnungsprofil durch zwei sich gegenüberliegende Profilwalzen in vielen kleinen Einzelschritten in das Rohr eingewalzt.

Aus den Umformungserfahrungen von GROB, aus den Ergebnissen der Forschungen und mit vorab durchgeführten FE-Rechnungen wurde eine Profilform für ein Ausgangsrohr mit dem Außendurchmesser $D_R = 63,55$ mm und einer Wanddicke $t_R = 2,1$ mm definiert. Diese zeichnet sich dadurch aus, dass sich die Wanddicken nur kontinuierlich und auf die Umformung angepasst verändern. Die Fußausrundung wurde durch eine Ellipse realisiert, an der sich tangential eine geradlinige Flanke (Kontakt zwischen Welle und Nabe) anschließt. Die Welle wird durch eine leichte Erhöhung auf dem Mitnehmerkopf über den Außendurchmesser zentriert. Die Innenkontur der Profilwelle ist ebenfalls durch eine Ellipse gekennzeichnet, die tangential in eine innere Ausrundung des Kopfes übergeht.

Die Innenkontur der Nabe orientiert sich an der Außenkontur des Profils, ist aber zur Sicherstellung der eindeutigen Kraftleitung gegenüber der Welle etwas zurückgenommen. Die Nabeninnenkontur wird aus einem Vordrehteil geräumt, beschichtet und anschließend erneut auf das Endmaß geräumt. Die Dicke der Rilsanschicht beträgt dabei 0,2 mm.

Sowohl die Profilwelle als auch die Nabe wurden als Prototypen gefertigt und hinsichtlich der Maßhaltigkeit untersucht. Die Nabenherstellung mit Räumen und Beschichten ist bereits ein etablierter und sicherer Prozess, sodass als Abweichungen der Durchmesser des Zahnfußes und des Kopfes der Nabe nur wenige Hundertstel Millimeter gegenüber den Nennmaßen gemessen werden konnten. Unter Berücksichtigung des komplexen Umformverfahrens und des toleranzbehafteten Ausgangsrohres liegt die gefertigte Profilwellenkontur der Durchmesser unterhalb der gesetzten Toleranzen von $1/10$ mm. Der für die Zentrierung wichtige Außendurchmesser konnte unterhalb einer tolerierten Abweichung von $5/100$ mm gefertigt werden. Die Abstreckungsfaktoren, die benötigten Spiele oder Rückfederungen zwischen Rohr und Dorn konnten bereits in der Vorauslegung sehr gut geschätzt werden. Mit Hilfe der Prototypenherstellung konnten sie noch genauer bestimmt werden und die Simulationsmodelle somit noch weiter verfeinert werden.

Die Ermittlung der tatsächlichen Materialkennwerte wie Zugfestigkeit, Streckgrenze und E-Modul ist für eine genaue spannungsorientierte Auslegung der Bauteile von großer Bedeutung. Mit Hilfe statischer Torsionsversuche wurden für das Rohr und die Profilwelle Torsionsmoment-Drehwinkel-Kennlinien erfasst, um daraus Materialkennwerte für einen numerischen Abgleich zu gewinnen. Die Verdrehung des Ausgangsrohres kann mit den Materialkennwerten bis 1000 Nm mit einem ideal-elastischen Modell und bis 2500 Nm mit einem multilinearen Materialmodell sehr gut numerisch nachgebildet werden. Für die Profilwelle zeigte sich hingegen, dass der experimentell ermittelte E-Modul für das Rohr von 194 GPa numerisch zu einer zu hohen Verdrillung der Profilwelle führt.

Ein aus den Versuchsergebnissen der Profilwelle ermittelter E-Modul von 205 GPa stimmt deutlich besser mit dem E-Modul des Stahls C22 (210 GPa nach Literaturangaben) überein und wurde daher für die weiteren FE-Berechnungen verwendet. Aus den Messergebnissen bestätigte es sich auch, dass die Verwendung der Streckgrenze und der Zugfestigkeit aus dem Zugversuch des Rohres für die Auslegung der Profilwelle ohne aufwändige Torsionsversuche zulässig ist.

Zur Absicherung der Betriebssicherheit wurden Übergänge zwischen nicht umgeformtem Rohr und profiliertem Rohr, Übergänge zur rilsanierten Nabe sowie zu einer Stahlnabe experimentell untersucht. Es wurden Langzeitfestigkeitsversuche nach dem Treppenstufenverfahren durchgeführt und Langzeitfestigkeitskennwerte nach dem Verfahren von Hück bestimmt. Für die in der Praxis relevante Probenform V3, die einen Übergang von einem Rohr zur Profilierung und einen rilsanierten Nabensitz aufweist, konnte eine Langzeitfestigkeit bei $5 \cdot 10^6$ Lastwechseln von 950 Nm bei wechselnder Torsionslast ($R = -1$) nachgewiesen werden. Der Ort des Anrisses an der äußeren Mitnehmerausrundung deckt sich dabei mit der berechneten höchsten Auslastungsstelle. Entgegen den Erwartungen versagte keine der Proben am Übergang zwischen Welle und Nabe, sondern mehrheitlich im ungestörten Bereich der Profilierung. Die dünnwandige, rilsanierte Nabe sowie der kontinuierliche Übergang von einem Rohr zur Profilierung verursachen somit keine signifikant höheren Kerbüberlagerungen. Aus dieser Erkenntnis folgernd ist

die numerische Untersuchung eines konstanten Profilquerschnittes ohne Berücksichtigung der Nabe und des Einlaufes möglich. Das Ergebnis des Festigkeitsnachweises nach der FKM-Richtlinie und die experimentell ermittelte Festigkeit der Profilwelle stimmen bei der Ausnutzung der Mindestsicherheit der FKM-Richtlinie überein. Aufgrund der Herstellung und der Umformung weisen sowohl das Ausgangsrohr als auch die Profilwelle zum Teil erhebliche Eigenspannungen in Zugrichtung auf, sodass dadurch eine zusätzliche Beanspruchung zu erwarten ist. Im Sinne einer betriebssicheren und praxisnahen Auslegung sind die Eigenspannungen durch einen zusätzlichen Sicherheitsbeiwert von $j_s = 1,2$ oder alternativ durch einen Kaltverfestigungsfaktor von $K_v = 0,8333$ zu berücksichtigen.

Das experimentell abgesicherte FE-Modell wird zur Auslegung einer Baureihe genutzt. Als Bezugsgrößen werden für das Rohr ein Außendurchmesser D_R im Bereich von 40 mm bis 150 mm und Wanddicken t_R im Bereich von 1,5 mm bis 4 mm untersucht. Aus der Vielzahl der die Profilform beschreibenden Geometrie Größen können fünf Größen identifiziert werden, die hinsichtlich einer optimalen Tragfähigkeit und der verfügbaren Querschnittsflächen zu optimieren sind. Untersucht wurden Variationen des Öffnungswinkels $\alpha_{W,Oe}$, des Verhältnisses zwischen Kopfbereich und Mitnehmerlücke $V_{W,TL}$, des Verhältnisses $V_{W,G}$ des Fußgrunddurchmessers zum Bezugsdurchmesser D_R , des Verhältnisses der inneren Kopfausrundung $V_{W,K,0}$ sowie der Einfluss des Torsionsmomentes M_R auf die Flankenlänge. Diese Größen sind stark voneinander abhängig, sodass eine Optimierung hinsichtlich der dynamischen Auslastung a_{FKM} (Zielgröße: 100 %) und der verfügbaren Querschnittsfläche (92 % der Querschnittsfläche des Ausgangsrohres) nur unter der Berücksichtigung der gegenseitigen Wechselwirkungen sinnvoll ist.

Eine bidirektionale Schnittstelle zwischen dem CAD-Programm CREO PARAMETRICS und dem FEM-Programm ANSYS WORKBENCH ermöglicht eine FEM-Varianten-Untersuchung verschiedener Geometrieformen. Die Bauteilvarianten ergeben sich aus den Vorgaben einer statistischen Versuchsplanung. Die veränderten Geometrie Größen als Eingangsgrößen und die sich aus der Veränderung der Geometrie ergebenden Ausgangsgrößen werden in einem

mathematischen Ersatzmodell miteinander verknüpft. Dieses Ersatzmodell erlaubt es, eine mathematische Optimierung des Systems ohne erneute aufwändige FEM-Berechnung durchzuführen.

Bei der statistischen Versuchsplanung müssen die Systemgrenzen manuell festgelegt werden. Oftmals ist eine Eingrenzung des Optimums unter Berücksichtigung aller fünf Eingangsgrößen, deren Abhängigkeiten und der Bildbarkeit der Geometrie schwierig. Es wird daher eine mehrstufige Auslegungsroutine entwickelt, die durch mehrere Iterationsschleifen das Optimum erstmals bei definierter Mitnehmerzahl, dann bei veränderlicher Mitnehmerzahl und letztendlich bei veränderlichem Rohraußendurchmesser und bei veränderlicher Wanddicke bestimmt.

Aus den umfangreichen Berechnungen konnten Zusammenhänge zwischen Rohraußendurchmesser und Rohrwanddicke und den optimierenden Geometriegrößen bestimmt werden. Die optimale Mitnehmerzahl ist hauptsächlich vom Rohraußendurchmesser abhängig. Näherungsweise kann diese als $z_{\text{opt}} = 6 + 0,13 \cdot D_R / \text{mm}$ angegeben werden. Ähnliche Mitnehmerzahlen erreichen dabei nahezu gleiche Tragfähigkeiten. Durch die Vorgabe der optimalen Mitnehmerzahl sind die festzulegenden Geometriegrößen nur von den Bezugsgrößen des Rohres D_R und t_R abhängig. In dünnwandigen Profilwellen müssen mit der äußeren Fußausrundung in der Mitnehmerlücke und der inneren Kopfausrundung zwei Kerben gleichzeitig optimiert werden. Da Vorgaben wie eine minimale Flankenlänge von 0,5 mm, eine maximale Auslastung von 100 % sowie die verfügbare Querschnittsfläche berücksichtigt werden müssen, können die Verläufe der Geometriegrößen über D_R und t_R nur mit Polynomen höherer Ordnung angegeben werden. Es lassen sich dennoch grundsätzlich folgende Zusammenhänge erkennen:

Große Durchmesser D_R und kleine Wanddicken t_R führen tendenziell zu größeren Teilungsverhältnissen und damit zu proportional größeren Mitnehmerlücken. Die innere Kopfausrundung steigt mit D_R und t_R . Die Tiefe der Mitnehmerlücke nimmt unterproportional zum Durchmesser D_R zu. Der Öffnungswinkel $\alpha_{W,0e}$ hat einen untergeordneten Einfluss auf die verfügbare Querschnittsfläche und das übertragbare Torsionsmoment. Er beeinflusst aber den Flankenverschleiß. Es

kann für den Öffnungswinkel $\alpha_{W,0e}$ ein Maximalwert basierend auf den Erfahrungen der Langzeitversuche festgelegt werden.

Aus den berechneten Zusammenhängen wurde eine praxisnahe Auslegungsrichtlinie zur Dimensionierung und Geometriebildung für dünnwandige Profilwellen entwickelt. Mit Hilfe der Tabellen kann in Abhängigkeit der Rohrdimensionen ein übertragbares Torsionsmoment geschätzt werden. Durch die Baureihenentwicklungen ergaben sich übertragbare Torsionsmomente von 290 Nm ($D_R = 40$ mm) bis über 11 kNm ($D_R = 150$ mm). Durch die Angabe von Form- und Kerbwirkungszahlen ist eine Auslegung im Zeitfestigkeitsbereich mit anderen Lasthorizonten und mit anderen Stahlwerkstoffen als dem verwendeten Stahl C22 möglich.

Diese Arbeit erbringt durch Versuche und numerische Berechnungen den Funktionsnachweis und erleichtert durch eine Baureihenentwicklung die zukünftige Auslegung dünnwandiger Profilwellen. Dünnwandige Profilwellen können somit einen Beitrag zu Reduzierung des Gewichts und der eingesetzten Ressourcen leisten und in Folge dessen zur Einsparung von Energie und Emissionen dienen.

Literaturverzeichnis

Während der Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter entstanden durch den Autor am Institut für Maschinenwesen neun Veröffentlichungen: (112–119, 69)

Berichte, Bücher, Dissertationen, Onlinequellen

3. KURZ, N. *Grundlagen für das Kaltwalzen von Voll- und Hohlkörpern nach dem Grob-Verfahren. Dissertation.* Berlin: Springer, 1987. Berichte aus dem Institut für Umformtechnik der Universität Stuttgart. 95. ISBN 3-540-18509-7.
4. KLEIN, B. *Leichtbau-Konstruktion. Berechnungsgrundlagen und Gestaltung; mit Tabellen sowie umfangreichen Übungsaufgaben zu allen Kapiteln des Lehrbuchs.* 8. Auflage. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag / GWV Fachverlage GmbH Wiesbaden, 2009. Maschinenelemente und Konstruktion. ISBN 978-3-8348-0701-4.
5. SALZGITTER AG. *Gelenkwelle* [online] [Zugriff am: 27. Juni 2019]. Verfügbar unter: <https://www.initiative-automotive.de/de/anwendungen/antrieb/gelenkwelle.html>
6. HUFENBACH, W. VIWEL. *Validierung des Innovationspotentials von neuartigen Gelenkwellen in funktionsintegrativer Faserverbund-Leichtbauweise.* Abschlussbericht. Dresden, 2014.
7. HUFENBACH, W., O. HELMS und J. WERNER. Welle-Nabe-Verbindungen für hochbeanspruchte Antriebskomponenten in Faserverbund-Leichtbauweise. In: VDI, Hg. *Welle-Nabe-Verbindungen. Gestaltung - Fertigung - Anwendungen.* Düsseldorf: VDI-Verl., 2007, S. 375-392. ISBN 978-3-18-092004-7.
12. SCHÄFER, G. Kerbspannungen von Passverzahnungen auf Hohlwellen. In: A. LOHRENGEL und N. MÜLLER, Hg. *Institutsmitteilung 2016. Mitteilungen aus dem Institut für Maschinenwesen der Technischen Universität Clausthal.* Clausthal-Zellerfeld: Papierflieger, 2016, S. 21-28.
14. WITTEL, H. *Roloff/Matek Maschinenelemente. Normung, Berechnung, Gestaltung.* 20., überarbeitete und erweiterte Auflage. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag / Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH Wiesbaden, 2011. ISBN 978-38348-1454-8.
15. SEHERR-THOSS, H.-C.G., F. SCHMELZ und E. AUCKTOR. *Gelenke und Gelenkwellen. Berechnung, Gestaltung, Anwendungen.* 2., erweiterte Auflage. Berlin: Springer, 2002. ISBN 978-3-642-62601-2.

17. DSCHIWISCHOW, W. und J. NIKLAUS. Analyse der aktuellen Zahnwellenverbindungsnormen DIN 5480 und ISO 4156. In: P. DIETZ, Hg. *Institutsmitteilung 2001. Mitteilungen aus dem Institut für Maschinenwesen der Technischen Universität Clausthal*. Clausthal-Zellerfeld: Papierflieger, 2001, S. 13-16.
19. American National Standards Institute. ANSI B92.M 2M-1980 (R1989), *Metric Module Involute Splines*. Warrendale, Pa.
23. DARYUSI, A. *Beitrag zur Ermittlung der Kerbwirkung an Zahnwellen mit freiem und gebundenem Auslauf*. Dissertation. Dresden, 2009.
24. GARZKE, M. und G. SCHÄFER. Zahnwellenforschung mit Dietz. In: A. LOHRENGEL und N. MÜLLER, Hg. *Institutsmitteilung 2010. Mitteilungen aus dem Institut für Maschinenwesen der Technischen Universität Clausthal*. Clausthal-Zellerfeld: Papierflieger, 2010, S. 33-50.
25. *Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile aus Stahl, Eisenguss- und Aluminiumwerkstoffen*. 6., überarb. Ausg. Frankfurt am Main: VDMA-Verl., 2012. ISBN 978-3-8163-0605-4.
27. RÖMHILD, I. und H. LINKE. *Weiterentwicklung von DIN 743. Grundlagen zur Weiterentwicklung der Wellenberechnung auf der Basis von DIN 743*. FVA-Heft 799 - Studie - Forschungsvorhaben Nr. 321/III. Dresden, 2009.
28. ULRICH, C. *Mechanische Oberflächenverfestigung bei Wellen und Achsen. Weiterentwicklung der Berechnung nach DIN 743 und FKM-Richtlinie*. Forschungsantrag FVA Nr. 840. Dresden, 2018.
29. NEIKES, K. und S. VETTER. *Überlebenswahrscheinlichkeit. Studie zur Überlebenswahrscheinlichkeit von Wellen und Achsen*. FVA-Heft 1322 - Forschungsvorhaben Nr. 802/I. Dresden: FVA, 2019.
30. NEIKES, K., S. VETTER und S. HAUSCHILD. *Mittelspannungseinfluss bei Wellen und Achsen. Untersuchungen zum Einfluss von Mittelspannungen auf die Ermüdungsfestigkeit von Wellen und Achsen*. FVA-Heft 1321 - Abschlussbericht - Forschungsvorhaben Nr. 321/VI. Dresden, 2019.
31. BRETSCHNEIDER, D. *Größeneinfluss DIN 743. Anwendung der Festigkeitswerte bei der Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen großer Abmessung*. Abschlussbericht - FVA-Heft 1320 - Forschungsvorhaben FVA Nr. 703/1. Dresden, 2018.
32. LIEBIG, T. und I. RÖMHILD. *Wellenberechnung nach DIN 743. Weiterentwicklung des FVA-Wellenberechnungsprogramms DIN 743*. FVA-Heft 878 - Abschlussbericht - Forschungsvorhaben FVA Nr. 321 IV. Dresden, 2009.

33. DIETZ, P. *Die Berechnung von Zahn- und Keilwellenverbindungen. Lastaufteilung, Lastenteilung und Zentrierverhalten von Wellen-Naben-Verbindungen nach dem Prinzip der Zahn- oder Keilwellenverbindungen als Hauptkriterien der Übertragungsfähigkeit.* Büttelborn: Selbstverlag, 1978.
34. VILLMER, F.J. *Zum Mechanismus der Lastverteilung in Zahnwellenverbindungen.* Dissertation. Clausthal-Zellerfeld, 1984.
35. ZAPF, R. *Betriebs- und Verschleißverhalten flankenzentrierter Zahnwellenverbindungen mit Schiebesitz.* Clausthal-Zellerfeld, 1986.
36. MENDEL und JÜRGEN. *Das Verschleißverhalten Flankenzentrierter Zahnwellenverbindungen mit Schiebesitz,* 1990.
37. SCHÄFER, G. *Der Einfluß von Oberflächenbehandlungen auf das Verschleißverhalten flankenzentrierter Zahnwellenverbindungen mit Schiebesitz.* Dissertation. Clausthal-Zellerfeld: Papierflieger, 1997. ISBN 3-932243-43-9.
38. WESOLOWSKI, K. *Dreidimensionale Beanspruchungszustände und Festigkeitsnachweis drehmomentbelasteter Zahnwellen-Verbindungen unter elastischer und teilplastischer Verformung.* Dissertation. Düsseldorf: VDI-Verl., 1997. Fortschritt-Berichte VDI Reihe 1, Konstruktionstechnik, Maschinenelemente. 286. ISBN 3-18-328601-7.
39. BURGTORF, U. *Montage- und Betriebseigenschaften von Zahnwellen-Verbindungen mit Preßsitz.* Dissertation. Clausthal-Zellerfeld: Papierflieger, 1998. ISBN 3-89720-212-3.
40. ZIAEI, M., H. GROPP und K. WÄCHTER. Voraussage des Anrisses in Welle-Nabe-Verbindung. Reibdauerbeanspruchung und Erweiterung des Ruiz-Chen-Kriteriums. *Antriebstechnik*, 2005, 44(9), 48-52.
41. HUA, Q. *Überlegungen zum Lebensdauernachweis von Zahnwellen nach den Theorien des Reib- und des Ermüdungverschleißes.* Dissertation. Clausthal-Zellerfeld, 2006.
42. SHEN, L. *Fretting and plain fatigue competition mechanism and prediction in spline shaft-hub connection.* Dissertation. Clausthal-Zellerfeld: Papierflieger, 2012. ISBN 978-3-86948-206-4.
43. SPURA, C. *Tragfähigkeitsberechnung und Verschleißanalyse von kombinierten Zahnwellenverbindungen.* Dissertation. Aachen: Mainz, 2012. IME. ISBN 978-3861304494.
44. SPURA, C. Reduzierung der Beanspruchung von Zahnwellenverbindungen durch eine optimierte Zahnflankentopografie. In: VDI, Hg. 8. *VDI-Fachtagung Welle-Nabe-Verbindungen. Dimensionierung - Fertigung -*

Anwendungen. Nichtredigierter Manuskriptdruck. Düsseldorf: VDI-Verlag, 2018, 133-144. ISBN 978-3-18-092337-6.

45. LAU, P. *Gelenkwellen-Längenausgleich. Beanspruchungsgerechte Dimensionierung von Gelenkwellen-Profilverschiebungen (Längenausgleich)*. Abschlussbericht - Forschungsvorhaben FVA Nr. 505/I. Clausthal-Zellerfeld: FVA, 2015.
46. SCHMELTER, R. *Gelenkwellen-Längenausgleich. Reibkraft- und Verschleißreduzierung im Gelenkwellen-Längenausgleich*. Abschlussbericht - Forschungsvorhaben FVA Nr. 505/II. Clausthal-Zellerfeld, 2017.
47. LAU, P. und G. SCHÄFER. Die Zahnwellen-Verbindung einmal anders [online]. Im Längenausgleich von Gelenkwellen (FVA-Vorhaben 505). *Mitteilungen aus dem Institut für Maschinenwesen der Technischen Universität Clausthal*, 2008, 33 (2008), 27-36. ISSN 0947-2274. Verfügbar unter: http://www.gbv.de/dms/claustral/H_BIB/IMW/mitteilungen/33-2008/imw-33-05.pdf
49. VIDNER, J. *Methode zur Bewertung der Ermüdungsfestigkeit von reibdauerbeanspruchten Systemen*. Dissertation. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2016. ISBN 978-3-658-15964-1.
50. SCHÄFER, G. Zahnwellen-Verbindung. Auslegung, Potentiale und Festigkeitsnachweis von Passverzahnungen. In: A. LOHRENGEL und N. MÜLLER, Hg. *Institutsmitteilung 2014. Mitteilungen aus dem Institut für Maschinenwesen der Technischen Universität Clausthal*. Clausthal-Zellerfeld: Papierflieger, 2014, S. 5-12.
51. MÖRZ, F., M. SELZER und J. WILD. *Zahnwellenprofiloptimierung. Optimierung des Zahnwellenprofils primär zur Drehmomentübertragung unter Berücksichtigung wirtschaftlicher Fertigungsmöglichkeiten*. Abschlussbericht - Forschungsvorhaben FVA Nr. 742/1. Clausthal-Zellerfeld, 2018.
52. SCHÄFER, G. Betrachtungen der Zahnfußausrundung von Passverzahnungen. In: A. LOHRENGEL und N. MÜLLER, Hg. *Institutsmitteilung 2015. Mitteilungen aus dem Institut für Maschinenwesen der Technischen Universität Clausthal*. Clausthal-Zellerfeld: Papierflieger, 2015, S. 23-28.
53. WILD, J. Ankündigung: Dissertation zur Optimierung der Tragfähigkeit von Zahnwellenverbindungen. In: A. LOHRENGEL und N. MÜLLER, Hg. *Institutsmitteilung 2017. Mitteilungen aus dem Institut für Maschinenwesen der Technischen Universität Clausthal*. Clausthal-Zellerfeld: Papierflieger, 2017, S. 21-32.
54. SCHÄFER, G. und J. WILD. Optimierung der Zahnwellenprofilform. In: A. LOHRENGEL und N. MÜLLER, Hg. *Institutsmitteilung 2015. Mitteilungen*

aus dem Institut für Maschinenwesen der Technischen Universität Clausthal. Clausthal-Zellerfeld: Papierflieger, 2015, S. 53-62.

55. HERRE, M. *Welle-Nabe-Verbindung mit optimierter Zahnfußgeometrie*. unveröffentlichte Projektarbeit. Clausthal-Zellerfeld: IMW, 2015.
56. HERRE, M. *Passverzahnungen auf Hohlwellen*. unveröffentlichte Masterarbeit. Clausthal-Zellerfeld: TU Clausthal, 2016.
57. ARSLAN, G. Optimierung der Zahnfußausrundung an Zahnstangen durch parameterbasierte und freie FE-Analysen. 2010. In: A. LOHRENGEL und N. MÜLLER, Hg. *Institutsmitteilung 2010. Mitteilungen aus dem Institut für Maschinenwesen der Technischen Universität Clausthal*. Clausthal-Zellerfeld: Papierflieger, 2010, 55-64.
58. ARSLAN, G. Optimierungsmöglichkeiten von Lauf- und Steckverzahnungen. In: A. LOHRENGEL und N. MÜLLER, Hg. *Institutsmitteilung 2012. Mitteilungen aus dem Institut für Maschinenwesen der Technischen Universität Clausthal*. Clausthal-Zellerfeld: Papierflieger, 2012, 29-40.
59. JÖRG, R. Unrund-Drehen formschlüssiger Welle-Nabe-Verbindungen. In: VDI, Hg. *8. VDI-Fachtagung Welle-Nabe-Verbindungen. Dimensionierung - Fertigung - Anwendungen*. Nichtredigierter Manuskriptdruck. Düsseldorf: VDI-Verlag, 2018, 189-198. ISBN 978-3-18-092337-6.
60. DIETZ, P. und M. WÄCHTER. Zahnwellenverbindungen mit Novikovprofil. In: P. DIETZ, Hg. *Institutsmitteilung 2015. Mitteilungen aus dem Institut für Maschinenwesen der Technischen Universität Clausthal*. Clausthal-Zellerfeld: Papierflieger, 2005, S. 13-18.
61. DIETZ, P. und M. WÄCHTER. Leistungssteigerung von Zahnwellenverbindungen durch Neugestaltung des Zahnprofils. In: A. LOHRENGEL und N. MÜLLER, Hg. *Institutsmitteilung 2007. Mitteilungen aus dem Institut für Maschinenwesen der Technischen Universität Clausthal*. Clausthal-Zellerfeld: Papierflieger, 2007, 53-62.
62. WÄCHTER, M. *Neue Zahnwellen-Verbindungen auf der Basis von Kreisbogen-Grundprofilen mit verbessertem Trag- und Zentrierverhalten. Optimierung der Novikov-Zahngeometrie für Mitnehmerverzahnungen unter Berücksichtigung der Herstellung durch umformende Verfahren*. Abschlussbericht - Forschungsvorhaben Di 289/32-1. Clausthal-Zellerfeld, 2005.
63. ZIAEI, M. Neue Berechnungskonzepte zur Dimensionierung von standardisierten Polygonprofilen für formschlüssige Welle-Nabe-Verbindungen. In: VDI, Hg. *Welle-Nabe-Verbindungen. Gestaltung - Fertigung - Anwendungen*. Düsseldorf: VDI-Verl., 2007, 41-55. ISBN 978-3-18-092004-7.

64. WINTERFELD, J. *Einflüsse der Reibdauerbeanspruchung auf die Tragfähigkeit von P4C-Welle-Nabe-Verbindungen*. Dissertation. Berlin, 2001.
66. ZIAEI, M. Anpassungsfähige kontinuierliche Innen- und Außenkonturen für form- und reibschlüssige Verbindungen auf Basis der komplexen Zykloiden. In: VDI, Hg. *Welle-Nabe-Verbindungen. Gestaltung - Fertigung - Anwendungen*. Düsseldorf: VDI-Verl., 2007, 277-294. ISBN 978-3-18-092004-7.
67. WILD, J., A. LOHRENGEL und G. SCHÄFER. Optimierung der Tragfähigkeit von Zahnwellenverbindungen durch normative Erweiterung. In: VDI, Hg. *8. VDI-Fachtagung Welle-Nabe-Verbindungen. Dimensionierung - Fertigung - Anwendungen*. Nichtredigierter Manuskriptdruck. Düsseldorf: VDI-Verlag, 2018, S. 283-290. ISBN 978-3-18-092337-6.
69. JAKOB, M., J. MERZ, G. SCHÄFER und K. SCHEFFE. Höhere Drehmomente bei gleichem Wellendurchmesser - SMS GROUP entwickelt erfolgreich neue Welle-Nabe-Verbindung. In: A. LOHRENGEL, Hg. *Institutsmitteilung 2018. Mitteilungen aus dem Institut für Maschinenwesen der Technischen Universität Clausthal*. Clausthal-Zellerfeld: Papierflieger, 2018, S. 35-40.
70. GKN WALTERSCHEID. *Gelenkwellen und Überlastkupplungen* [online]. Technisches Handbuch, 2018. Verfügbar unter: http://media.walterscheid-coupler.de/mediaserver/fileadmin/downloads/technical-handbooks/GKN_Walterscheid_Technisches_Handbuch_2018.pdf
71. ERNST GROB AG. Verfahren zum Herstellen eines hohlen Werkstückes, das wenigstens innen gerade oder schräg zur Werkstückachse profiliert ist. Erfinder: D. DERIAZ UND H. KRAPPENBAUER. Anmeldung: 10. Mai 1993. Deutschland. DE 4315503A1.
72. SALZGITTER MANNESMANN PRECISION. *Präzisionsstahlrohre für die Automobilindustrie* [online], 2015 [Zugriff am: 13. Juli 2019]. Verfügbar unter: https://www.initiative-automotive.de/fileadmin/footage/ME-DIA/SZAG_microsites/initiative_automotive/04_Informationen/Unternehmensinformationen/deu/Salzgitter_Mannesmann_Precision_1_de.pdf
73. GLOWACKI, M. Slip-in-tube propshaft technology [online]. *AutoTechnology*, 2002, 2(3), 50-53. Verfügbar unter: doi:10.1007/BF03246695
74. LENZ, F., S. SPITZER, A. LIEBSCH, A. LANGKAMP und M. GUDE. Gestaltung und Dimensionierung von Faserverbund-Antriebswellen in ultra-leichter Mischbauweise. Untersuchung formschlussdominierter Verbindungsarten und Erarbeitung praxisnaher Gestaltungshinweise. In: VDI, Hg. *6. VDI-Fachtagung Welle-Nabe-Verbindungen. Dimensionierung - Fertigung - Anwendungen*. Nichtredigierter Manuskriptdruck. Düsseldorf: VDI-Verlag; VDI-Verl., 2014, S. 187-199. ISBN 978-3-18-092238-6.

76. VISTEON GLOBAL TECHNOLOGIES. Wellenverbindungsverzahnung mit einem gradlinigen Zahnprofil. Erfinder: M. GLOWACKI UND W.J. GOLEM-BIEWSKI. Anmeldung: 20. August 2002. Deutschland.
77. SONG, J., Z. LIU und Y. LI. *Cold rolling precision forming of shaft parts. Theory and technologies*. Beijing, China: National Defence Industry Press; Springer, 2017. ISBN 9783662540480.
78. BURGTORF, U. und P. GRUPP. Lebensdauersteigerung bei Passverzahnungen. Verwendung des rekursiven Axialformens zur Umformung von Innen- und Außenverzahnungen. In: VDI, Hg. *Welle-Nabe-Verbindungen. Gestaltung - Fertigung - Anwendungen*. Düsseldorf: VDI-Verl., 2010, S. 185-196. ISBN 978-3-18-092114-3.
79. RAUSCHNABEL, E. und P. GRUPP. Aximus – innovatives Verfahren zum spanlosen Herstellen von Innen- und Außenprofilen. In: VDI, Hg. *Welle-Nabe-Verbindungen. Gestaltung - Fertigung - Anwendungen*. Düsseldorf: VDI-Verl., 2007, 253-265. ISBN 978-3-18-092004-7.
80. GRUPP, P. und W.A. HAGGENMÜLLER. Ressourceneffizienter Leichtbau am Beispiel hohler Leichtbauwellen im Getriebe, Antriebsstrang und Lenkung. In: B.-A. BEHRENS, Hg. *Innovationspotenziale in der Umformtechnik. 22. Umformtechnisches Kolloquium Hannover, 15. und 16. März 2017*. Garbsen: TEWISS - Technik und Wissen GmbH, 2017, S. 75-86. ISBN 3-95900-122-9.
81. ERNST GROB AG. Kaltwalzmaschine 12-NCT. Maschinen-Broschüre, 2011.
82. ERNST GROB AG. Kaltwalzmaschine C6 / C9 / C9T. Maschinen-Broschüre, 2011.
83. BRETSCHER, A. und A. MUGGLI. *Umformtechnik* [online]. *Verzahnen von Blechen und Vollmaterialien im Kaltwalzverfahren*, 2010 [Zugriff am: 14. Juli 2019]. Verfügbar unter: <https://www.maschinenmarkt.vogel.de/verzahnen-von-blechen-und-vollmaterialien-im-kaltwalzverfahren-a-270527/index3.html>
84. CIOMBER, ISABELLE und R. JAKEL. Systematic Analysis and Comparison of Stress Minimizing Notch Shapes. – Obtaining a stress concentration factor of $K_t = 1$ without using a FEM-code –. In: M. BERGER, Hg. *6. Saxon Simulation Meeting. Präsentationen und Vorträge des 6. Anwendertreffens am 01. April 2014 an der Technische Universität Chemnitz*. Chemnitz: Universitätsverlag der Technischen Universität Chemnitz, 2014. ISBN 978-3-944640-06-8.

85. JAKEL, R. Using a Catenary Equation in Parametric Representation for Minimizing Stress Concentrations at Notches. In: M. BERGER, Hg. 7. *Saxon Simulation Meeting. Präsentationen und Vorträge des 7. Anwender-treffens am 31. März 2015 an der Technischen Universität Chemnitz*. Chemnitz: Universitätsverlag der Technischen Universität Chemnitz, 2015. ISBN 978-3-944640-47-1.
87. 1.0402 - C22 [online]. Werkstoffdatenbank StahlDat SX, 2019. Verfügbar unter: <https://www.stahlda-ten.de/de/db/?itemid=5c6425ba76500e19106c5c4e>
90. BERNIS, H. und W. THEISEN. *Eisenwerkstoffe - Stahl und Gusseisen*. 4. bearb. Aufl. Berlin: Springer, 2013. ISBN 978-3-642-31923-5.
91. FANG, L.-Y., K.E. METZLOFF, R.C. VOIGT und C.R. LOPER, JUN. Der Elastizitätsmodul von graphitischen Gußeisen. In: BUNDESVERBAND DER DEUTSCHEN GIEßEREIINDUSTRIE, Hg. *Konstruieren + giessen: die Fachzeitschrift für alle Bereiche der Technik*. Düsseldorf: ZGV-Zentrale für Gussverwendung, 1998, S. 8-13.
93. HÜCK, M. Ein verbessertes Verfahren für die Auswertung von Treppenstufenversuchen. In: *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik*: WILEY-Verlag, 1983, S. 406-417.
94. MÜLLER, C. *Zur statistischen Auswertung experimenteller Wöhlerlinien*. Dissertation. Clausthal-Zellerfeld: Universitätsbibliothek Clausthal, 2015. ISBN 978-3-945086-68-1.
95. RICHARD, H.A. und M. SANDER. *Ermüdungsrisse. Erkennen, sicher beurteilen, vermeiden*. 2., erw. Aufl. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 2012. ISBN 978-3-8348-1594-1.
96. DIETZ, P. Stand der Zahnwellenforschung am Institut für Maschinenwesen. In: P. DIETZ, Hg. *Institutsmittteilung 1989*. Clausthal-Zellerfeld: Papierflieger, 1989, S. 5-12.
97. WEIßBACH, W., M. DAHMS und C. JAROSCHEK. *Werkstoffkunde. Strukturen, Eigenschaften, Prüfung*. 19., vollst. überarb. und erw. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2015. Lehrbuch. ISBN 978-3-658-03918-9.
98. KIRCHHOFF, T., F. BÖS und W. FEICKERT. *Festigkeitsnachweis in ANSYS mit der „FKM-Richtlinie nichtlinear“* [online], 2017. Verfügbar unter: https://wissen.cadfem.net/de-de/Mediathek%20Dokumente/D_2017_Festigkeitsnachweis%20in%20ANSYS%20mit%20der%20FKM%20Richtlinie%20nichtlinear.pdf
99. SCHÄFER, G. Auslegung von Passverzahnungen. In Kombination mit dem örtlichen Konzept der FKM-Richtlinie. In: VDI, Hg. 6. *VDI-Fachtagung*

Welle-Nabe-Verbindungen. Dimensionierung - Fertigung - Anwendungen. Nichtredigierter Manuskriptdruck. Düsseldorf: VDI-Verlag; VDI-Verl., 2014, S. 53-63. ISBN 978-3-18-092238-6.

101. WÄCHTER, M., A. ESDERTS und R. MASENDORF. Methoden zur Abschätzung zyklischer Werkstoffkennwerte.
102. KISSOFT AG. *Manual* [online], 2019. 24. Mai 2019 [Zugriff am: 26. Juli 2019]. Verfügbar unter: <https://www.kissoft.ch/Manual/de/7714.htm>
103. LEIDORF, J. *Analyse von Messmethoden zur Bestimmung von Einflussfaktoren auf die Beanspruchbarkeit.* Unveröffentlichte Bachelorarbeit. Clausthal-Zellerfeld, 2019.
104. SIEBERTZ, K., D. VAN BEBBER und T. HOCHKIRCHEN. *Statistische Versuchsplanung. Design of Experiments (DoE).* 2. Auflage. Berlin: Vieweg, 2017. ISBN 978-3-662-55742-6.
105. ANSYS. *Dokumentation zu ANSYS Workbench 18.2* [online]. *Response Surface Types*, 2019 [Zugriff am: 3. Juli 2019]. Verfügbar unter: https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v182/wb_dx/dxUsingMetaModelTypes.html
106. ANSYS. *Dokumentation zu ANSYS Workbench 18.2* [online]. *Genetic Aggregation*, 2009 [Zugriff am: 3. Juli 2019]. Verfügbar unter: https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v182/wb_dx/dxTheoGeneticAgg.html
107. ANSYS. *Dokumentation zu ANSYS Workbench 18.2* [online]. *Goal-Driven Optimization Methods*, 2019 [Zugriff am: 3. Juli 2019]. Verfügbar unter: https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v182/wb_dx/dx_optimization_options.html
108. ANSYS. *Dokumentation zu ANSYS Workbench 18.2* [online]. *Nonlinear Programming by Quadratic Lagrangian (NLPQL)*, 2019 [Zugriff am: 3. Juli 2019]. Verfügbar unter: https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v182/wb_dx/dxBEMtemp13.html
109. SCHITTKOWSKI, K. NLPQL: A fortran subroutine solving constrained non-linear programming problems [online]. *Annals of operations research*, 1986, **5**(2), S. 485–500. Verfügbar unter: <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2FBF02022087.pdf>
110. LI, L., Y. LI, M. YANG, X. XIAO, L. CUI und F.K. CUI. Effects of process parameters on forming force and accuracy in cold roll-beating forming external tooth groove [online]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2019, **100**(9-12), S. 2229–2242. Verfügbar unter: doi:10.1007/s00170-018-2844-6

111. LAUE, R., S. HÄRTEL und B. AWISZUS. Approach for the Development of Forming Tools for Radial Rotation Profile-Forming [online]. *Materials science forum*, 2019, 949, 125-133. Verfügbar unter: doi:10.4028/www.scientific.net/MSF.949.125
116. JAKOB, M. Beitrag zur Vorauslegung dünnwandiger und auf Torsion belasteter Profilwellen. In: A. LOHRENGEL und N. MÜLLER, Hg. *Institutsmitteilung 2017. Mitteilungen aus dem Institut für Maschinenwesen der Technischen Universität Clausthal*. Clausthal-Zellerfeld: Papierflieger, 2017, S. 33-40.
120. DR. WILHELM MERTENS. *Materialdatenblatt: 1.0402 / C 22* [online]. *EN 10250-2 Vergütungsstahl*, 2019. 4. Juli 2019, 12:00. Verfügbar unter: https://www.metall-ex-press.de/WebRoot/Store21/Shops/63840625/MediaGallery/Datenblaetter/1.0402_C22_gewalzt.pdf
121. TRAFILERIA A.MAURI E FIGLI. *Materialdatenblatt: C22* [online]. *Unlegierter Qualitätsstahl*, 2008 [Zugriff am: 4. Juli 2019]. Verfügbar unter: <http://www.trafileriamauri.com/wp-content/uploads/PDF/C22-de.pdf>
122. THYSSENKRUPP AG. *Materialdatenblatt: C22 / C22E* [online]. *Produktinformation für warmgewalztes Mittelband*, 2018 [Zugriff am: 4. Juli 2019]. Verfügbar unter: https://www.thyssenkrupp-steel.com/media/content_1/publikationen/precision_steel/produktinformationen_1/verguetungsstahl/thyssenkrupp_c22_c22e_produkthinformation_precision_steel_de.pdf
123. EUROPEAN STEEL BUSINESS GROUP. *Materialdatenblatt: ESB Quality Guide* [online]. Warmgewalzte Vergütungsstähle nach EN 10083-2 / Hot rolled steels acc. EN 10083-2., 2018. Verfügbar unter: <https://www.esb-group.com/wp-content/uploads/2018/04/ESB-Quality-Guide-Warmgewalzte-Verg%C3%BCtungsst%C3%A4hle.pdf>
124. SAARSTAHL. *Materialdatenblatt: C22* [online]. *Material specification sheet*, 2016 [Zugriff am: 4. Juli 2019]. Verfügbar unter: <https://www.saarstahl.com/sag/downloads/download/12958>
125. KACZMAREK, D., G. SCHÄFER und M. SIKORA. Auslegungssoftware für Profilwellenverbindungen. In: A. LOHRENGEL und N. MÜLLER, Hg. *Institutsmitteilung 2017. Mitteilungen aus dem Institut für Maschinenwesen der Technischen Universität Clausthal*. Clausthal-Zellerfeld: Papierflieger, 2017, S. 55-62.

Normen

1. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. DIN 5480-1:2006-03, *Passver-zahnungen mit Evolventenflanken und Bezugsdurchmesser – Teil 1: Grundlagen*. Berlin: Beuth.

2. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. DIN 5466-2:2002-11E, *Tragfähigkeitsberechnung von Zahn- und Keilwellen-Verbindungen Teil 2: Zahnwellen-Verbindungen nach DIN 5480*. Berlin: Beuth.
8. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. DIN 5471:1974-08, *Keilwellen- und Keilnaben-Profile mit 4 Keilen Innenzentrierung Maße*. Berlin: Beuth.
9. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. DIN 5464:2010-03, *Passverzahnungen mit Keiflanken – Schwere Reihe*. Berlin: Beuth.
10. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. DIN 5481:2005-06, *Passverzahnung mit Kerbflanken*. Berlin: Beuth.
11. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. DIN ISO 4156-1:2009-04, *Passverzahnungen mit Evolventenflanken - Metrisches Modul, flankenzentriert - Teil 1: Grundlagen*. Berlin: Beuth.
16. VDI-Fachbereich Getriebe und Maschinenelemente. VDI 2722:2003-08, *Richtlinie: Gelenkwellen und Gelenkwellenstränge mit Kreuzgelenken: Einbaubedingungen für Homokinematik*. Berlin: Beuth.
18. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. DIN 5466-1:2000-10, *Tragfähigkeitsberechnung von Zahn- und Keilwellen-Verbindungen Teil 1: Grundlagen*. Berlin: Beuth.
20. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. DIN ISO 14:1986-12, *Keilwellen-Verbindung mit geraden Flanken und Innenzentrierung*. Berlin: Beuth.
21. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. DIN 32711-1:2009-03, *Welle-Nabe-Verbindung – Polygonprofil P3G – Teil 1: Allgemeines und Geometrie*. Berlin: Beuth.
22. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. DIN 32712-1:2009-03, *Welle-Nabe-Verbindung – Polygonprofil P4C – Teil 1: Allgemeines und Geometrie*. Berlin: Beuth.
26. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. DIN 743-1:2012-12, *Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen - Teil 1: Grundlagen*. Berlin: Beuth.
48. Society of Automotive Engineers (SAE). SAE J499:2014-06, *Parallel Side Splines for Soft Broached Holes in Fittings*.
86. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. DIN EN 10305-2:2016-08, *Präzisionsstahlrohre – Technische Lieferbedingungen – Teil 2: Geschweißte kaltgezogene Rohre*. Berlin: Beuth.

- 88. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. DIN EN 10083-2:2006-10, *Vergütungsstähle - Teil 2: Technische Lieferbedingungen für unlegierte Stähle*. Berlin: Beuth.
- 89. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. DIN EN ISO 6892-1:2017-02, *Metallische Werkstoffe – Zugversuch – Teil 1: Prüfverfahren bei Raumtemperatur*. Berlin: Beuth.
- 92. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. DIN 50100:2016-12, *Schwingfestigkeitsversuch – Durchführung und Auswertung von zyklischen Versuchen mit konstanter Lastamplitude für metallische Werkstoffproben und Bauteile*. Berlin: Beuth.
- 100. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. DIN EN ISO 4287:2010-07, *Geometrische Produktspezifikation (GPS) – Oberflächenbeschaffenheit: Tastschnittverfahren – Benennungen, Definitionen und Kenngrößen der Oberflächenbeschaffenheit*. Berlin: Beuth.
- 126. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. DIN 743-3:2012:12, *Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen - Teil 3: Werkstoff-Festigkeitswerte*. Berlin: Beuth.

Patente

- 13. JOSEF HOHN GMBH. Gelenkwelle. Erfinder: J. HOHN. Anmeldung: 27. Oktober 2015. Deutschland. DE 102015118259A1.
- 65. ZIAEI, MASOUD. Einstellbare Profilkonturen mit mehreren Exzentrizitäten für formschlüssige Welle-Nabe-Verbindungen. Erfinder: M. ZIAEI. Anmeldung: 24. November 2014. Deutschland. DE 10 2004 056 642 A1.
- 68. SMS GROUP GMBH. Welle, und Welle-Nabe-Verbindung. Erfinder: C. A. KLEIN, J. MERZ, K. PIETSCH UND K. SCHEFFE. Anmeldung: 30. Juni 2016. Deutschland. DE 102016211797A1.
- 75. VISTEON GLOBAL TECHNOLOGIES. Vehicle Driveshaft. Erfinder: M. GLOWACKI UND W.J. GOLEMBIEWSKI. Anmeldung: 8. September 1999. US. US6279221B1.

Veröffentlichungen durch den Autor

69. JAKOB, M., J. MERZ, G. SCHÄFER und K. SCHEFFE. Höhere Drehmomente bei gleichem Wellendurchmesser - SMS GROUP entwickelt erfolgreich neue Welle-Nabe-Verbindung. In: A. LOHRENGEL, Hg. *Institutsmitteilung 2018. Mitteilungen aus dem Institut für Maschinenwesen der Technischen Universität Clausthal*. Clausthal-Zellerfeld: Papierflieger, 2018, S. 35-40.
112. JAKOB, M. Entwicklung eines dynamischen Torsionsprüfstands mit 500 kNm Prüfdrehmoment. In: A. LOHRENGEL und N. MÜLLER, Hg. *Institutsmitteilung 2014. Mitteilungen aus dem Institut für Maschinenwesen der Technischen Universität Clausthal*. Clausthal-Zellerfeld: Papierflieger, 2014, S. 93-94.
113. JAKOB, M. Entwicklung eines optischen Rissvermessungssystems. In: A. LOHRENGEL und N. MÜLLER, Hg. *Institutsmitteilung 2015. Mitteilungen aus dem Institut für Maschinenwesen der Technischen Universität Clausthal*. Clausthal-Zellerfeld: Papierflieger, 2015, S. 111-116.
114. JAKOB, M. Verlustmessung und Ermittlung von Reibungskennwerten an Kreuzgelenkwellen mit verzahntem Längenausgleich. In: A. LOHRENGEL und N. MÜLLER, Hg. *Institutsmitteilung 2016. Mitteilungen aus dem Institut für Maschinenwesen der Technischen Universität Clausthal*. Clausthal-Zellerfeld: Papierflieger, 2016, S. 109-112.
115. JAKOB, M. und V. MARTINEWSKI. Maschinentechnische Exkursion. In: A. LOHRENGEL und N. MÜLLER, Hg. *Institutsmitteilung 2016. Mitteilungen aus dem Institut für Maschinenwesen der Technischen Universität Clausthal*. Clausthal-Zellerfeld: Papierflieger, 2016, S. 133-140.
116. JAKOB, M. Beitrag zur Vorauslegung dünnwandiger und auf Torsion belasteter Profilwellen. In: A. LOHRENGEL und N. MÜLLER, Hg. *Institutsmitteilung 2017. Mitteilungen aus dem Institut für Maschinenwesen der Technischen Universität Clausthal*. Clausthal-Zellerfeld: Papierflieger, 2017, S. 33-40.
117. JAKOB, M. Leichtbau und Tragfähigkeitssteigerung bei Zahnwellenverbindungen. Methodisches Vorgehen zur Auslegung umformend hergestellter und auf Torsion belasteter dünnwandiger Leichtbau-Profilwellen. In: VDI, Hg. 8. *VDI-Fachtagung Welle-Nabe-Verbindungen. Dimensionierung - Fertigung - Anwendungen*. Nichtredigierter Manuskriptdruck. Düsseldorf: VDI-Verlag, 2018, S. 291-295. ISBN 978-3-18-092337-6.
118. JAKOB, M. Auslegung und Optimierung von Bauteilgeometrien mittels FEM und DoE am Beispiel dünnwandiger Profilwellen. In: K. BRÖKEL, B. CORVES, K.-H. GROTE, A. LOHRENGEL, N. MÜLLER, A. NAGARAJAH,

F. RIEG, G. SCHARR und R. STELZER, Hg. *Digitalisierung und Produktentwicklung - vernetzte Entwicklungsumgebungen. 16. Gemeinsames Kolloquium Konstruktionstechnik : am 11. und 12. Oktober 2018 in Bayreuth : Tagungsband.* Bayreuth: Universität Bayreuth Lehrstuhl für Konstruktionslehre und CAD, 2018, S. 132-143. ISBN 978-3-00-059609-4.

119. JAKOB, M. Methode zur Gestaltung anwendungsabhängiger Mitnehmerverbindungen. Leichtbau und Steigerung der Tragfähigkeit durch dünnwandige Profilwellen. In: M. BERGER, Hg. *11. Saxon Simulation Meeting. Präsentationen und Vorträge des 11. Anwendertreffens am 26. März 2019 an der Technischen Universität Chemnitz.* Chemnitz: Universitätsverlag der Technischen Universität Chemnitz, 2019. ISBN 978-3-96100-078-4.

Anhang:

A1. Kennwerte der Prüfstände

Tab. 55: Kennwerte des statischen Torsionsprüfstandes.

Torsionsmomentmesswelle	HBM T10F/5kNm
	Max. Abweichung: $ -0,1348 \text{ ‰} $
Bezeichnung Getriebe/Antrieb	CHHM1-4175DC-1131 / T F80 M
Leistung des Motors	750 W
Max. Drehzahl des Motors	1430 U/min
Übersetzung des Getriebes i	1131
Laserabstandsensoren 20 mm	µε optoNCDT1302 ILD 1302-20(000) No. 1301247/No. 1110269
	Auflösung: 0,004 mm
Laserabstandsensoren 50 mm	µε optoNCDT1302 ILD 1302-50(000) No. 1212368/No. 1212369
	Auflösung: 0,01 mm

Tab. 56: Kennwerte des dynamischen Torsionsprüfstandes.

Leistung des Motors	3000 W
Max. Drehzahl des Motors	2870 U/min
Brucherkennung	Hall-Sensor
Belastungsarten R	flexibel z. B. $R = 0$ oder $R = -1$
Torsionsmoment (maximal)	3000 Nm
Prüffrequenz (in dieser Anwendung)	27 bis 28 Hz
Torsionsmomentmessung	Vollbrücken-Torsionsmessbrücke (Abgeglichen mit HBM T10F/5kNm)

A2. Materialkennwerte für C22 aus der Literatur

Tab. 57: Zusammenfassung der Literaturangaben für den Werkstoff C22.

Quelle	R _{p,0,2} %	R _m	A ₅	Zusätzliche Angaben:
(120)	210	410	25	+NT, t ≤ 100 mm
(121)	450	570	5	+C, t ≤ 5 mm
(122)		Ø 500	> 22	
(123)	240	430	20	
(87)	210	410	25	N, +NT
(124)	> 450	500 - 650	> 22	+QT, t < 8 mm
(124)	> 240	> 430	24	+N, t < 16 mm

A3. Kennwerte für statische FEM-Berechnung

Die in Tab. 58 angegebenen Werte für das multivariante Materialmodell ergeben sich aus den Stützpunkten aus Abb. 36 nach folgender Formel.

$$\epsilon_{\text{plast},i} = \epsilon_i - \frac{\sigma_i}{E}$$

Tab. 58: Werte für das Materialmodell (multilinearer isotropen Verfestigung).

ϵ_{plast} in %	σ in MPa	ϵ_{plast} in %	σ in MPa	ϵ_{plast} in %	σ in MPa	ϵ_{plast} in %	σ in MPa
0,000	133,81	0,024	397,70	0,108	545,29	0,243	594,38
0,001	171,52	0,030	425,35	0,123	554,46	0,261	597,06
0,003	204,80	0,037	450,16	0,139	562,25	0,279	600,30
0,008	235,03	0,045	472,43	0,155	569,35	0,298	603,76
0,011	268,38	0,056	491,23	0,172	575,39	0,317	605,91
0,013	301,89	0,067	507,69	0,190	580,32	0,335	608,30
0,016	335,89	0,080	522,31	0,206	586,73		

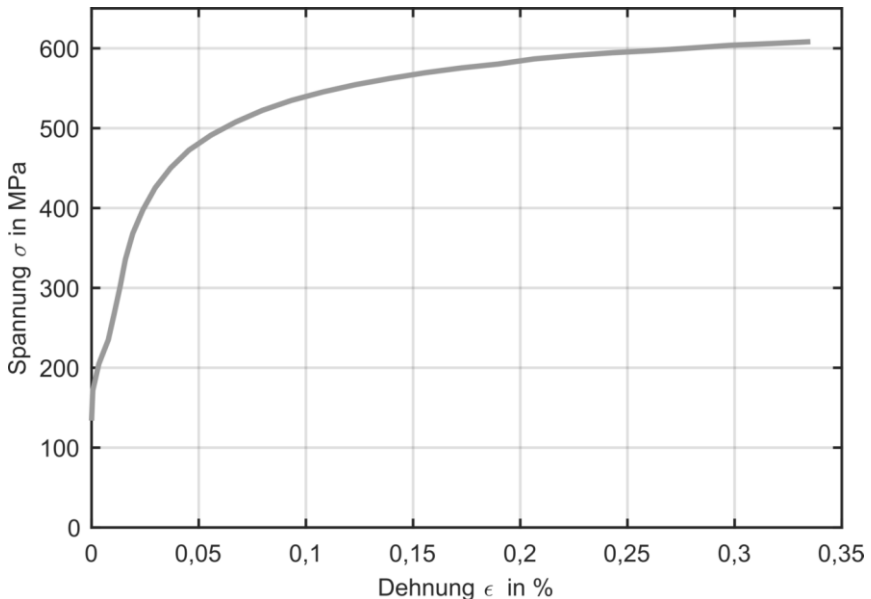


Abb. 104: Materialmodell mit multilinearer isotropen Verfestigung.

A4. Einbaulage der Profilrohre (statischer Prüfstand)

Es standen insgesamt, bis auf Messung V5S6, vier Laserabstandssensoren zur Verfügung, sodass pro Probe zusätzlich die Verdrehwinkelkennlinie eines Auslaufes und eines Einlaufes mitgemessen werden könnte. Die Laserabstandssensoren mit 20 mm Messbereich sind immer nahe des Festsitzes, der Laserabstandssensor mit 50 mm Messbereich in Richtung höhere Drehwinkel nahe des Motors eingesetzt worden. Die Profilrohre wurden so eingebaut, dass mindestens einmal sowohl der Auslauf als auch der Einlauf mit den genauer auflösenden Laserabstandssensoren nahe des Festsitzes gemessen werden konnten. Es ergibt sich ein Prüfablauf mit den nach Tab. 59 aufgeführten Proben.

Tab. 59: Übersicht über die Einbaulage der tordierten Profilrohre.

Probennr. i	Messstelle 1	Messstelle 2	Messstelle 3
1 (V5S6)	Auslauf (sanft) ($l_{i,MS1} = 46$ mm)	Profil ($l_{i,MS2} = 202$ mm)	nicht gemessen
2 (V5S8)	Einlauf ($l_{i,MS1} = 50$ mm)	Profil ($l_{i,MS2} = 232$ mm)	Auslauf (sanft) ($l_{i,MS1} = 50$ mm)
3 (V5S10)	Auslauf (sanft) ($l_{i,MS1} = 50$ mm)	Profil ($l_{i,MS2} = 230$ mm)	Einlauf ($l_{i,MS1} = 50$ mm)
4 (V4S18)	Einlauf ($l_{i,MS1} = 52$ mm)	Profil ($l_{i,MS2} = 234$ mm)	Auslauf (hart) ($l_{i,MS1} = 51$ mm)
5 (V4S23)	Auslauf (hart) ($l_{i,MS1} = 50$ mm)	Profil ($l_{i,MS2} = 235$ mm)	Einlauf ($l_{i,MS1} = 50$ mm)
6 (V4SS29)	Auslauf (hart) ($l_{i,MS1} = 39$ mm)	Profil ($l_{i,MS2} = 250$ mm)	Einlauf ($l_{i,MS1} = 47$ mm)

Die Messwerte und die Kennlinien nach Abb. 40 wurden auf eine einheitliche Messlänge von 230 mm angepasst.

A5. Auswertung Treppenstufenversuch (V3)

Probenr. i -	Lastamplitude M_i Nm	Schwing- spiel N_B -	Ergebnis Lasthorizont L_i B = Bruch; D = Durchläufer; () = nicht gewertet; + = fiktiv					
			$L_0=900$ Nm	$L_1=927$ Nm	$L_2=955$ Nm	$L_3=983$ Nm	$L_4=1013$ Nm	$L_5=1043$ Nm
201	1075	4679060						(B)
202	1043	5000000						(D)
203	1075	2154022						(B)
204	1043	901157						(B)
205	1013	1608556					(B)	
206	983	2275093				B		
207	955	5000000			D			
208	983	2500167				B		
209	955	5000000			D			
210	983	1224646				B		
211	955	3794502			B			
212	927	5000000		D				
213	955	2100368			B			
214	927	3527102		B				
215	900	5000000	D					
216	927	5000000		D				
(+1)	fiktiver Versuch				+			

Laststufe i	0	1	2	3	4	5	6	
Häufigkeit f_i auf Laststufe	1	3	5	3	0	0	0	$F_T = \sum f_i = 12$
$i \cdot f_i$	0	3	10	9	0	0	0	$A_T = \sum i \cdot f_i = 22$
$i^2 \cdot f_i$	0	3	20	27	0	0	0	$B_T = \sum i^2 \cdot f_i = 50$

Stufensprung d_{\log}	1,03	
L_0	900	Nm
$L_{aL,5E6}$	950	Nm

D_T	0,81	-
$S_{\log L}$	0,023	-
T_L	1,146	-

A6. Auswertung Treppenstufenversuch (V4)

			Ergebnis Lasthorizont L_i B = Bruch; D = Durchläufer; () = nicht gewertet: + = fiktiv						
Probenr. i -	Lastamplitude M_i Nm	Schwing- spiel N_B -	$L_0=824$ Nm	$L_1=848$ Nm	$L_2=874$ Nm	$L_3=900$ Nm	$L_4=927$ Nm	$L_5=955$ Nm	$L_6=984$ Nm
0	900	4158000				B			
1	874	5000000			D				
2	900	5000000				D			
3	927	2917000					B		
4	900	3729709				B			
5	874	3714682			B				
6	848	5000000		D					
7	874	1471086			B				
8	848	4088580		B					
9	824	5000000	D						
10	848	5000000		D					
11	874	3426718			B				
12	848	5000000		D					
13	874	5000000			D				
14	900	1772676				B			
15	874	4565000			B				
(+1)	fiktiver Versuch			+					

Laststufe i	0	1	2	3	4	5	6	
Häufigkeit f_i auf Laststufe	1	5	6	4	1	0	0	$F_T = \sum f_i = 17$
$i \cdot f_i$	0	5	12	12	4	0	0	$A_T = \sum i \cdot f_i = 33$
$i^2 \cdot f_i$	0	5	24	36	16	0	0	$B_T = \sum i^2 \cdot f_i = 81$

Stufensprung d_{\log}	1,03	
L_0	824	Nm
$L_{-aL,5E6}$	873	Nm

D_T	1,00	-
$S_{\log L}$	0,030	-
T_L	1,192	-

A7. Auswertung Treppenstufenversuch (V5)

Probenr. i -	Lastamplitude M_t Nm	Schwing- spiel N_B -	Ergebnis Lasthorizont L_i B = Bruch; D = Durchläufer; () = nicht gewertet; + = fiktiv					
			$L_0=848$ Nm	$L_1=874$ Nm	$L_2=900$ Nm	$L_3=927$ Nm	$L_4=954$ Nm	$L_5=983$ Nm
101	874	2748708		B				
102	848	5000000	D					
103	874	4838000		B				
104	848	6019000	D					
105	874	5000000		D				
106	900	3869542			B			
107	874	3263569		B				
108	848	5000000	D					
109	874	5000000		D				
110	900	4056426			B			
111	874	5000000		D				
112	900	5000000			D			
113	927	925531				B		
114	900	4281154			B			
115	874	500000		D				
(+1)	fiktiver Versuch				+			

Laststufe i	0	1	2	3	4	5	6	
Häufigkeit f_i auf Laststufe	3	7	5	1	0	0	0	$F_T = \sum f_i = 16$
$i \cdot f_i$	0	7	10	3	0	0	0	$A_T = \sum i \cdot f_i = 20$
$i^2 \cdot f_i$	0	7	20	9	0	0	0	$B_T = \sum i^2 \cdot f_i = 36$

Stufensprung d_{\log}	1,03	
L_0	848	Nm
$L_{aL,5E6}$	880	Nm

D_T	0,69	-
$S_{\log L}$	0,013	-
T_L	1,080	-

A8. Auswertung Treppenstufenversuch (V7)

Probenr. i -	Lastamplitude M_i Nm	Schwing- spiel N_B -	Ergebnis Lasthorizont L_i B = Bruch; D = Durchläufer; () = nicht gewertet; + = fiktiv					
			$L_0=927$ Nm	$L_1=955$ Nm	$L_2=983$ Nm	$L_3=1013$ Nm	$L_4=1043$ Nm	$L_5=1075$ Nm
301	927	5000000	D					
302	955	3617316		B				
303	927	5000000	D					
304	955	5000000		D				
305	983	1563788			B			
306	955	5000000		D				
307	983	4229740			B			
308	955	5000000		D				
309	983	5000000			D			
310	1013	168223				B		
311	983	2124484			B			
312	955	3701965		B				
313	927	5000000	D					
314	955	5000000		D				
315	983	5000000			D			
(+1)	fiktiver Versuch					+		

Laststufe i	0	1	2	3	4	5	6	
Häufigkeit f_i auf Laststufe	3	6	5	2	0	0	0	$F_T = \sum f_i = 16$
$i \cdot f_i$	0	6	10	6	0	0	0	$A_T = \sum i \cdot f_i = 22$
$i^2 \cdot f_i$	0	6	20	18	0	0	0	$B_T = \sum i^2 \cdot f_i = 44$

Stufensprung d_{\log}	1,03	
L_0	927	Nm
$L_{aL,5E6}$	965	Nm

D_T	0,86	-
$S_{\log L}$	0,022	-
T_L	1,139	-

A9. Werte und Einstellungen für den FKM-Nachweis

Tab. 60: Materialkennwerte für den FKM-Nachweis.

Materialkennwerte			
E-Modul	E	205	GPa
Normwert der Zugfestigkeit	$R_{m,N}$	564	MPa
Normwert der Fließgrenze	$R_{p,N}$	502	MPa
Bruchdehnung	A	17,7	%
Konstante für $K_{d,m}$	$d_{eff,N,m}$	16	mm
Konstante für $K_{d,p}$	$d_{eff,N,p}$	16	mm
Effektiver Durchmesser mit maximalem Festigkeitsabfall	$d_{eff,max}$	250	mm
Maximal zulässiger effektiver Durchmesser	$d_{eff,limit}$	-	mm
Konstante für $K_{d,m}$	$a_{d,m}$	0,3	
Konstante für $K_{d,p}$	$a_{d,p}$	0,4	
Zugfestigkeitsfaktor	$f_{\sigma,Zug}$	1	
Druckfestigkeitsfaktor	$f_{\sigma,Druck}$	1	
Zugdruckwechselfestigkeitsfaktor	$f_{W,\sigma}$	0,45	
Schubwechselfestigkeitsfaktor	$f_{W,\tau}$	0,577	
Weibull-Exponent für statistische Stützzahl	k_{st}	30,0	
Referenz Zugfestigkeit für bruchmechanische Stützzahl	$R_{m,bm}$	680	MPa
Temperatureinfluss		n.b.	
Oberflächenkennwerte			
Oberflächenrauheit	R_z	2	μm
Randschicht		Keine	
Randschichtfaktor	K_v	1,0	
Rand-Zugfestigkeit	$R_{m,RS}$	-	
Schutzschichtfaktor	K_S	1,0	
Konstruktionskennwerte			
Effektiver Durchmesser	d_{eff}	4,2	mm
Plastische Formzahl	$K_{p,\sigma}$	1,0	
Konstante für n_σ	a_G	0,5	
Konstante für n_σ	b_G	2700,0	
Konstante für $K_{R,\sigma}$	$a_{R,\sigma}$	0,22	
Minimale Zugfestigkeit in der Werkstoffgruppe	$R_{m,N,min}$	400	MPa
Stützwirkungsverfahren		beide	
Verbundene statistische Flächen verwenden		Nein	
Grenzfaktor für statistische Spannungen		0,8	
Maximale Spannung für statistische Stützzahl		-	
K_p automatisch aus Spannungsgradient abschätzen		Nein	

Tab. 61: Annahmen für den Festigkeitsnachweis.

Last	950 Nm
Lastfall	R = -1
Berechnungsverfahren	Dauerfestigkeit
Überlastfall	F2
Hauptspannungsabweichung	45 °
Spannungsgradient	7,5 %
Spannungsgradient	7,5 MPa / mm
Toleranzverletzung ignoriert bis Auslastung	100 %
Gemittelte Knotenspannung	Ja
Vergleichsmittelspannung bei Berechnung des Mittelspannungsfaktor berücksichtigen	Ja
Einzelauslastungsgrade als potentiell maßgebliches Ergebnis des Nachweises	Ja
Berechnung des Spannungsgradienten	Auf Line entlang der Flächennormale
Kriterium für Berücksichtigung von Elementen	Elementschichten um Nachweispunkt
Elementschichten um Nachweispunkt	1
Maximale Tiefe der Referenzpunkte	auto

Tab. 62: Einflussfaktoren des Konstruktionsfaktors (887 Nm).

		Außenkontur		Innenkontur		
		σ_1	σ_2	σ_1	σ_2	
Stützzahl nach Stieler						
Abstand zum Referenzpunkt im Bauteilinneren	Δs	0,079	0,079	0,062	0,062	mm
Spannungsamplitude	σ_a	-142,24	141,74	-150,05	149,63	MPa
Spannungsamplitude am Referenzpunkt im Bauteilinneren	σ_{2a}	-133,89	133,50	-139,30	138,92	MPa
Bezogenes Spannungsgefälle	G_σ	0,740	0,736	1,150	1,148	
Stützzahl nach Stieler	n_σ	1,063	1,061	1,202	1,202	
Konstruktionsfaktor	K_{WK}	0,882	0,883	0,856	0,856	
Bauteilbetriebsfestigkeit	σ_{BK}	287,65	287,54	296,38	296,36	MPa
Einzelbelastung	a_{BK}	-0,494	0,493	-0,506	0,505	
Gesamtauslastung	a_{BK}	85,5		87,6		%
werkstoffmechanische Stützzahl						
Hochbeanspruchte Fläche für statistische Stützzahl	$A_{\sigma, st}$	9,631	9,631	4,289	4,289	mm ²
Statistische Stützzahl	n_{st}	1,141	1,141	1,172	1,172	
Verformungsmechanische Stützzahl	n_{vm}	1,158	1,158	1,182	1,182	
Bruchmechanische Stützzahl	n_{bm}	1	1	1	1	
werkstoffmechanischen Stützzahl	n_σ	1,321	1,321	1,385	1,385	
Konstruktionsfaktor	K_{WK}	0,780	0,780	0,744	0,744	
Bauteilbetriebsfestigkeit	σ_{BK}	376,50	376,50	341,04	341,04	MPa
Einzelbelastung	a_{BK}	-0,437	0,436	-0,440	0,439	
Gesamtauslastung	a_{BK}	75,6		76,0		%
Knotennummer		165309		60863		

Tab. 63: Einflussfaktoren des Konstruktionsfaktors (950 Nm).

		Außenkontur		Innenkontur		
		σ_1	σ_2	σ_1	σ_2	
Stützzahl nach Stieler						
Abstand zum Referenzpunkt im Bauteilinneren	Δs	0,09	0,09	0,088	0,088	mm
Spannungsamplitude	σ_a	-148,7	148,3	150,4	-150,4	MPa
Spannungsamplitude am Referenzpunkt im Bauteilinneren	σ_{2a}	-140,3	139,9	140,6	-140,6	MPa
Bezogenes Spannungsgefälle	G_σ	0,634	0,631	0,739	0,739	
Stützzahl nach Stieler	n_σ	1,156	1,155	1,063	1,062	
Konstruktionsfaktor	K_{WK}	0,892	0,892	0,882	0,882	
Bauteilbetriebsfestig.	σ_{BK}	284,56	284,46	287,61	287,60	
Einzelauslastung	a_{BK}	-0,523	0,521	0,523	-0,523	
Gesamtauslastung	a_{BK}	90,4		90,6		%
werkstoffmechanische Stützzahl						
Hochbeanspruchte Fläche für statistische Stützzahl	$A_{\sigma, st}$	7,834	7,834	16,034	16,034	mm ²
Statistische Stützzahl	n_{st}	1,149	1,149	1,121	1,212	
Verformungsmechanische Stützzahl	n_{vm}	1,164	1,164	1,144	1,144	
Bruchmechanische Stützzahl	n_{bm}	1	1	1	1	
werkstoffmechanischen Stützzahl	n_σ	1,337	1,337	1,283	1,283	
Konstruktionsfaktor	K_{WK}	0,771	0,771	0,803	0,803	
Bauteilbetriebsfestig.	σ_{BK}	329,12	329,12	315,99	315,99	
Einzelauslastung	a_{BK}	-0,452	0,451	0,476	-0,476	
Gesamtauslastung	a_{BK}	78,2		82,4		%
Knotennummer		373300		361574		

A10. Werte zur Eigenspannungsmessung

Tab. 64: Einstellwerte der Eigenspannungsmessung.

Messgerät:	GE XRD 3003 TT
Strahlung:	Cr K α 30 kV, 35 mA, 1 mm Punktkollimator mit Helium gefüllt
Messung:	α -FeGitter hkl 211 ($2\Theta_{00} = 156,084^{\circ}$), Informationstiefe $T_{\max} = 5,5 \mu\text{m}$
$\sin^2 \Psi$:	$9 \Psi (\pm 45,00^{\circ})$: Messbereich 148° - $162,9^{\circ}$, step $0,1^{\circ}$, time 60 s

Tab. 65: Messwerte der Eigenspannungsmessung.

Pos.	Richtung	Probennr.	σ in MPa	R-coeff.
1	Axial	V4S8 / 05	-51,20	0,775
2	Axial	V4S8 / 08	-45,00	0,583
3	Axial	V4S9 / A	-100,60	0,821
4	Axial	V4S9 / B	27,60	0,662
5	Axial	V4S9 / C	62,80	0,787
6	Axial	V4S9 / D	91,20	0,801
7	Axial	V4S8 / 11	58,20	0,955
8	Axial	V4S8 / 10	18,50	0,625
9	Axial	V4S8 / 03	-18,80	0,159
10	Axial	V4S8 / 06	-2,00	0,769
11	Axial	V4S8 / 04	1,50	0,596
12	Axial	V5S19 / 12	20,70	0,732
13	Axial	V4S8 / 07	1,10	0,934
14	Axial	V4S8 / 09	86,60	0,551
15	Axial	V5S7 / 02	55,80	0,752
16	Axial	V5S7 / 01	140,40	0,768
1	Umfang	V4S8 / 05	187,80	0,999
2	Umfang	V4S8 / 08	147,30	0,989
3	Umfang	V4S9 / A	174,40	0,998
4	Umfang	V4S9 / B	260,00	0,992
5	Umfang	V4S9 / C	376,20	0,997
6	Umfang	V4S9 / D	278,00	0,986
7	Umfang	V4S8 / 11	264,40	0,991
8	Umfang	V4S8 / 10	61,10	0,520
9	Umfang	V4S8 / 03	40,40	0,579
10	Umfang	V4S8 / 06	29,80	0,689
11	Umfang	V4S8 / 04	35,20	0,597
12	Umfang	V5S19 / 12	17,70	0,643
13	Umfang	V4S8 / 07	10,50	0,315
14	Umfang	V4S8 / 09	66,50	0,614
15	Umfang	V5S7 / 02	66,20	0,689
16	Umfang	V5S7 / 01	16,70	0,525
	Umfang	V4S8 / 06 (Wdh.)	37,30	0,444

A11. Bezugsgrößen und Vergleich mit Referenzprofil

Durch Rückwärtsrechnen lassen sich entsprechende Verhältnisse des Referenzprofils bestimmen zu:

Tab. 66: Bestimmung entsprechender Verhältnisse des Referenzprofils zum Vergleich mit dem Startdesign 95x2,5x32-Ilt.0.

Bezeichnung		Referenz-Profil	Startwert 95x2,5x32	
Maximaler Flankendurchmesser	$D_{W,Fl,max}$	61,72	-	mm
Mittlerer Flankendurchmesser	$D_{W,Fl,m}$	61,27	-	mm
Minimaler Flankendurchmesser	$D_{W,Fl,min}$	60,82	-	mm
Tiefe der Flanke	$t_{W,Tr}$	0,45	-	mm
Tiefe des Übergangsradius	$t_{W,R,K,1}$	0,445	0,445	mm
Winkel der Innenkontur	$\alpha_{W,Z}$	28,90	45,00	°
Verhältnis Kopf/Fuß	$V_{W,TL}$	0,243	0,250	-
Verhältnis Fußgrund	$V_{W,G}$	0,9315	0,955	-
Verhältnis Innenradius des Kopfes	$V_{W,K,0}$	0,7000	1,000	-
Öffnungswinkel	$\alpha_{W,Oe}$	19,50	20	°

Mit Hilfe der Gl. (8.17) und der in Tab. 67 aufgeführten Werten lässt sich die mittlere Flächenpressung des Referenzprofils bestimmen.

Tab. 67: Werte zur Flächenpressung des Referenzprofils.

Bezugsdurchmesser	D_R	63,55	mm
Wanddicke	t_R	2,10	mm
Überdeckungsverhältnis	$V_{W,B}$	1,60	
Überdeckungslänge	$L_{W,Ü}$	101,68	mm
Flankenlänge	$L_{W,Tr}$	0,47	mm
Flankentiefe	$t_{W,Tr}$	0,45	mm
Öffnungswinkel	$\alpha_{W,Oe}$	19,50	°
Teilungswinkel	$\alpha_{W,TL}$	3,65	°
Krafteingriffswinkel	$\alpha_{W,F}$	15,86	°
Mittlerer Flankendurchmesser	$D_{W,Fl,m}$	61,27	mm
Vorgesehenes Torsionsmoment	M_R	1000	Nm
Zulässige Flächenpressung	$p_{W,F,zul}$	40,00	MPa
⇒ Errechnete Flächenpressung	$p_{W,F,RG}$	27,60	MPa

Anhand der Berechnung aus Tab. 67 ist zu erkennen, dass die errechnete mittlere Flankenpressung $p_{W,F}$ unterhalb der zulässigen mittleren Flankenpressung $p_{W,F,zul}$ liegt.

Mit der Gl. (8.25) lässt sich eine Mindestlänge für $t_{W,Tr}$ für das Referenzprofil berechnen. Für das Referenzprofil würden sich für $a_{F,RP}$ und $x_{F,RP}$ und die Flankentiefe folgende Größen ergeben.

$$a_{F,RP} = \frac{2 \cdot 1000 \text{ Nmm} \cdot 1000 \cdot (\cos 15,86^\circ)^2}{1,6 \cdot 63,55 \text{ mm} \cdot 24 \cdot 40 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 18,96 \text{ mm}^2$$

$$x_{F,RP} := -2 \cdot (-2,1 - 0,25 + 0,13 + 1,90 - 0,15 - 0,455) \text{ mm} = 1,85 \text{ mm}$$

$$t_{W,Tr,RP} = \frac{63,55 - 1,85}{2} \text{ mm} - \sqrt{\frac{(1,85 - 63,55)^2}{4}} - 18,96 \text{ mm} = 0,31 \text{ mm}$$

Die gefertigte Flankenlänge $t_{W,Tr}$ des Referenzprofils beträgt 0,45 mm. Sie hätte rechnerisch mit 0,31 mm noch kleiner ausfallen können, ohne die zulässige Flächenpressung zu überschreiten. Mit kleinerer Flanke könnte eine gesteigerte Tragfähigkeit erwartet werden. Allerdings wird dadurch gleichzeitig die Vorgabe der Mindestflankenlänge von 0,5 mm nach Gl. (8.26) verletzt.

A12. Vernetzung der Baureihengeometrie

Für die Baureihenentwicklung ist eine Vielzahl an FEM-Berechnungen notwendig. Um die Berechnungen durchführen zu können, müssen die berechneten Modelle bzgl. ihrer Rechenzeit möglichst klein ausfallen. Es wurden die in Tab. 68 aufgeführten Varianten berechnet, die sich einerseits durch die Vernetzungsgröße, andererseits durch die Länge der vor- und nachgelagerten Segmente unterscheiden.

Tab. 68: Variantenberechnung zur Bestimmung der benötigten Netzgüte.

Element- größe in mm	Länge Nach- barsegment in mm	Knoten- anzahl	Rechenzeit in min	Referenz- spannung ($y = 1,5 \text{ mm}$)	Abwei- chung in %
0,25	5	91857	1,2	207,9	4,11
0,25	10	151521	1,8	206,7	3,50
0,25	15	209829	2,5	206,5	3,40
0,20	5	174353	3,3	202,1	1,20
0,20	10	280883	4,9	200,8	0,55
0,20	15	397463	8,2	199,9	0,10
0,15	5	416771	16,5	201,2	0,75
0,15	10	694074	27,2	199,8	0,05
0,15	15	954672	36,2	199,7	

Bedingt durch die Einspannungseffekte an den Stirnseiten des Modells kommt es zu geringen Spannungsüberlagerungen im Auswertungskörper. Abb. 105 zeigt hier den Spannungsverlauf in axialer Richtung des mittleren und 5 mm langen Segmentes. Mit abnehmender Länge der vor- und nachgelagerten Segmente (nicht im Diagramm dargestellt) kommt es zu einer Verringerung der Spannungsüberhöhung am Übergang sowie zu einem schnelleren Abklingen der Spannungen. Um die Übergangseffekte auszuschließen, wird nur der axiale Bereich zwischen $y = 1 \text{ mm}$ und $y = 2 \text{ mm}$ ausgewertet. Mit zunehmender Verkleinerung der Elementgröße nimmt die ermittelte Spannung leicht ab. Mit einer Elementgröße von 0,2 mm und einer Länge von 10 mm für die Nachbarsegmente kann ein Modell erzeugt werden, dass mit einer Rechenzeit ab 5 min bereits sehr genaue Spannungen berechnen kann.

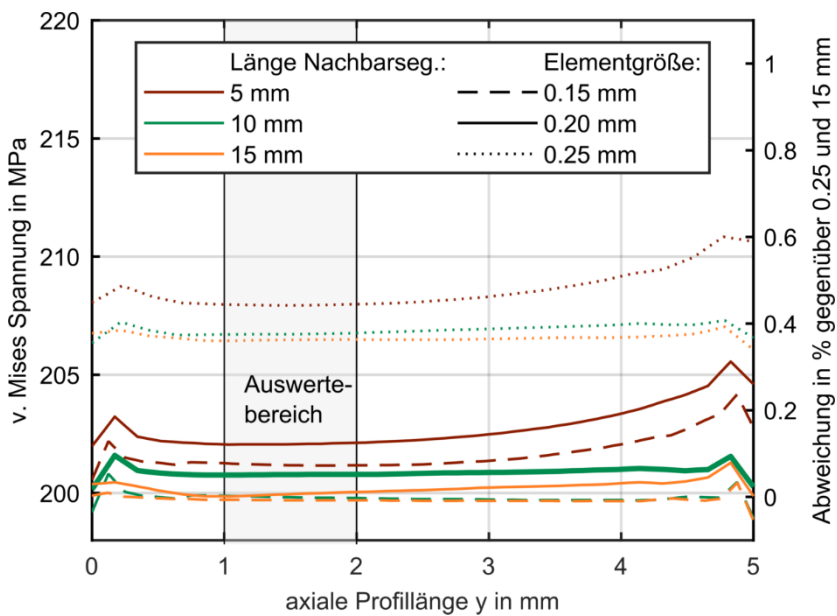


Abb. 105: Bauteilspannung der Flanke in axialer Richtung.

A13. FEM-Berechnung: Winkel der Innenkontur $\alpha_{w,z}$

Mit Hilfe des in Kap. 7.3 vorgestellten Berechnungsmodells wird der Winkel der Innenkontur $\alpha_{w,z}$ des Referenzprofils von 28,90° stufenweise bis 45° erhöht. Das angreifende Torsionsmoment beträgt 950 Nm. Ausgewertet wird die max. v. Mises Spannung des Bauteiles im Auswertebereich, vgl. Abb. 78, sowie die Querschnittsfläche des Mitnehmers. Als Referenzmaß wird der größte geometrisch bildbare Winkel von $\alpha_{w,z} = 45^\circ$ herangezogen.

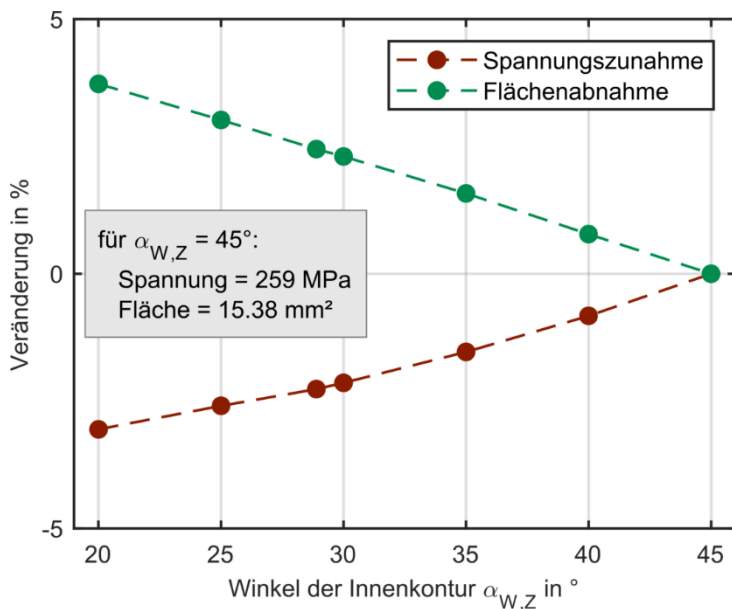


Abb. 106: Einfluss des Winkels der Innenkontur $\alpha_{w,z}$ auf Bauteilspannung und Querschnittsfläche.

Tab. 69: Berechnete Varianten für $\alpha_{w,z}$.

Winkel der Innenkontur $\alpha_{w,z}$ in °	Spannung v. Mises in MPa	Fläche pro Mitnehmer in mm²	Veränderung in % zu $\alpha_{w,z} = 45^\circ$: Spannung	Veränderung in % zu $\alpha_{w,z} = 45^\circ$: Fläche
45,00	266,04	15,14		
40,00	263,91	15,26	-0,80 %	0,78 %
35,00	262,13	15,38	-1,47 %	1,58 %
30,00	260,65	15,49	-2,03 %	2,30 %
28,90	260,33	15,51	-2,15 %	2,45 %

A14. Familientabellen in CREO PARAMETRIC

Hinweis zur Überprüfbarkeit der Bildbarkeit des Designraumes: Um die Bildbarkeit der Geometrie zu prüfen, kann in CREO PARAMETRIC die Funktion der *Familiientabelle* verwendet werden. Diese Funktion dient dazu, ein Standardbauteil zu erstellen und Varianten über Parameter abzuleiten. Ein über MICROSOFT EXCEL vorab erzeugter Versuchsplan mit tabellarischer Auflistung der Varianten kann in CREO PARAMETRIC in die Familiientabelle eingelesen werden. Über die Funktion *Varianten der Familie verifizieren* kann automatisiert überprüft werden, ob die Varianten gebildet wurden und damit die Stufen bzgl. der Geometriebildung richtig gesetzt sind. Können nicht alle Geometrien des Designraums gebildet werden, wird die begrenzende Stufe so lange angepasst, bis der Designraum abbildbar ist.

A15. Zusätzliche Informationen zur 95x2,5x32-I.0

Tab. 70: DoE-Tabelle für 95x2,5x32-I.0.

Eingangsgrößen					Ergebnisgrößen			
$\alpha_{W,Oe}$ in °	$V_{W,TL}$	$V_{W,G}$	$V_{W,K,0}$	M_R in Nm	$a_{FKM,konv}$ in %	$a_{FKM,mod}$ in %	$a_{W,A}$	$\sigma_{v,Mi}$ in MPa
20,00	0,250	0,9550	1,000	2600	107,45	107,8	0,884	263,03
18,00	0,250	0,9550	1,000	2600	108,39	109,7	0,884	267,95
22,00	0,250	0,9550	1,000	2600	106,66	106,7	0,885	258,38
20,00	0,240	0,9550	1,000	2600	106,37	106,4	0,896	256,29
20,00	0,260	0,9550	1,000	2600	109,03	110,3	0,873	268,56
20,00	0,250	0,9500	1,000	2600	110,27	110,3	0,886	258,09
20,00	0,250	0,9600	1,000	2600	132,67	113,2	0,878	278,33
20,00	0,250	0,9550	0,900	2600	106,67	107,0	0,889	260,83
20,00	0,250	0,9550	1,100	2600	108,27	108,8	0,880	265,32
20,00	0,250	0,9550	1,000	2200	90,92	91,3	0,884	222,57
20,00	0,250	0,9550	1,000	3000	123,98	124,4	0,884	303,49
18,00	0,240	0,9500	0,900	3000	125,61	125,7	0,905	293,22
22,00	0,240	0,9500	0,900	2200	91,43	91,5	0,907	211,82
18,00	0,260	0,9500	0,900	2200	93,87	94,0	0,878	220,56
22,00	0,260	0,9500	0,900	3000	126,45	126,5	0,880	294,52
18,00	0,240	0,9600	0,900	2200	108,81	95,6	0,891	234,44
22,00	0,240	0,9600	0,900	3000	126,07	127,2	0,891	312,10
18,00	0,260	0,9600	0,900	3000	156,66	133,3	0,870	326,93
22,00	0,260	0,9600	0,900	2200	110,27	95,8	0,870	235,07
18,00	0,240	0,9500	1,100	2200	93,96	94,0	0,891	220,10
22,00	0,240	0,9500	1,100	3000	126,72	126,8	0,893	294,64
18,00	0,260	0,9500	1,100	3000	131,30	131,5	0,864	308,78
22,00	0,260	0,9500	1,100	2200	94,86	94,9	0,866	221,64
18,00	0,240	0,9600	1,100	3000	149,87	131,3	0,886	322,05
22,00	0,240	0,9600	1,100	2200	93,13	94,0	0,886	230,59
18,00	0,260	0,9600	1,100	2200	116,19	98,5	0,865	241,79
22,00	0,260	0,9600	1,100	3000	152,03	131,7	0,865	323,38
Min					90,92	91,26	0,864	211,82
Max					156,66	133,27	0,907	326,93
Mittelwert					115,11	110,67	0,883	266,46
Std.					18,47	14,56	0,011	35,65

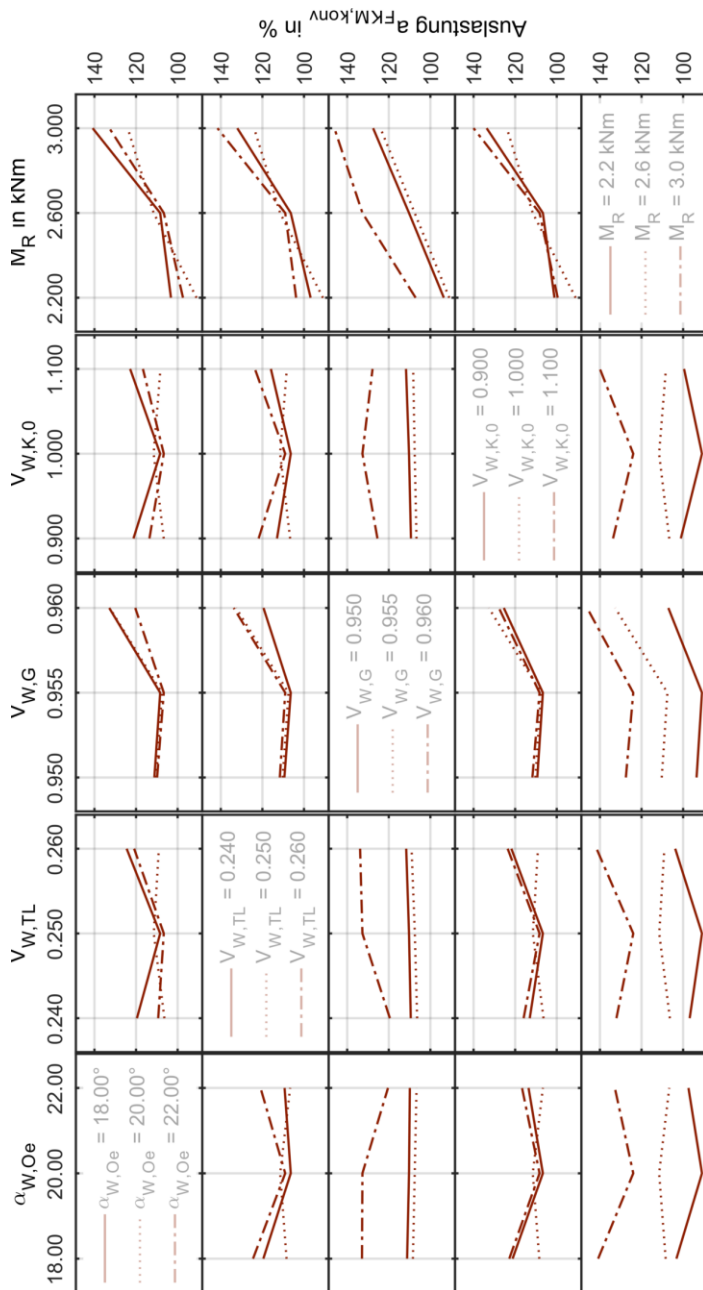


Abb. 107: Einfluss der Wechselwirkungen auf die Auslastung für 95x2,5x32-It.0.

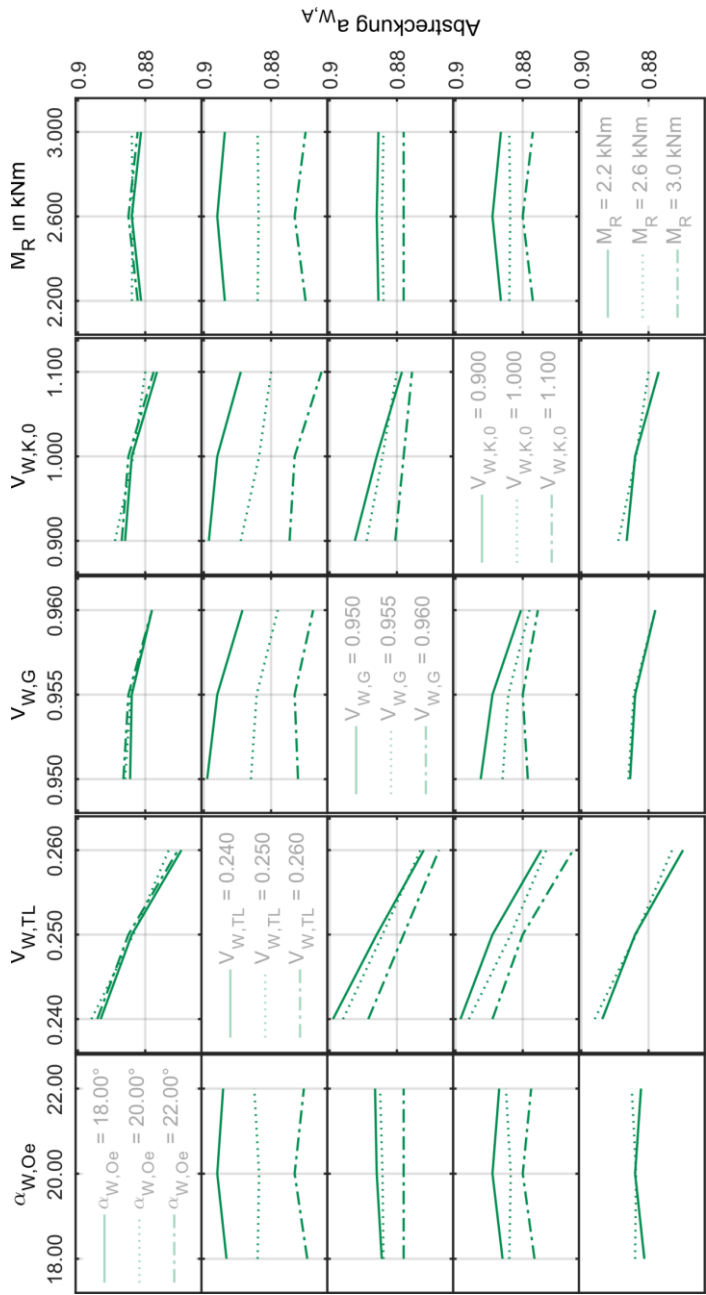


Abb. 108: Einfluss der Wechselwirkungen auf die Abstreckung für 95x2,5x32-I-t.0

A16. Einfluss der Verfeinerung des Ersatzmodells

Durch Hinzufügen von weiteren Verfeinerungspunkten kann das Ersatzmodell verbessert werden. Die gewünschte Toleranz wird bei der Abstreckung mit 0,1 % der maximalen Abstreckung und ebenfalls mit 0,1 % bei maximaler Auslastung vorgegeben. Nach 32 weiteren zusätzlich berechneten Designpunkten, siehe Tab. 72, wird diese Toleranz erreicht. Diese zusätzlichen Designpunkte erhöhen den benötigten Rechenaufwand zusätzlich. Es muss hier pro Iterationsschritt geschätzt werden, ob die Rechenzeit nicht besser für einen neuen Designentwurf mit veränderten oder eingegrenzten Stufen verwendet werden sollte. In den ersten Iterationsschritten geht es darum, für die untersuchten Parameter ein Optimum einzugrenzen. Für die Ermittlung der Werte der Zielgeometrie kann die Verfeinerung zusätzlich das Modell absichern.

Tab. 71: Anpassungsgüte mit Verfeinerungspunkte für 95x2,5x32-It.0.

	aFKM,konv	aFKM,mod	aW,A	$\sigma_{v,Mi}$
Determinationskoeffizient				
Stützpunkte	100 %	100 %	100 %	100 %
Kreuzvalidierung der Stützpunkte	100 %	100 %	100 %	100 %
Mittleres Fehlerquadrat				
Stützpunkte	0,00	0,00	0,00	0,01
Verifikationspunkte	3,90	0,23	0,00	1,00
Kreuzvalidierung der Stützpunkte	1,20	0,24	0,00	0,84
Relativer maximaler absoluter Fehler				
Stützpunkte	0,0 %	0,0 %	1,3 %	0,0 %
Verifikationspunkte	67,4 %	3,2 %	2,9 %	5,5 %
Kreuzvalidierung der Stützpunkte	30,4 %	3,5 %	3,4 %	6,7 %
Relativer mittlerer absoluter Fehler				
Stützpunkte	0,0 %	0,0 %	0,2 %	0,0 %
Verifikationspunkte	10,9 %	1,3 %	1,5 %	2,3 %
Kreuzvalidierung der Stützpunkte	3,9 %	1,2 %	0,5 %	1,8 %

Tab. 72: Verfeinerungspunkte für 95x2,5x32-lt.0.

Eingangsgrößen					Ergebnisgrößen			
$\alpha_{W,Oe}$ in °	$V_{W,TL}$	$V_{W,G}$	$V_{W,K,0}$	M_R in Nm	$a_{FKM,konv}$ in %	$a_{FKM,mod}$ in %	$a_{W,A}$	$\sigma_{v,Mi}$ in MPa
18,00	0,240	0,950	0,900	2200	92,1	92,2	0,905	215,0
18,00	0,260	0,950	1,100	2200	96,3	96,5	0,864	226,5
22,00	0,240	0,960	1,100	3000	127,0	128,2	0,886	314,4
22,00	0,240	0,960	0,900	2200	92,4	93,3	0,891	228,9
22,00	0,260	0,960	1,100	2200	111,5	96,6	0,865	237,1
22,00	0,260	0,950	1,100	3000	129,4	129,4	0,866	302,2
18,00	0,240	0,950	1,100	3000	128,1	128,2	0,891	300,1
22,00	0,260	0,960	0,900	3000	150,4	130,6	0,870	320,6
18,00	0,260	0,956	0,984	2200	94,6	95,7	0,872	234,3
22,00	0,240	0,950	0,900	3000	124,6	124,7	0,907	288,9
18,00	0,240	0,960	0,900	3000	148,4	130,3	0,891	319,7
22,00	0,260	0,950	0,900	2200	92,7	92,7	0,880	216,1
18,00	0,260	0,950	0,900	3000	128,0	128,1	0,878	300,8
18,00	0,260	0,960	1,100	3000	158,4	134,5	0,865	329,8
18,00	0,240	0,959	1,073	2200	105,4	95,2	0,889	233,5
22,00	0,240	0,955	1,000	3000	122,1	122,1	0,897	290,1
19,00	0,260	0,952	0,900	2600	108,9	109,0	0,879	258,8
22,00	0,260	0,959	1,000	2694	128,9	117,2	0,870	287,6
22,00	0,260	0,951	1,000	2663	112,7	112,8	0,873	264,1
22,00	0,240	0,950	1,100	2200	92,9	93,0	0,893	216,1
18,00	0,260	0,955	1,000	3000	128,1	129,3	0,872	315,4
22,00	0,250	0,956	1,089	3000	123,8	125,0	0,881	305,5
18,00	0,240	0,954	1,000	3000	123,7	123,7	0,897	297,9
18,00	0,240	0,954	1,072	2596	108,0	108,0	0,893	257,2
21,13	0,240	0,953	1,100	2600	107,7	107,7	0,893	252,5
22,00	0,256	0,953	1,000	2200	91,6	91,6	0,879	215,4
22,00	0,250	0,957	1,100	2349	98,0	99,5	0,879	242,5
18,93	0,250	0,953	0,900	2200	91,3	91,4	0,891	215,9
18,00	0,250	0,954	1,100	2200	92,3	92,9	0,880	227,6
20,00	0,258	0,956	0,900	3000	125,7	127,3	0,878	311,3
18,00	0,260	0,954	1,074	2600	110,6	111,0	0,869	271,6
20,00	0,240	0,956	0,900	2268	92,3	92,9	0,899	227,1
Min					91,30	91,40	0,864	215,00
Max					158,40	134,50	0,907	329,80
Mittelwert					113,68	110,96	0,883	266,39
Std.					18,96	15,70	0,012	38,93

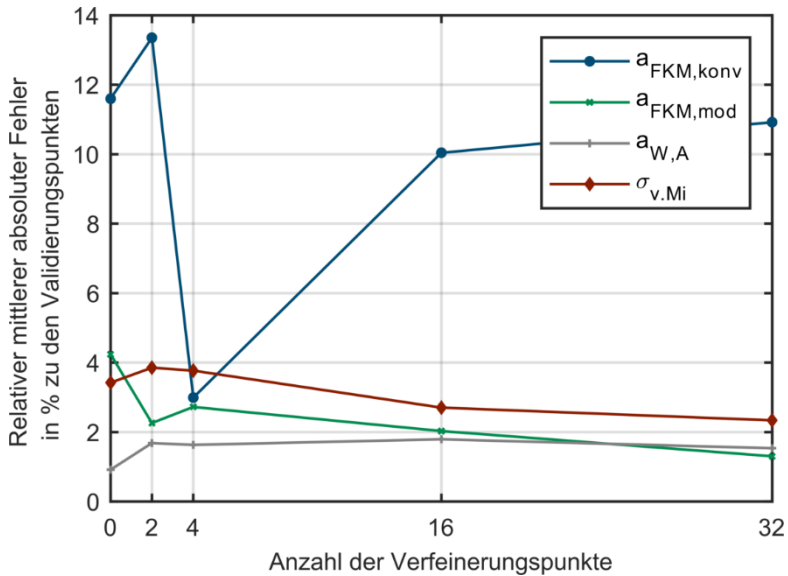


Abb. 109: Verbesserung des Modells mit Verfeinerungspunkte.

In Abb. 109 ist zu erkennen, dass das Ersatzmodell der konventionelle Festigkeitsnachweis trotz Verfeinerungspunkte nur unzureichend die Verifikationspunkte trifft. Der Fehler der Spannungsvorhersage liegt bei maximal 4 % und nimmt mit zunehmenden Verfeinerungspunkten bis etwa 2 % ab. Die in die Optimierung einfließenden Parameter der Auslastung und der modifizierte Festigkeitsnachweis können bereits mit sehr wenigen Verfeinerungspunkten getroffen werden. Eine hohe Anzahl an Verfeinerungspunkten verbessert allerdings die Vorhersagen nicht signifikant und verlängert die Rechenzeit deutlich. Es werden daher für die Baureihenentwicklung max. drei Verfeinerungspunkten zugelassen, sobald der maximal zu erwartende Fehler der Auslastung eine Toleranz von 1 % überschreitet. Mit zunehmenden Iterationsschritten hat es sich gezeigt, dass der Fehler bereits so klein ist, dass keine weiteren Verfeinerungspunkte eingefügt werden müssen.

A17. Ergebnisse der Iterationsschritte

A17.01 Rohrgröße $D_R = 40 \text{ mm}$

Tab. 73: Numerische Zwischenergebnisse der Rohrgröße 40x1,5.

Torsionsmomente M_R in Nm abh. von den Iterationsschritten												
z	lt.1	lt.2	lt.3	lt.4	lt.5	lt.6	lt.7	lt.8	lt.9	lt.10	lt.11	lt.12
10	263	261	262	268	-	-	-	-	-	-	-	-
12	298	297	297	298	299	291	-	-	-	-	-	-
14	283	289	287	292	288	-	-	-	-	-	-	-
Öffnungswinkel $\alpha_{W,0e}$ in ° abh. von den Iterationsschritten												
z	lt.1	lt.2	lt.3	lt.4	lt.5	lt.6	lt.7	lt.8	lt.9	lt.10	lt.11	lt.12
10	26,00	25,00	25,57	25,58	-	-	-	-	-	-	-	-
12	25,00	23,99	24,00	24,00	24,00	23,13	-	-	-	-	-	-
14	22,50	21,00	22,00	22,00	22,00	-	-	-	-	-	-	-
Verhältnis zwischen Kopf/Fuß $V_{W,TL}$ abh. von den Iterationsschritten												
z	lt.1	lt.2	lt.3	lt.4	lt.5	lt.6	lt.7	lt.8	lt.9	lt.10	lt.11	lt.12
10	0,2836	0,2848	0,2807	0,2849	-	-	-	-	-	-	-	-
12	0,2678	0,2673	0,2611	0,2672	0,2637	0,2711	-	-	-	-	-	-
14	0,2650	0,2500	0,2533	0,2508	0,2510	-	-	-	-	-	-	-
Verhältnis des Fußgrundes $V_{W,G}$ abh. von den Iterationsschritten												
z	lt.1	lt.2	lt.3	lt.4	lt.5	lt.6	lt.7	lt.8	lt.9	lt.10	lt.11	lt.12
10	0,8863	0,8798	0,8800	0,8796	-	-	-	-	-	-	-	-
12	0,8869	0,8875	0,8873	0,8879	0,8862	0,8882	-	-	-	-	-	-
14	0,8879	0,8886	0,8929	0,8900	0,8923	-	-	-	-	-	-	-
Verhältnis des Innenradius des Kopfes $V_{W,K,0}$ abh. von den Iterationsschritten												
z	lt.1	lt.2	lt.3	lt.4	lt.5	lt.6	lt.7	lt.8	lt.9	lt.10	lt.11	lt.12
10	0,8000	0,8000	0,8841	0,8311	-	-	-	-	-	-	-	-
12	0,5000	0,5000	0,6131	0,5000	0,4954	0,4886	-	-	-	-	-	-
14	0,4000	0,5525	0,4913	0,5552	0,5301	-	-	-	-	-	-	-

Tab. 74: Numerische Zwischenergebnisse der Rohrgröße 40x1.8.

Torsionsmomente M_R in Nm abh. von den Iterationsschritten												
z	lt.1	lt.2	lt.3	lt.4	lt.5	lt.6	lt.7	lt.8	lt.9	lt.10	lt.11	lt.12
8	284	298	287	-	-	-	-	-	-	-	-	-
10	295	300	300	299	305	300	-	-	-	-	-	-
12	290	298	298	-	-	-	-	-	-	-	-	-
14	260	275	275	284	280	283	277	283	281		-	-
16	277	278	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
18	260	259	263	265	266	-	-	-	-	-	-	-
20	251	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Fortsetzung auf der Folgeseite

Tab. 75: Numerische Zwischenergebnisse der Rohrgröße 40x2.0.

Torsionsmomente M_R in Nm abh. von den Iterationsschritten												
z	lt.1	lt.2	lt.3	lt.4	lt.5	lt.6	lt.7	lt.8	lt.9	lt.10	lt.11	lt.12
8	305	307	311	318	321	322	-	-	-	-	-	-
10	323	321	322	-	-	-	-	-	-	-	-	-
12	322	321	318	320	318	-	-	-	-	-	-	-
14	307	307	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Fortsetzung auf der Folgeseite												

A17.02 Rohrgröße $D_R = 95 \text{ mm}$

Torsionsmomente M_R in Nm abh. von den Iterationsschritten												
z	lt.1	lt.2	lt.3	lt.4	lt.5	lt.6	lt.7	lt.8	lt.9	lt.10	lt.11	lt.12
14	1962	1803	1935	1873	1911	-	-	-	-	-	-	-
16	2068	2054	2056	2058	2060	-	-	-	-	-	-	-
18	2050	2043	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
20	1929	2003	2003	2029	-	-	-	-	-	-	-	-
22	2023	2014	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
24	1998	1999	2007	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Öffnungswinkel $\alpha_{W,0e}$ in ° abh. von den Iterationsschritten												
z	lt.1	lt.2	lt.3	lt.4	lt.5	lt.6	lt.7	lt.8	lt.9	lt.10	lt.11	lt.12
14	20,00	22,83	22,17	24,00	24,00	-	-	-	-	-	-	-
16	20,56	21,76	23,00	22,54	22,44	-	-	-	-	-	-	-
18	21,00	21,50	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
20	19,00	20,00	20,00	19,50	-	-	-	-	-	-	-	-
22	19,51	19,00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
24	19,72	20,00	19,51	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Fortsetzung auf der Folgeseite

[illegible]

Tab. 77: Numerische Zwischenergebnisse der Rohrgröße 95x2,5.

Torsionsmomente M_R in Nm abh. von den Iterationsschritten												
z	lt.1	lt.2	lt.3	lt.4	lt.5	lt.6	lt.7	lt.8	lt.9	lt.10	lt.11	lt.12
16	2673	2698	2735	-	-	-	-	-	-	-	-	-
18	2636	2620	2635	2640	2704	2730	2738	-	-	-	-	-
20	2597	2607	2635	2662	2667	2672	2654	2737	-	-	-	-
22	2604	2623	2657	2698	2725	-	-	-	-	-	-	-
24	2562	2660	2675	2668	-	-	-	-	-	-	-	-
26	2532	2546	2592	2617	2619	-	-	-	-	-	-	-
28	2556	2549	2555	2550	2571	-	-	-	-	-	-	-
30	2513	2519	2519	2520	-	-	-	-	-	-	-	-
32	2457	2454	2462	2474	2479	2478	-	-	-	-	-	-
34	2417	2411	2421	2436	-	-	-	-	-	-	-	-

Fortsetzung auf der Foliaeseite

Öffnungswinkel $\alpha_{W,0e}$ in ° abh. von den Iterationsschritten												
z	lt.1	lt.2	lt.3	lt.4	lt.5	lt.6	lt.7	lt.8	lt.9	lt.10	lt.11	lt.12
16	21,38	21,79	21,53	-	-	-	-	-	-	-	-	-
18	21,00	20,52	21,00	21,00	20,49	20,50	21,00	-	-	-	-	-
20	20,00	19,89	20,00	20,00	19,57	20,00	20,00	20,00	-	-	-	-
22	20,00	19,67	20,00	20,00	19,67	-	-	-	-	-	-	-
24	19,00	19,61	19,66	19,00	-	-	-	-	-	-	-	-
26	19,00	19,00	19,00	18,84	19,00	-	-	-	-	-	-	-
28	15,75	15,60	15,59	15,52	19,00	-	-	-	-	-	-	-
30	18,00	18,00	17,68	18,00	-	-	-	-	-	-	-	-
32	15,59	15,53	16,00	17,00	18,00	18,00	-	-	-	-	-	-
34	18,00	17,51	18,00	17,77	-	-	-	-	-	-	-	-
Verhältnis zwischen Kopf/Fuß $V_{W,TL}$ abh. von den Iterationsschritten												
z	lt.1	lt.2	lt.3	lt.4	lt.5	lt.6	lt.7	lt.8	lt.9	lt.10	lt.11	lt.12
16	0,2800	0,2867	0,2895	-	-	-	-	-	-	-	-	-
18	0,2599	0,2598	0,2610	0,2623	0,2750	0,2755	0,2758	-	-	-	-	-
20	0,2500	0,2528	0,2576	0,2601	0,2607	0,2600	0,2600	0,2631	-	-	-	-
22	0,2500	0,2509	0,2541	0,2555	0,2543	-	-	-	-	-	-	-
24	0,2465	0,2497	0,2504	0,2510	-	-	-	-	-	-	-	-
26	0,2400	0,2400	0,2441	0,2474	0,2453	-	-	-	-	-	-	-
28	0,2391	0,2389	0,2393	0,2392	0,2403	-	-	-	-	-	-	-
30	0,2343	0,2337	0,2329	0,2327	-	-	-	-	-	-	-	-
32	0,2277	0,2276	0,2275	0,2270	0,2264	0,2267	-	-	-	-	-	-
34	0,2230	0,2229	0,2230	0,2217	-	-	-	-	-	-	-	-
Verhältnis des Fußgrundes $V_{W,G}$ abh. von den Iterationsschritten												
z	lt.1	lt.2	lt.3	lt.4	lt.5	lt.6	lt.7	lt.8	lt.9	lt.10	lt.11	lt.12
16	0,9492	0,9467	0,9432	-	-	-	-	-	-	-	-	-
18	0,9550	0,9550	0,9546	0,9541	0,9492	0,9476	0,9473	-	-	-	-	-
20	0,9568	0,9560	0,9545	0,9537	0,9534	0,9533	0,9539	0,9502	-	-	-	-
22	0,9555	0,9548	0,9533	0,9518	0,9506	-	-	-	-	-	-	-
24	0,9550	0,9524	0,9519	0,9515	-	-	-	-	-	-	-	-
26	0,9557	0,9551	0,9539	0,9519	0,9521	-	-	-	-	-	-	-
28	0,9526	0,9526	0,9527	0,9527	0,9528	-	-	-	-	-	-	-
30	0,9534	0,9537	0,9541	0,9541	-	-	-	-	-	-	-	-
32	0,9538	0,9538	0,9544	0,9551	0,9553	0,9549	-	-	-	-	-	-
34	0,9538	0,9539	0,9546	0,9558	-	-	-	-	-	-	-	-
Verhältnis des Innenradius des Kopfes $V_{W,K,0}$ abh. von den Iterationsschritten												
z	lt.1	lt.2	lt.3	lt.4	lt.5	lt.6	lt.7	lt.8	lt.9	lt.10	lt.11	lt.12
16	1,0000	1,0000	1,1741	-	-	-	-	-	-	-	-	-
18	0,9000	1,0014	1,0514	1,1057	1,1307	1,2743	1,2662	-	-	-	-	-
20	0,8432	0,8470	0,8720	0,9164	0,9163	0,9300	0,9600	1,2468	-	-	-	-
22	0,9000	1,0112	1,0612	1,1612	1,2382	-	-	-	-	-	-	-
24	0,9000	1,0480	1,0561	1,0558	-	-	-	-	-	-	-	-
26	0,9000	0,9652	0,9152	0,9152	0,9485	-	-	-	-	-	-	-
28	0,9000	0,9000	0,8911	0,8877	0,8638	-	-	-	-	-	-	-
30	0,8458	0,8469	0,8473	0,8472	-	-	-	-	-	-	-	-
32	0,8314	0,8309	0,8178	0,8060	0,8122	0,8249	-	-	-	-	-	-
34	0,8164	0,8150	0,7900	0,7893	-	-	-	-	-	-	-	-

Tab. 78: Numerische Zwischenergebnisse der Rohrgröße 95x3,0.

[illegible]

Tab. 80: Numerische Zwischenergebnisse der Rohrgröße 150x3,0.

[illegible]

[illegible]

A17.04 Rohrgröße $D_R = 60$ und 110 mm

Tab. 82: Numerische Zwischenergebnisse der zusätzlichen Rohrgrößen.

Torsionsmomente M_R in Nm abh. von den Iterationsschritten								
D_R	t_R	z	lt.1	lt.2	lt.3	lt.4	lt.5	lt.6
60	1,8	14	757	748	752	747	762	-
60	2,2	14	879	870	884	882	877	880
110	2,2	20	3367	3229	3348	-	-	-
110	3,0	20	4360	4343	4356	4359	4377	4386
Öffnungswinkel $\alpha_{W,0e}$ in ° abh. von den Iterationsschritten								
D_R	t_R	z	lt.1	lt.2	lt.3	lt.4	lt.5	lt.6
60	1,8	14	22,31	22,00	23,00	23,00	23,00	-
60	2,2	14	22,57	22,00	23,00	23,00	22,00	23,00
110	2,2	20	21,00	20,49	21,00	-	-	-
110	3,0	20	19,49	20,67	20,50	21,00	20,00	20,00
Verhältnis zwischen Kopf/Fuß $V_{W,TL}$ abh. von den Iterationsschritten								
D_R	t_R	z	lt.1	lt.2	lt.3	lt.4	lt.5	lt.6
60	1,8	14	0,2675	0,2762	0,2824	0,2825	0,2814	-
60	2,2	14	0,2751	0,2755	0,2773	0,2773	0,2796	0,2755
110	2,2	20	0,2958	0,2877	0,2910	-	-	-
110	3,0	20	0,2700	0,2833	0,2783	0,2638	0,2628	0,2593
Verhältnis des Fußgrundes $V_{W,G}$ abh. von den Iterationsschritten								
D_R	t_R	z	lt.1	lt.2	lt.3	lt.4	lt.5	lt.6
60	1,8	14	0,9248	0,9198	0,9152	0,9177	0,9220	-
60	2,2	14	0,9203	0,9196	0,9171	0,9154	0,9156	0,9161
110	2,2	20	0,9559	0,9614	0,9584	-	-	-
110	3,0	20	0,9491	0,9487	0,9512	0,9532	0,9525	0,9529
Verhältnis des Innenradius des Kopfes $V_{W,K,0}$ abh. von den Iterationsschritten								
D_R	t_R	z	lt.1	lt.2	lt.3	lt.4	lt.5	lt.6
60	1,8	14	0,9587	1,0837	0,9557	1,0807	0,9938	-
60	2,2	14	0,7110	0,7185	0,6935	0,6888	0,6936	0,6725
110	2,2	20	1,2000	1,1953	1,1739	-	-	-
110	3,0	20	1,1691	1,2055	1,2329	1,2325	1,2225	1,2151

A18. Parameter der Regressionsgleichungen

Tab. 83: Regressionsparameter mit vollem und reduziertem Parametersatz.

a	$M_{R,Br}$				$V_{W,G,Br}$				$V_{W,T,L,Br}$				$V_{W,K,O,Br}$			
	voll.	red.	voll.	red.	voll.	red.	voll.	red.	voll.	red.	voll.	red.	voll.	red.	voll.	red.
P00	1,286E+01	5,944E+00	6,520E+02	-	7,605E-01	8,404E-01	2,353E-01	2,471E-01	2,889E+00	1,595E-01						
P10	-6,116E-02	1,269E-01	-1,199E+00	-5,090E+00	3,705E-03	2,063E-03	6,834E-03	1,791E-03	9,683E-02	2,455E-02						
P01	-	-	-7,784E+02	-	2,936E-02	-1,761E-02	-1,563E-01	-1,537E-02	-5,750E+00	-4,405E-01						
P20	9,917E-04	-	3,409E-02	2,783E-01	-2,626E-05	-6,565E-06	-2,254E-05	-7,052E-06	-1,125E-03	-1,107E-04						
P11	-	-	-1,267E+00	-1,864E+01	-2,075E-05	-	-3,148E-03	-	2,700E-02	1,980E-03						
P02	-	-	3,308E+02	4,532E+02	-1,374E-02	1,959E-03	1,029E-01	-4,986E-03	1,293E+00	6,303E-02						
P30	-	-	-9,509E-05	-	7,245E-08	-	4,120E-08	-	-8,967E-07	-						
P21	-	-	1,349E-01	-	-1,159E-06	-	1,802E-06	-	6,334E-04	-						
P12	-	-	-1,700E-01	9,993E+00	9,232E-05	-	5,625E-04	-	-3,603E-02	-						
P03	-	-	-5,086E+01	-2,301E+02	-1,328E-04	-	-2,015E-02	-	4,415E-01	-						
SSE	1,363E-18	2,208E+01	3,681E+01	8,727E+03	4,805E-05	1,533E-04	3,182E-04	5,556E-04	1,094E-01	3,045E-01						
R ²	1,000E+00	9,292E-01	1,000E+00	9,999E-01	9,960E-01	9,874E-01	9,346E-01	8,858E-01	9,526E-01	8,682E-01						
AR ²	6,000E+00	7,000E+00	3,000E+00	7,000E+00	3,000E+00	8,000E+00	3,000E+00	8,000E+00	3,000E+00	7,000E+00						
RMSE	1,000E+00	9,191E-01	1,000E+00	9,999E-01	9,842E-01	9,811E-01	7,384E-01	8,287E-01	8,105E-01	7,740E-01						

Alle Regressionen mit Bisquare-Ansatz.

Ansatzfunktion: $a(D_R, t_R) = P00 + P10 \cdot D_R + P01 \cdot t_R + P20 \cdot D_R^2 + P11 \cdot D_R \cdot t_R + P02 \cdot t_R^2 + P30 \cdot D_R^3 + P21 \cdot$

$D_R^2 \cdot t_R + P12 \cdot D_R \cdot t_R^2 + P03 \cdot t_R^3$

A19. Festigkeitsberechnung der DIN 5480 - W38x2x18

Für den Nachweis der Flächenreduzierung des dünnwandigen Referenzprofils gegenüber einer Zahnwelle müssen ähnliche Vergleichsbedingungen angenommen werden. Es wird dazu eine Zahnwellenverbindung DIN 5480 - 38x2x18 herangezogen, die in der Praxis für etwa 1000 Nm wechselnde Torsionsbelastung angeboten wird. Für dieses Verzahnung wird ein Festigkeitsnachweis nach der DIN 743-2012 mit Hilfe der in (125) vorgestellten Auslegungsoftware durchgeführt. In der aktuellen Gelenkwelle wird eine Verzahnungsform nach DIN 5480 mit einem Bezugsdurchmesser $d_B = 38$ mm und einem Modul $m = 2$ eingesetzt. Das Material der Welle ist ein Vergütungsstahl 41Cr4. Die Materialkennwerte werden aus (126) entnommen. Der E-Modul beträgt 210 GPa. Die Rauheit entspricht $R_z = 10$ μm . Die Überdeckungslänge wird wie bei der Profilwelle mit $1,6 \cdot d_B$, der Fußausrundungsradius mit $p_{\text{F}} = 0,48 \cdot m$ angenommen. Es wird die Höhe der wechselnd wirkenden Torsionsamplitude bestimmt, bei der sich in der Zahnwelle auf der Zugseite eine Sicherheit gegen Dauerbruch von etwa 1 einstellt. Durch das kaltwalzende Verfahren sind durch Oberflächenverfestigungen eine höhere Tragfähigkeit zu erwarten, welche mit einem Oberflächenverfestigungsfaktor von $K_V = 1,2$ berücksichtigt werden kann. Das übertragbare Torsionsmoment der Zahnwelle bei wechselnder Belastung und einer Lastwechselzahl von 10^7 lässt sich daher in einem Bereich von 1010 bis 1214 Nm abschätzen und liegt damit in der ähnlichen Größenordnung der experimentell untersuchten dünnwandigen Profilwelle.

Tab. 84: Festigkeitsnachweis der Welle DIN 5480 - W38x2x18.

Berücksichtigung der Verfestigung		Nein	Ja	
Torsionsmoment statisch	$M_{\text{DIN,stat}}$	0	0	Nm
Torsionsmoment dynamisch	$M_{\text{DIN,dyn}}$	1010	1214	Nm
Oberflächenverfestigung	K_V	1	1,2	
Kerbwirkungszahl Torsion	$\beta_{\text{T,t}}$	1,814	1,549	
Wechselfestigkeit Torsion	$T_{\text{TWk,z}}$	144,5	173,4	MPa
Torsionsspannungsamplitude	T_{ta}	135,6	163,0	MPa
Sicherheit gegen Bruch	$S_{\text{d,Z}}$	1	1	